

^8Be цөмийн энергийн спектр

Б.Өсөхбаяр^{1,2*}, Г.Хүүхэнхүү¹, М.Одсүрэн²

¹Цөмийн Физикийн Судалгааны төв, МУИС, Улаанбаатар, Монгол.

²Инженер, Технологийн Сургууль, МУИС, Улаанбаатар, Монгол.

^8Be цөмийг хоёр альфа кластераас тогтсон $\alpha+\alpha$ систем гэж үзэн, комплекс скейлингийн аргаар Бакийн болон Шмид-Вилдермутын потенциалыг ашиглан Гауссын суурь функц ба гармоник осцилляторын долгион функцүүдийн тусламжтайгаар системийн $J^\pi=0^+, 2^+, 4^+, 6^+, 8^+, 10^+$ төлөвүүдийн энерги, тухайн энергиүдэд харгалзах түвшний өргөнийг тодорхойлж, бусад онолын болон туршилтын үр дүнтэй харьцуулав.

Түлхүүр үг: Кластер загвар, Комплекс Скейлингийн Арга,

ОРШИЛ

Од нарны төвд устөрөгч гели зэрэг хөнгөн цөмүүд нэгдэх урвалд орж илүү хүнд цөмүүдийг бий болгох астрофизикийн нэн чухал процесс явагддаг. Эдгээр хөнгөн цөмүүдийн бүтцийг судалснаар цөмийн нэгдэх урвалын талаар чухал мэдээллүүд гарган авахаас гадна цөмийн урвалын механизмыг танин мэдэх боломж олгоно.

Цөмийн бүтэц, шинж чанарыг микро ертөнцийн зүй тогтлыг тайлбарладаг квант онолоор илэрхийлдэг. Өөрөөр хэлбэл сонгодог физиктэй харьцуулахад квант физикийн биетүүд нь бөөмлөг болон долгионлог хоёрдмол шинж чанартай учир цөмийн долгионлог шинж чанарыг тооцох шаардлагатай. Мөн цөм нь олон нуклоноос тогтсон олон биеийн систем болдог учир бүтцийг тайлбарлахын тулд олон биеийн бодлогыг бодох шаардлагатай тулгардаг. Уг олон биеийн бодлогыг бодох нь ихээхэн төвөгтэй асуудал. Иймд олон биеийн системийг цөөн

биеийн систем болгон хялбарчлахын тулд кластер загварыг авч үздэг. Зарим цөмийн бүтэц, урвалын туршлагын судалгааны үр дүнд цөм кластеруудаас тогтох боломжтой болохыг баталдаг.

1968 онд Японы эрдэмтэн К.Икеда цөмийн кластер бүтцийн талаарх ойлголтыг дэлгэрүүлэн үзэж, анх удаа хөнгөн цөмөөс бэсрэг масстай цөм хүртэлх массын өргөн мужид цөмийн кластер бүтцийн систематик анализ хийн диаграмм байгуулсан байдаг [1]. Уг диаграммыг Икедагийн диаграмм гэж нэрлэдэг бөгөөд түүний судалгаагаар цөм нь альфа бөөм, нүүрстөрөгч, хүчилтөрөгч болон бусад өөр олон төрлийн кластеруудаас тогтох боломжтой гэж үзээд тэдгээрийн босго энерги болон нуклоны тоо хоёрын хамаарлыг байгуулсан. Иймд Икедагийн диаграмм ёсоор ^8Be цөмийг хоёр альфа кластераас тогтсон $\alpha+\alpha$ системээр сонгон авав.

Дээрх кластер системийн өдөөгдсөн төлөвүүдийн энергийн утгыг комплекс

скейлингийн арга [2] (КСА)-ыг ашиглан тодорхойлов. КСА нь системийн холбоост болон өдөөгдсөн төлөвүүдийн энергийн утгыг комплекс энергийн хавтгайд тасралтгүй төлөвөөс салангид комплекс хувийн утга хэлбэртэй олддоно. Өөрөөр хэлбэл атом, цөмийн олон биеийн системийн хувьд хувиргалтын параметр θ бүхий хувьсагчтай комплекс Шредингерийн тэгшитгэлийг бодож, комплекс хувийн утгыг комплекс энергийн хавтгайд тодорхойлохыг хэлнэ [3]. Олдсон энергийн хувийн утга нь скейлингийн θ өнцгийн параметрээс үл хамаарч $E^\theta = E_r - i\Gamma/2$ (MeV) гэж олдох ба системийн өдөөгдсөн төлөвийн энерги бодит хэсэгт E_r , тухайн энергид харгалзах түвшний өргөн хуурмаг хэсэгт Γ тус тус харгалзана.

