

Нарны идэвхт үзэгдлийн физик параметруудыг “CFM” аргаар тодорхойлоход үүсгүүрийн функцэд оптик зузааныг тооцох

Ч.Мөнхжаргал, Д.Батмөнх, Б.Батбаяр

ШУА-ийн Одон орон геофизикийн судалгааны төв

Email: munkhjargal@rcag.ac.mn

Abstract

We presented some results about the physical parameters, derived with the cloud model taking into account the dependence of source function on the optical depth for solar absorption features. The dependence of source function on the optical depth is represented in the form $S_{\nu}(t_{\nu}) = a(1 + t_{\nu}^n)$. The parameter fitting is achieved by iterative Levenberg-Marquardt method for nonlinear dependences. The results of calculation were compared with the results obtained with the constant source function. Our results show that the dependence of source function on the optical depth very strongly influences the values of the optical thickness. Therefore because of decrease of the optical thickness the arch-filament system became thin than with constant source function. From the calculation for the filaments shows that the greatly reduced values of N_2 , N_e , and vice versa, T_e increases

Astrophysical plasma, 95.30.Qd

Key words: Sun: arch filament systems, line profiles; Method: fitting model

I. Оршил

Нарны физикийн шийдвэрлэх асуудлуудын нэг бол Нарны идэвхжил, үзэгдлүүдийн физик шинж чанарыг танин мэдэх явдал юм. Сансрын цаг агаарын төлөв, Дэлхийн соронзон орны хувьсал ба агаар мандалд байнга болж байдаг үзэгдлүүдийн эх үүсгүүр нь Нарны идэвхт үзэгдлүүд юм. Нарны идэвхт үзэгдлүүдийн физик хэмжигдэхүүнүүдийг тодорхойлдог олон аргууд байдаг. Тухайлбал, спектрийн шугамын хүрээ хэлбэрийг тооцоолох замаар Нар, одны агаар мандлын суурь загварыг [VAL,FAL] байгуулдаг. Зарим тохиолдолд зөвхөн тухайн үзэгдлүүдэд зориулж боловсруулсан, хялбаршуулсан тооцооллын аргууд ч байдаг. Түүний нэг нь CFM (Cloud Fitting Model) арга [Beckers,1964;Alissandrakis,1990] юм. Нарны гадаргуу дээр спектрийн шингээлтийн шугамаар ажиглагдах үзэгдлүүдэд, ялангуяа гэрэлт мандлаас хөндийрсөн ширхэглэг (filament) болон арк маягийн үзэгдлүүдийн хувьд энэ аргыг хэрэглэсэн байдаг [Tsiropoula 1997, Tziotziou 2003, Grossmann-Doerth 1977, CHAIN]. Эдгээр ажлуудад нийтлэг хэрэглэсэн нөхцөл бол үүсгүүрийн функцийг тогтмол буюу оптик гүнээс үл хамаарна гэж үзэн цацраг зөөлтийн тэгшитгэлийн шийдийг

гарган авч зохимжит параметрууд олох итерацийн аргаар үүсгүүрийн функц (S), шугамын төв дэх оптик зузаан (τ_0), доплер өргөн ($\Delta\lambda_D$), харааны дагуух хурд (v_{los}) гэсэн дөрвөн параметрийг ажиглалтын муруйд хамгийн дөхүү байхаар сонгон тодорхойлсон байна. Эдгээрийн тусламжтайгаар бусад физик хэмжигдэхүүнүүдийг тодорхойлно. Гэтэл хурдан хувьсан өөрчлөгдөж байдаг нарны идэвхт үзэгдлүүдийн хувьд үүсгүүрийн функц оптик гүнээс хамаарч байдаг [Mihalas,1982a]. Durrant (1975) ажилд үүсгүүрийн функц доплер өргөн хоёрын хамаарал ба цацраг хоорондын холбоог энгийн загвар дээр судалсны дүнд нарны өнгөт мандлын үзэгдлүүд дээр CFM аргыг хэрэглэхдээ дээрх хоёр хамаарлыг тооцох шаардлагатайг харуулсан байна. Бид энэхүү ажилд хэрэв үүсгүүрийн функц оптик гүнээс хамаарах бол эцсийн үр дүн буюу физик хэмжигдэхүүнд хэрхэн нөлөөлөх болон тэрхүү өөрчлөлтийн хэмжээнд үнэлгээ өгөхийг зорьсон юм. Тодорхойлох параметруудын тоог тогтмол байлгах үүднээс үүсгүүрийн функц, оптик гүний хоорондын хамаарал дахь тогтмолын тоог тодорхой нөхцлөөр хязгаарласан болно.

