

# Капитал зэвсэглэмжийн динамик

Х.Цоохүү, Ц.Баярхүү

## Abstract

Эдийн засгийн өсөлтийн загварын хүрээнд капитал зэвсэглэмжийн динамикийг илэрхийлэх дифференциал тэгшитгэл бичиж шийдийг нь олсон. Тогтворжилтийн утгыг Кобб-Дугласын үйлдвэрлэлийн функцтэй тохиолдолд тодорхойлж түүнд хүрэх хугацааг  $\tau = 3/(1 - \alpha)\delta$  гэж үнэлээ. Үүнд:  $\alpha$  ба  $\delta$  нь харгалзан нийт бүтээгдэхүүнд эзлэх капиталын хувь хэмжээ ба капиталын элэгдлийн хурд.

Эдийн засгийн өсөлтийн нэг хэмжүүр нь капитал зэвсэглэмж байдаг. Тоймловол энэ нь нэг ажилчинд ноогдох машин, тоног төхөөрөмжийн тоо гэсэн үг.

Р. Солоугийн загвар ёсоор нэгж ажилчинд ноогдох капиталын нөөц  $k$ -ийн өөрчлөлт нь хөрөнгө оруулалт  $i$ -аас элэгдлийг хассантай тэнцүү [1]:

$$\Delta k = i - \delta k \quad (1)$$

Үүнд  $\delta$ -капиталын элэгдлийн хурд. Капиталын нөөц хичнээн их байвал элэгдэл хорогдол төдийчинээ их байна.

Хөрөнгө оруулалт нэг ажилчинд ноогдох бүтээгдэхүүн гаргалттай ( $y$ )-тай пропорциональ

$$i = sy \quad (2)$$

бөгөөд  $s$  нь хадгаламжийн норм ( $0 \leq s \leq 1$ ).

Бүтээгдэхүүн гаргалт Кобб-Дугласын загварт

$$y = k^\alpha \quad (3)$$

гэж илэрхийлэгдэнэ [2]. Үүнд  $\alpha$  нь нийт бүтээгдэхүүнд эзлэх капиталын хувь хэмжээ ( $0 \leq \alpha \leq 1$ ). Цааш нь (2) ба (3)-ыг (1)-д орлуулж  $\Delta k$  нь нэг жилд ноогдох капитал зэвсэглэмжийн өөрчлөлт гэж үзвэл

$$\frac{dk}{dt} = sk^\alpha - \delta k \quad (4)$$

шугаман бус дифференциаль тэгшитгэлд хүрнэ. Математикийн талаас энэ нь динамик системийг илэрхийлэх хялбар тэгшитгэл бөгөөд зогсолтын цэгүүд нь

$$sk^\alpha - \delta k = 0 \quad (5)$$

тэгшитгэлээр тодорхойлогдох ба

$$k_* = 0, \quad k_*^{1-\alpha} = \frac{s}{\delta} \quad (6)$$

гэсэн хоёр шийдтэй. Энэ нь тодорхой хугацааны дараа капитал зэвсэглэмж өөрчлөгдөхөө больж тогтмолжино гэсэн үг. Ийм дүгнэлт эдийн засгийн онолын ном, монографуудад [2,3] тааралдах боловч чухамхүү хэдэн жилийн дараа зогсолтын цэгтээ хүрэх талаар бичиж тэмдэглэсэн зүйлийг олж үзэж чадсангүй. Тэгэхээр энэ асуудлыг тодруулах нь өгүүллэгийн зорилт болно. Үүний тулд (4) тэгшитгэлийг эхлээд бодъё. Хувьсагчийг ялгаж интегралчилбал

$$\int \frac{dk}{sk^\alpha - \delta k} = t + c \quad (7)$$

болно. Интегралчлалын тогтмолыг  $c$  гэж тэмдэглэв. Тэнцэтгэлийн зүүн талд буй интеграл  $t = k^{1-\alpha}$  орлуулгаар бодогдох ба шийд

$$1 - \frac{\delta}{s} k^{1-\alpha} = ce^{-(1-\alpha)\delta t} \quad (8)$$

гэж олдоно. Анхны нөхцөл  $k(t=0) = k_0$  тооцвол

$$\frac{s - \delta k^{1-\alpha}}{s - \delta k_0^{1-\alpha}} = e^{-(1-\alpha)\delta t} \quad (9)$$