Энэ судалгаагаар ^8Be цөмийг $\alpha+\alpha$ гэсэн хоёр кластераас тогтсон систем гэж үзэн комплекс скейлингийн аргаар Бакийн болоод Шмид-Вилдермутын цөмийн потенциалуудыг ашиглан Гауссын суурь болон гармоник осцилляторын долгион функцүүдийн тусламжтайгаар системийн бага өдөөгдсөн $J^\pi=0^+, 2^+, 4^+$ болон өндөр өдөөгдсөн $J^\pi=6^+, 8^+, 10^+$ төлөвүүдийн энерги болон тухайн энергид харгалзах түвшний өргөнийг онолоор тооцно.

КОМПЛЕКС СКЕЙЛИНГИЙН АРГА БА ХОЁР БИЕИЙН СИСТЕМ

^8Be цөмийг $\alpha+\alpha$ гэсэн хоёр кластераас тогтсон систем гэж загварчлаад Шредингерийн тэгшитгэлийг КСА ашиглан тооцож тухайн системийн өдөөгдсөн төлөвүүдийн энерги болон тухайн энергид харгалзах түвшний өргөнийг тодорхойлно. Энд КСА-р r координат болон k моментыг θ өнцгөөр

скейлинг хийхэд дараах хэлбэртэй бичигдэнэ.

$$U(\theta)rU(\theta)^{-1} = re^{i\theta}$$

$$U(\theta)kU^{-1}(\theta) = ke^{-i\theta}$$

Энд $U(\theta)U(\theta)^{-1} = 1$ бөгөөд тухайн системийн комплекс скейлинг хийгдсэн Гамильтониан $H^\theta = U(\theta)HU^{-1}(\theta)$ хэлбэртэй бичигдэнэ. Тэгвэл комплекс скейлинг хийгдсэн Шредингерийн тэгшитгэлийг дараах хэлбэрээр илэрхийлэгдэнэ:

$$H^\theta\Psi^\theta = E^\theta\Psi^\theta. \quad (1)$$

Энд: Ψ^θ —комплекс скейлинг хийгдсэн долгион функц,

E^θ —энергийн комплекс хувийн утга болно.

(1) тэгшитгэлийн Гамильтониан H^θ -ыг диагональчилж энергийн тэнхлэгийг θ өнцгийн дагуу скейлинг хийснээр комплекс энергийн хавтгайд холбоост, өдөөгдсөн болон тасралтгүй төлөвүүдийг нэгэн зэрэг тодорхойлох боломжтой [4].

Хоёр кластераас тогтсон системийн үед Гамильтониан ерөнхий тохиолдолд дараах хэлбэртэй:

$$\hat{H} = \sum_{i=1}^2 \hat{T}_i - \hat{T}_{c.m.} + V_{nucl}^{\alpha\alpha}(r) + V_{coul}^{\alpha\alpha}(r) \quad (2)$$

болно.

Энд: $\sum_{i=1}^2 \hat{T}_i - \hat{T}_{c.m.}$ —кинетик энергийн оператор,

$V_{nucl}^{\alpha\alpha}(r)$ —цөмийн потенциалын оператор,

$V_{coul}^{\alpha\alpha}(r)$ –Кулоны харилцан үйлчлэлийн оператор болно.

Хоёр альфа кластераас тогтсон ^8Be цөмийн өдөөгдсөн төлөвүүдийг Бакийн [5] болон Шмид-Вилдермутын [6] потенциал ашиглан тодорхойлов. Энэ ажилд нэг цөмийн бүтцийг хоёр өөр потенциал хэрэглэж байгаа нь Паулийн хоригийн зарчимтай холбоотой. Тухайлбал Бакийн потенциалыг тооцоололд хэрэглэх үед Паулийн хориглогдсон төлөвүүдийг тооцох шаардлагагүй. Учир нь Бакын потенциалын гүний параметр харьцангуй өндөр утгатай учир $\alpha+\alpha$ системийн хориглогдсон төлөвүүдийг тооцох шаардлагагүй болдог. Гэтэл Шмид-Вилдермутын потенциал нь туршилтаар тодорхойлогдсон төлөвүүдийн фазын шилжилтийг тохируулах аргачлалд үндэслэн гарган авсан феноменологийн потенциал бөгөөд хориглогдсон төлөвүүдийг тооцох шаардлагатай тулгардаг. Иймд хориглогдсон төлөвүүдийг ортогональ кондিশн загвар (ОКЗ)-н тусламжтай системийн долгион функцээс хасаж өгдөг. Системийн долгион функцийг ортогональ нөхцөлийг бичвэл:

$$\langle \chi_F | \Psi \rangle = 0$$

болно.