II. Арга

Цацрагийн эрчмийн хувьд цацраг зөөлтийн тэгшитгэлийг интеграл хэлбэрээр үүсгүүрийн функцээр илэрхийлэн бичвэл [Mihalas,1982b]:

$$I_v(\tau_v) = (I_v(0))e^{-\tau_v} + \int_0^{\tau_v} S_v(t_v) e^{-(\tau_v-t_v)} dt_v. \quad (1)$$

Энэ нь хавтгай геометрийн хувьд бичигдэх цацраг зөөлтийн дифференциаль тэгшитгэлийн формаль шийд боловч үүсгүүрийн функц мэдэгдэж байгаа тохиолдолд бодлогын эцсийн шийд болно. Энд $I_v(0)$ нь агаар мандлын дэвсгэр (background) давхаргын эталон (reference) эрчим, τ_v – харааны шугамын дагуух оптик зузаан, $S_v(t_v)$ – оптик гүнээс хамаарсан үүсгүүрийн функц.

Бейкерс [1964] болон бусад ажилд [Alissandrakis, 1990; Tsiropoula, 1997; Tziotziou, 2003] тэгшитгэл (1) дэх үүсгүүрийн функцийг тогтмол байдлаар буюу оптик гүнээс хамааралгүй авсан байдаг.

$S_v(t_v) = S$
Ажиглалтаас дараах C_v харьцаа хэмжигдэхүүнийг тодорхойлж болно.

$$\frac{I_v(\tau_v) - I_v(0)}{I_v(0)} \equiv C_v$$

Нөгөө талаас тэгшитгэл (1)-ээс C_v дараах хэлбэрээр олдоно:

$$C_v = \left(\frac{S}{I_v(0)} - 1 \right) (1 - e^{-\tau_v}). \quad (2)$$

Энд

$$\tau_v = \tau_0 \exp \left(- \left(\frac{\Delta}{\Delta \lambda_D} \right)^2 \right), \quad \Delta = \lambda - \lambda_c \left(1 - \frac{v_{los}}{c} \right). \quad (3)$$

Ажиглалтын дүнг зохистойгоор хангах v_{los} – харааны дагуух хурд, $\Delta \lambda_D$ – доплер өргөн, τ_0 – шугамын төв дэх оптик зузаан, S – үүсгүүрийн функц гэсэн дөрвөн параметруудыг тодорхойлж тэдгээрээр дамжуулан идэвхт үзэгдлүүдийн физик хэмжигдэхүүнүүдийг тодорхойлно. Энэ ажилд зохимжит шийдийг олох Левенберг-Марквертийн алгоритмыг [Nr, 2007] ашиглан дээрх параметруудыг тооцоолсон болно.

Үүсгүүрийн функц оптик гүний хоорондын хамаарал янз бүр байх (тухайн үзэгдлээс хамааран) боловч ерөнхий үнэлгээ өгөх үүднээс хялбар хамаарлыг сонгон авсан.

Хэрэв $S_v(t_v)$ –ийг дараах хамаарлаар авч

$$S_v(t_v) = a + bt_v$$

тэгшитгэл (1)-д орлуулж интеграл авсны дараа C_v харьцаа нь:

$$C_v = \left(\frac{a-b}{I_v(0)} - 1 \right) (1 - e^{-\tau_v}) + \frac{b}{I_v(0)} \tau_v \quad (4)$$

болно.