болно. Үүнийг ялиггүй хувиргаж

$$k^{1-\alpha}(t) = \frac{s}{\delta} - \left(\frac{s}{\delta} - k_0^{1-\alpha}\right)e^{-(1-\alpha)\delta t} \quad (10)$$

гэж бичье. Сүүлчийн томъёо капитал зэвсэглэмж хугацаанаас өөрчлөгдөх хуулийг илэрхийлнэ. Хугацаа  $t \rightarrow \infty$  үед  $k^{1-\alpha}(\infty) = s/\delta$  болох ба (6) томъёотой тохирч байна. Практикт капитал зэвсэглэмжийн тогтворжих хугацааг  $t = \tau$  гэвэл хангалттай нарийвчлалтайгаар  $(1 - \alpha)\delta\tau = 3$  тэгшитгэлээр тодорхойлогдох ба

$$\tau = \frac{3}{(1 - \alpha)\delta} \quad (11)$$

болно. Энэ ойролцооллод тэнцвэр тогтох хугацаа хадгаламжийн норм  $s$ -оос хамаардаггүй болох нь харагдаж байна.

Таблицад параметруудын  $\alpha = 0.5$ ,  $\delta = 0.1$ ,  $s = 0.3$ ,  $k_0 = 4$  утганд харгалзах капитал зэвсэглэмжийн динамикийг (10) томъёогоор бодсон дүнг харуулав.

Он (жилээр)	0	1	2	3	4	5	10	20	60	100
$k(t)$	4	4.197	4.390	4.577	4.758	4.934	5.729	6.928	8.704	8.960

Авч үзэж буй тохиолдолд капиталын тогтворт утга нь (6) ёсоор  $k_* = 9$  байх бөгөөд үүнд хүрэх хугацааг (11) томъёогоор бодвол  $\tau = 60$  жил. Ийм хугацааны дараа капитал зэвсэглэмжийн хүрсэн төвшин нь  $k = 8.57$  ба жинхэнэ утгатай харьцуулбал алдаа нь 5% -иас хэтрэхгүй байна.

### Дүгнэлт

Р. Солоугийн загварын хүрээнд капитал зэвсэглэмжийн хугацааны хамаарлыг тодорхойлох дифференциал тэгшитгэл бичиж Кобб-Дугласын үйлдвэрлэлийн функцтэй үед шийдийг байгуулж тогтворжилтын утгыг олов. Энэ утганд хүрэхэд шаардагдах хугацаа нь  $\tau = 3/(1 - \alpha)\delta$  ойролцоо томъёогоор илэрхийлэгдэнэ. Капитал зэвсэглэмж тогтворжих хугацаа хадгаламжийн нормоос сул хамаардаг байна.

Талархал: Асуудлыг шүүн хэлэлцсэн доктор Р.Энхбат, багш О.Чулуунбаатар нарт талархал илэрхийлье.

### Dynamic of Capital Deepening

Within the scope of Economic Growth Model the differential equation for describing the dynamic of Capital Deepening is supposed and it's solution is found. The stabilisation value of the capital deepening is defined. It is shown that the time for reaching this stability is estimated by the formulae  $\tau = 3/(1 - \alpha)\delta$ , where  $\alpha$  and  $\delta$  capital rate per total production and speed of attrition of capital, respectively.

### Ашигласан ном зохиол

1. R.A. Solow "Quarterly Journal of Economics", 1956, February, pp. 65-94
2. Н.Грегори Менкью "Макро эдийн засаг" УБ, 1998
3. Д.Н Хайман "Современная микроэкономика: анализ и применение" Т1,2 М., 1992