Энд: χ_F –системийн хориглогдсон төлөв болно.

ОКЗ-г ашиглан системийн Гамильтонианыг дахин бичвэл $V_{PF}(r)$ хориглогдсон төлөвүүдийг нэмэлт гишүүн хэлбэртэйгээр оруулж ирэх шаардлагатай бодлог. Хориглогдсон төлөвүүдийг бичвэл:

$$V_{PF}(r) = \lambda \sum_{F=1} |\chi_F\rangle \langle \chi_F|; \lambda = 10^7 \text{MeV} \quad (3)$$

болно.

Харин системийн долгион функц нь суперпозицын зарчим ёсоор:

$$\Psi = \sum_{n=1} c_n u_n \quad (4)$$

гэж бичигдэнэ.

Энд: c_n - коэффициент,

u_n - суурь функц.

Хувиргалт хийгдсэн Шредингерийн тэгшитгэлийг бодохын тулд Ψ^θ комплекс скейлинг хийгдсэн долгион функцийг төгсгөлөг, квадрат нь интегралчлагддаг суурь функцээр өргөтгөж өгнө. Энэ ажилд системийн долгион функцийг Гауссын суурь болон гармоник осцилляторын долгион функцээр өргөтгөсөн.

Гауссын суурь функцийг бичвэл:

$$u_n(r) = N_l^n r^l \exp\left(-\frac{1}{2b_n^2} r^2\right) Y_{lm}(r) \quad (5)$$

Энд: l - орбиталь момент,

b_n - Гаусс суурь функцийн параметр,

N_l^n – нормчлолын тогтмол ба дараах хэлбэртэй олдоно

$$N_l^n = \frac{1}{b_n^{l+3/2}} \left\{ \frac{2^{l+2}}{(2l+1)!! \sqrt{\pi}} \right\}^{1/2}. \quad (6)$$

Гаусс суурь функцийн параметр нь Гаусс суурь функцийн өргөний өөрчлөлтийн γ

болон b_0 өндрийн параметруудээр илэрхийлэгдэх ба дараах хэлбэртэй

$$b_n = b_0 \gamma^{n-1} \quad (7)$$

байна.

Гармоник осцилляторын долгион функцийг бичвэл:

$$u_{nl}(r) = N_l^n \left(\frac{r}{b_F}\right)^l L_n^{l+\frac{1}{2}} \left(\left(\frac{r}{b_F}\right)^2\right) \exp\left(-\frac{1}{2b_F^2} r^2\right) Y_{lm}(r) \quad (8)$$

байдаг.

Энд: $L_n^{l+\frac{1}{2}}$ -Лагерийн цуваа,

l – орбиталь момент,

$N_l^n \left(\frac{r}{b_F}\right)^l$ - нормчлолын тогтмол бөгөөд шийд нь

$$N_l^n \left(\frac{r}{b_F}\right)^l = \left\{ \frac{2\Gamma(n+1)}{b_F^3 \Gamma\left(l+n+\frac{3}{2}\right)} \right\}^{1/2} \quad (9)$$

гэж олдоно.

Хоёр альфа кластераас тогтсон системийн хувьд харьцангуй хөдөлгөөний хэмжээсийн параметрийг $b_F = 0.967 \text{ fm}$ гэж авсан. Илэрхийлэл дэх n нь суурь функцийн илэрхийлэх бөгөөд манай тохиолдолд төгсгөлөг байна.