Минимизаци болон итерацийн аргыг аль болох цөөн тоотой параметруудын хувьд хэрэглэх нь алдаа багатай байдаг тул тэдгээрийн тоог тогтмол S – ийн хувьд байсан тоог хэвээр хадгалах үүднээс дараах нөхцлийг тавьж тооцооллыг үйлдсэн юм.

$$\begin{aligned} b &\rightarrow 0, & C_v(S_v) &\rightarrow C_v(S) \\ b = a, & C_v = e^{-\tau_v} - 1 + \frac{a}{I_v(0)} \tau_v \end{aligned} \quad (5)$$

$$S_v(t_v) = a(1 + t_v).$$

Энэ тохиолдолд (3) дахь параметруудыг тодорхойлохоос гадна үүсгүүрийн функцийн оронд a параметрийг олно.

Хэрэв $S_v(t_v)$ –ийг дараах хамаарлаар авч

$$S_v(t_v) = a + bt_v + ct_v^2,$$

тэгшитгэл (1)-д орлуулж интеграл авсны дараа C_v харьцаа нь:

$$\begin{aligned} C_v = e^{-\tau_v} - 1 + \frac{1}{I_v(0)} \{ &a(1 - e^{-\tau_v}) + c\tau_v^2 \\ &+ (b - 2c)(\tau_v + e^{-\tau_v} - 1) \}. \end{aligned} \quad (6)$$

Үл мэдэгдэгч параметруудын тоог түрүүчийн адил дөрөв байлгах үүднээс дараах нөхцлүүдийг тавьж болно. Хэрэв $b = a$, $c = 0.5a$ бол (6) дараах хэлбэрт орж (2) ба (5) дахь илэрхийлэлтэй төстэй болно:

$$C_v = C'_v + \frac{a}{2I_v(0)} \tau_v^2, \quad (7)$$

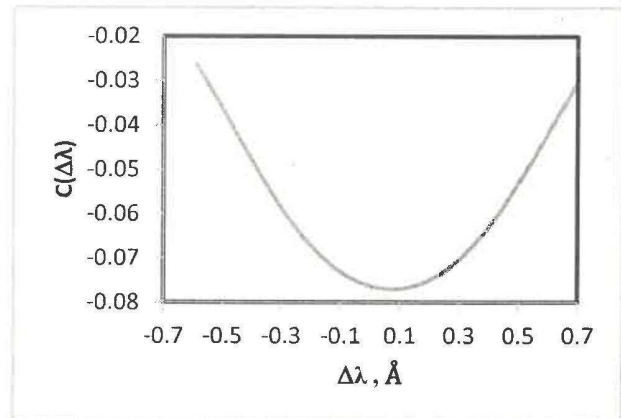
$$C'_v = \left(\frac{a}{I_v(0)} - 1 \right) (1 - e^{-\tau_v}).$$

Эцэст нь ажиглалтаас мэдэгдэх C_v -ийг ашиглан (2),(5) ба (7) томьёонуудаас дээр дурдсан дөрвөн параметруудын зохимжит утгуудыг олж, тэдгээрээр тухайн үзэгдлийн физик хэмжигдэхүүнийг тодорхойлно.

III. Туршилт, тооцооны үр дүн

Устөрөгчийн атомын H_α шугам тодорхой өргөнтэй байдаг. Ихэнх тохиолдолд нарны идэвхт үзэгдлүүдийн хувьд энэ шугамын нэвтрүүлэх өргөн $\sim 1 \div 2 \text{ \AA}$ байх шаардлагатай. Энэхүү хүрээний аль хэсэгт ажигласнаас хамааран өнгөт мандлын янз бүрийн өндөр дэх тухайн үзэгдлийг бүртгэж байна гэсэн үг. Өөрөөр хэлбэл, шугамын профилийн дагуу C_ν харьцааг тодорхойлно. [Alissandrakis, 1990] нарын ажилд арк маягийн ширхэглэгийн C_ν харьцааг тодорхойлж $S_\nu(t_\nu) = S$ тохиолдолд S , τ_0 , $\Delta\lambda_D$, v_{LOS} гэсэн дөрвөн физик параметруудын утгыг тооцоолсон байна. Эдгээрийг ашиглан (2) томьёогоор C_ν харьцааг олсон дүнг 1-р зургаас харж болно. Хэрэв дээрх параметрууд алдаа багатай тодорхойлогдсон бол шинээр олсон C_ν нь ажиглалтын C_ν харьцаанд маш дөхүү байх ёстой.

1-р зураг. [Alissandrakis, 1990] нарын тооцоолон олсон зохимжит дөрвөн параметруудаар тодорхойлсон C_ν харьцааны муруй.



Иймд 1-р зурагт үзүүлсэн дүнг ажиглалтын C_ν харьцаа болгон авч (2), (5) ба (7) томьёонуудын хувьд Левенберг-Маркувертийн алгоритмыг [Nr, 2007] ашиглан тооцоолол үйлдсэн юм. Хавсралтанд (A) дэд программаар үндсэн программд холбогдох фортран код буюу (2), (5) ба (7) тохиолдлын хувьд дээрх дөрвөн параметраар C_ν харьцаанаас авсан уламжлалыг тодорхой харуулсан. Тооцооллын дүнг 1-р хүснэгтээр харуулав. Эндээс үзэхэд $\Delta\lambda_D$, v_{LOS} параметрууд тогтмол шахуу байхад a , τ_0 параметрууд ихээхэн өөрчлөгдөж байна.

1-р хүснэгт. $I_0 = 170.0$ үед (2), (5) ба (7) томьёонуудаар тооцоолсон дүн

	a	τ_0	$\Delta\lambda_D [\text{\AA}]$	$v_{LOS} [\text{km/s}]$
1. $s = a$	151.3(0.44)	1.20(0.005)	0.55(0.002)	-3.4(0.04)
2. $s = a(1 + t)$	103.4(0.44)	0.30(0.005)	0.56(0.002)	-3.4(0.04)
3. $s = a(1 + t + 0.5t^2)$	100.6(0.17)	0.28(0.003)	0.57(0.002)	-3.4(0.04)

*Халтан дотор байгаа тоо бол итерацийн нийлэлтийн магадлалыг (uncertainties) харуулж байна.

Эдгээр параметруудаар үзэгдлийн физик хэмжигдэхүүнүүдийг тодорхойлж болно. Tsiropoula (1997) ажилд болон түүний эшлэл авсан ажлуудад өгөгдсөн томьёонуудыг ашигласан. Эдгээртомьёонууд нь өнгөт мандал ба титэмд харьцангуй тогтвортой орших үзэгдлүүдэд тохирох юм.

Энергийн 2-р түвшинд орших устөрөгчийн атомын тоог шугамын төв дэх оптик гүн τ_0 , доплер өргөн $\Delta\lambda_D$, харааны чиглэлийн дагуух геометр зузаан l зэргээр илэрхийлвэл:

$$N_2 = 7.26 \cdot 10^7 \frac{\tau_0 \Delta\lambda_D}{l} \quad (6)$$

Ya'ovkin (1975) нарын ажилд дөлний босоо, хавтгай загварын хувьд тогтонги төлөвийн тэгшитгэл бодох замаар электроны нягт N_e , устөрөгчийн атомын нийт тоог N_H дараах илэрхийллээр тооцоолсон байна.

$$N_e = 3.2 \cdot 10^8 \sqrt{N_2}, \quad N_H = 5 \cdot 10^8 \sqrt{N_2}. \quad (7)$$

Үүний дараа температур T , хийн даралт p_g , нэгж багана дахь масс M ба нягт ρ зэргийг дараах илэрхийллээр тооцоолж болно.