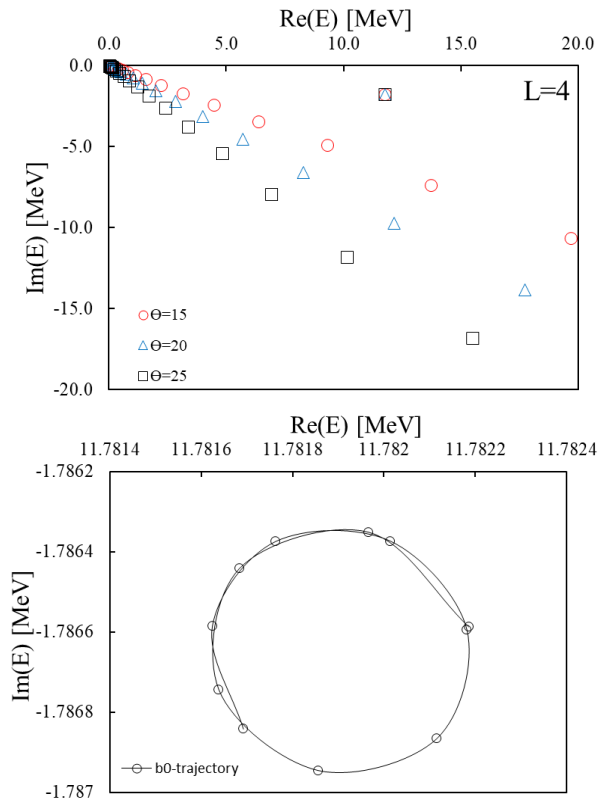
ҮР ДҮН

Гауссын суурь болон Бакийн потенциал

Энэ ажлаар ^8Be цөмийг хоёр альфа кластераас тогтсон систем гэж үзээд бага өдөөгдсөн ^8Be цөмийн бага өдөөгдсөн

$J^\pi=0^+, 2^+, 4^+$ болон илүү өндөр өдөөгдсөн $J^\pi=6^+, 8^+, 10^+$ төлөвүүдийн резонанс энерги болон тухайн энергид харгалзах түвшиний өргөнийг Бакын потенциал болон Гауссын суурь функцийг ашиглан тооцоолов. ^8Be цөмийн $J^\pi=4^+$ төлөвийн резонансын энерги болон тухайн энергид харгалзах түвшиний өргөнийг Гаусс суурь функцийн $\gamma = 1.20 \text{ fm}$, $b_0 = 0.20 - 0.30 \text{ fm}$ ($b = b_0 + 0.01k$ ($k = 0, 1, 2, \dots, 10$)) болон $\theta = 10^\circ - 30^\circ$ ($\theta = \theta_0 + 5k$ ($k = 0, 1, 2, 3$)) мужид тооцож олов. (1) илэрхийллээр тооцоологдсон тухайн утгуудыг комплекс энергийн хавтгайд буулган зураг 1-д харуулав.

Зураг 1.а-г харвал өдөөгдсөн төлөвийн резонансын энерги болон тухайн энергид харгалзах түвшний өргөн θ параметрээс үл хамааран тасралтгүй төлөвөөс салж нэгэн утгатай олдох бөгөөд зураг 1.б-д b_0 мөрийн аргыг ашиглан $J^\pi=4^+$ төлөвийн энергийн нарийвчилсан утгууд $E_r = 11.78 \text{ MeV}$, $\Gamma_r = 3.47 \text{ MeV}$ гэж тодорхойлов.



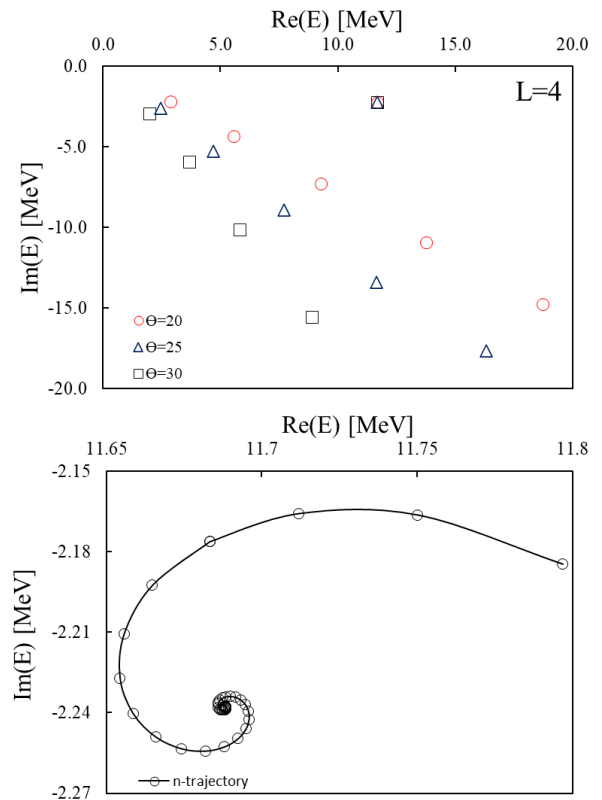
Зураг 1. а) $\theta = 15^\circ, 20^\circ, 25^\circ$ утганд тооцоологдсон $J^\pi = 4^+$ төлөвийн комплекс энергийн хавтгай дахь энергийн түгэлт, б) b_0 мөрийн арга