$$\Delta\lambda_D = \frac{\lambda_c}{c} \sqrt{v^2 + 2kT/m}, \quad (8)$$

$$p_g = k(N_e + 1.0851N_H)T_e, \quad (9)$$

$$M = (N_H m_H + 0.0851 N_H \times 3.97 m_H) l, \quad (10)$$

$$\rho = \frac{M}{l}, \quad (11)$$

2-р хүснэгтэнд үүсгүүрийн функцийг дээрх гурван тохиолдолд тооцоолсон хэмжигдэхүүнүүдийн тоон утгыг харууллаа.

2-р хүснэгт. $v = 10.0 \text{ км/с}$, $l = 2000 \text{ км}$ тохиолдолд тооцоолсон дүн

	$N_2 \left[\frac{1}{\text{cm}^3} \right]$	N_e	N_H	$T_e [K]$	$P_g \left[\frac{\text{dyn}}{\text{cm}^2} \right]$	$\rho \left[\frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \right]$	$M \left[\frac{\text{g}}{\text{cm}^2} \right]$
1.	.2391e05	.4948e1	.7731e11	.3174e0	0.5843	.1731e-	.3461e-
		1		5		12	04
2.	.6169e04	.2513e1	.3927e11	.3394e0	0.3175	.8791e-	.1758e-
		1		5		13	04
3.	.5827e04	.2443e1	.3817e11	.3440e0	0.3127	.8544e-	.1709e-
		1		5		13	04

IV. Дүгнэлт

Дээрх тооцооллын үр дүнгээс дараах дүгнэлтийг хийж болно. Үүнд:

- (1) Үүсгүүрийн функцийг оптик гүнээс хамааралтай (жишээ нь, $S_v(t_v) = a(1 + t_v)$) авахад тухайн идэвхт үзэгдлийн оптик зузаан харьцангуй ихээр багасаж, өөрөөр хэлбэл нимгэрч байна. Энэ нь үзэгдлийн физик хэмжигдэхүүнүүдийг тодорхойлоход шууд нөлөөлж байна. Бусад параметрууд харьцангуй бага буюу тооцооллын алдааны хүрээнд өөрчлөгдөж байна. $S_v(t_v) = a$ гэж үзэх нь ихэнх тохиолдолд физик хэмжигдэхүүний хувьд $\sim 26 \div 51\%$ -ийн алдаанд хүрч болох юм. Иймд энэ аргыг хэрэглэхдээ $S_v(t_v)$ хамаарлыг тооцож байх шаардлагатай.
- (2) Тест болон тодорхой үзэгдлийн ажиглалтын материал дээр хийсэн тооцооноос үзэхэд Левенберг-Маркувертийн алгоритмыг Нарны идэвхт үзэгдлийн физик хэмжигдэхүүнүүдийг CFM аргаар тодорхойлоход хэрэглэх бүрэн боломжтойг харууллаа.
- (3) Тухайн санааг хэрэгжүүлэхийн тулд (5) ба (7) болон тэдгээрийн

уламжлалын $\frac{\partial}{\partial a} C_v, \frac{\partial}{\partial \tau_0}, \frac{\partial}{\partial \Delta \lambda_D}, \frac{\partial}{\partial v_{LOS}}$ харгалзах томьёонуудыг гарган авсан.