Гармоник осцилляторын долгион функц болон Шмид-Вилдермутын потенциал

Энд хийгдсэн тооцооллын аргазүй өмнөх аргатай харьцуулахад үр дүн боловсруулах арга нь өөр болно. Гармоник хэлбэлзлийн суурь функц ашиглан онолын тооцоолол хийхдээ Шмид-Вилдермутын потенциалыг ашиглан тооцоолов. ^8Be цөмийн $J^\pi=4^+$ төлөвийн резонансын энерги болон тухайн энергид харгалзах түвшиний өргөнийг $\theta = 10^\circ - 30^\circ$ ($\theta = \theta_0 + 5k$ ($k = 0,1,2,3$)) мужид тооцсоны дүнд $\theta = 25^\circ$ сонгон авч Гармоник осцилляторын долгион функцийг хэмжээсийн параметр $n_{\max} = n_0 + 2k$ ($k = 0,1,2, \dots, 25$) гэсэн хэлбэртэйгээр

$n_0 = 9$ гэж сонгон $n_{\max}$ тооцооллыг гүйцэтгэж гарган авсан тухайн утгуудыг комплекс энергийн хавтгайд буулган зураг 2-т харуулав.

Зураг 2.а-г харвал өдөөгдсөн төлөвийн резонансын энергийн утгууд зураг 1.а адил θ параметрээс үл хамаарна. Харин зураг 1.б-д n мөрийн аргыг ашиглан резонанс төлөвийн энергийн нарийвчилсан утгыг тодорхойлж байгаа бөгөөд бидний хайж буй тогтвортой энергийн утга n —мөрийн аргаар тооцоологдсон үр дүнгүүдийн тогтворжилтын цэг дээр олдох ёстой. n мөрийн аргаар тооцоологдсон $J^\pi = 2^+$ резонанс төлөвийн энерги $E_r = 11.69$ MeV болон тухайн энергид харгалзах түвшний өргөнийг $\Gamma_r = 4.48$ MeV гэж тодорхойлов.



Зураг 2. а) $\theta = 20^\circ, 25^\circ, 30^\circ$ утганд тооцоологдсон $J^\pi = 4^+$ төлөвийн комплекс

энергийн хавтгай дахь энергийн түгэлт, б) $n_{\max}$ мөрийн арга

Дээрх аргуудаар ${}^8\text{Be}$ цөмийн бага өдөөгдсөн $J^\pi=0^+, 2^+$ болон өндөр өдөөгдсөн $J^\pi=6^+, 8^+, 10^+$ төлөвүүдэд харгалзах резонанс энергийн утгуудыг нарийвчлан тооцоолов. Гауссын суурь

болон гармоник осцилляторын долгион функц болон өөр хоорондоо ялгаатай цөмийн потенциал ашиглан онолоор тооцоолж олсон ${}^8\text{Be}$ цөмийн өдөөгдсөн төлөвүүдийн энергийн утгуудыг бусад эрдэмтдийн туршлагаар хэмжигдсэн утгуудтай харьцуулсныг хүснэгт 1-д өгөв.

Хүснэгт 1. ${}^8\text{Be}$ цөмийн өдөөгдсөн төлөвүүдийн онол ба туршлагаар хэмжигдсэн энерги, тухайн энергид харгалзах түвшний өргөн.

Цөмийн төлөв	Туршилтын утга [7]		Онолын утга [8]		Гауссын суурь функц		Гармоник осцилляторын долгион функц	
	E(MeV)	Γ (MeV)	E(MeV)	Γ (MeV)	E(MeV)	Γ (MeV)	E(MeV)	Γ (MeV)
0^+	$\sim 9.18 \times 10^{-2}$	$\sim 5.57 \times 10^{-6}$	$\sim 9.10 \times 10^{-2}$	3.6×10^{-5}	9.14×10^{-2}	5.37×10^{-6}	-	-
2^+	2.94 ± 0.05	1.513 ± 0.015	2.88	1.24	2.89	1.38	3.14	1.79
4^+	11.35 ± 0.15	~ 3.500	11.78	3.57	11.78	3.47	11.69	4.48
6^+			33.55	37.38	33.35	37.38	30.52	36.75
8^+			51.56	92.38	51.78	92.54	46.34	87.51
10^+					66.89	162.74	59.51	151.98
Потенциалын параметрууд					Бакийн потенциал [5]		Шмид-Вилдермутын потенциал [6]	
V_0 (MeV)					122.6225		106.09	
β (fm $^{-2}$)					0.22		0.2009	
α (fm $^{-1}$)					0.75		0.5972	

ДҮГНЭЛТ

${}^8\text{Be}$ -цөмийг $\alpha + \alpha$ гэсэн 2 кластераас тогтсон систем гэж үзэн комплекс скейлинг аргын хүрээнд Гауссын ба гармоник осцилляторын долгион функцүүдийн тусламжтайгаар системийн бага өдөөгдсөн $J^\pi=0^+, 2^+, 4^+$ болон өндөр өдөөгдсөн $J^\pi=6^+, 8^+, 10^+$ төлөвүүдийн энерги ба түвшний өргөнийг онолоор тооцоолон, туршлагаар хэмжигдсэн утгуудтай харьцуулав.

Онолоор тооцсон бага өдөөгдсөн $J^\pi=0^+, 2^+, 4^+$ төлөвүүдийн үр дүнгүүд

бусад судлаачдын туршлагын үр дүнтэй сайн тохирсон.

Иймд туршилтаар одоогоор тодорхойлогдоогүй өндөр өдөөгдсөн $J^\pi=6^+, 8^+$ төлөвүүдийн энергийн утгуудыг тооцож, гарсан үр дүнг бусад эрдэмтдийн өмнө онолоор тооцоолсон утгуудтай харьцуулав. Мөн ${}^8\text{Be}$ цөмийн өндөр өдөөгдсөн $J^\pi=10^+$ энергийн утгыг КСА ашиглан тодорхойлсон.

Мөн өөр суурь функц ашиглан тооцоолсон өндөр өдөөгдсөн

$J^{\pi}=6^{+}, 8^{+}, 10^{+}$ төлөвийн энергийн утгууд хоорондоо зөрөөтэй байгаа нь онолын тооцооллын нарийвчлалтай холбоотой гэж үзэж байна. Үүнийг цаашид нягтлан үзэх шаардлагатай.

НОМ ЗҮЙ

1. K. Ikeda, N. Takigawa, H. Horiuchi, *Supplement of the Prog. Theor. Phys.* 1968, p-464
2. J. Aguilar, J.M. Combes, *Comm. Math. Phys.* 1971, V.22, p-269
E. Balslev, J.M. Combes, *Comm. Math. Phys.* 1971, V.22, p-280
3. B. Simon, *Comm. Math. Phys.* 1972, V.27, p-1
4. T. Kruppa, K. Kato, *Prog. Theor. Phys.* 1990, V. 84, No. 6
5. Buck, H. Friedrich and C. Wheatley, *Nucl. Phys.* 1977, V.275, p-246
6. E. W. Schmid and K. Wildermuth, *Nucl. Phys.* 1961, V.26, p-463
7. D. R. Tilley et al., *Nucl. Phys.* 2004, A 745, p-155
8. E. Garrido, A. S. Jensen, D. V. Fedorov, *Phys. Rev.* 2013, C88, 024001

Energy Spectrum of the ^8Be Nucleus

Usukhbayar.B^{1,2}, Khuukhenkhuu.G¹, Odsuren.M²*

¹Nuclear Research Center, National University of Mongolia, Ulaanbaatar, Mongolia

²School of Engineering and Technology, National University of Mongolia, Ulaanbaatar, Mongolia

The ^8Be nucleus is modeled as an $\alpha+\alpha$ system composed of two alpha clusters. Using the complex scaling method with Buck and Schmid-Wildermuth potentials, we calculated the energy levels and corresponding resonance widths for the states with spin-parity $J\pi = 0^+, 2^+, 4^+, 6^+, 8^+$, and 10^+ . The calculations were performed using Gaussian basis and harmonic oscillator wave functions. The results are compared with existing theoretical models and experimental data.