V. Хэлэлцүүлэг

Энэ ажлын гол санаа бол үүсгүүрийн функцийг тогтмол авч хэрэглэдэг CFM арга нь Нарны өнгөт мандал болон титэм дэх идэвхт үзэгдлийн физик хэмжигдэхүүнийг тодорхойлоход ямар алдаанд хүрч болохыг хялбар хамаарлаар харуулахад оршиж байгаа юм. Минимизацийн аргаар хэд хэдэн параметрийг олох бодлого нь, ялангуяа шугаман биш тохиолдолд зөв бус тавилтай (некорректная задача) бодлого тул шийд анхны өгөгдлүүд хэр дөхүү сонгон авснаас ихээхэн хамаарна. Ийм бодлогын шийдийг олдог итерацийн олон аргууд байдаг. Бид судалгаандаа Левенберг-Маркувертийн алгоритмыг хэрэглэсэн юм. Параметрууд олон байх тусам бодлогын шийд зөв бус болно, итераци нийлэхгүйд хүрнэ. Энэ үүднээс үүсгүүрийн функцийг дээрх гурван тохиолдолд параметрийн тоог хэвээр хадгалсан юм. Зарим тохиолдолд бодлогын шийд тогтворгүй байдаг тул дээрх тооцооллыг хэд хэдэн анхдагч өгөгдлүүд дээр хийх шаардлагатай. Иймд Grossmann-Doerth (1977) нарын ажилд тодорхойлсон дараах өгөгдлүүдээр уг тооцооллыг давтан хийсэн.

S	τ_0	$\Delta \lambda_D$	v_{LOS}
0.13	1.1	0.45	4.0

Энэ тохиолдолд τ_0 түрүүчийн тооцооны нэгэн адил багасаж ($\sim 26\%$ - иар), тухайн үзэгдэл

оптик зузааны хувьд нимгэрч байна. Өөр нэг асуудал бол дэвсгэр цацрагийг $I_v(0)$ тооцоонд ямар байдлаар авсан тухай. Энд үүнийг хоёр янзаар, тогтмол болон хувьсах байдлаар авсан. Хувьсахын хувьд, $I_v(0)$ -ийн дундаж утга дээр санамсаргүй тоон утгууд оруулж тооцоолсон бөгөөд тоон утгын хувьд τ_0 нь тогтмол $I_v(0)$ -ийн τ_0 -тай харьцуулахад өөрчлөгдөж байгаа боловч багасдаг, оптик зузаан нимгэрдэг зүй тогтол хэвээр ажиглаж байна. Энэ аргыг судалгаандаа сонгож авсан шалтгаан нь нэгдүгээрт, нарны өнгөт мандлын идэвхт үзэгдлүүдийн физик хэмжигдэхүүнүүдийг шуурхай, нарийвчлал сайтай, хялбар аргаар тодорхойлох, хоёрдугаарт, шугамын профилийн дагуу (долгионы уртын дагуу) Н-альфа шүүлтүүрийн нэвтрүүлэх максимум эрчмийг өөрчлөх боломжтой байдаг, өөрөөр хэлбэл ажиглалтын C_v харьцааг тодорхойлж болох Н-альфа фильтрограмм гаргаж авч болно. Энэ аргыг идэвхт үзэгдлүүдэд хэрэглээд зогсохгүй, Bostanci (2008) нар Н-альфа шугам дахь тайван мужийн физик хэмжигдэхүүнийг тодорхойлоход ашигласан байдаг. Сүүлийн үед Нарны судалгаанд хэрэгжүүлж буй олон улсын CHAIN хөтөлбөрт ч энэ аргыг хэрэглэж байна.

Талархал. Энэхүү ажил нь суурь судалгааны "Нарны идэвхжлийн өсөлтийн үе дэх идэвхт муж, үзэгдлүүдийн бүтэц, динамикийн судалгаа" сэдэвт ажлын хүрээнд хийгдсэн бөгөөд санхүүжүүлж, удирдлага зохион байгуулалтаар хангаж өгсөн холбогдох байгууллагуудад талархал дэвшүүлж байна.

VI. Хавсралт А

Левенберг-Маркувертийн алгоритмыг ашиглахын тулд тухайн бодлогын хувьд шаардлагатай үндсэн ба дэд программыг зохиож холбох ёстой. Тухайлбал, C_v -ийн хувьд гарган авсан (2), (5) ба (7) илэрхийллээс S буюу a , τ_0 , $\Delta\lambda_D$, v_{LOS} гэсэн дөрвөн физик параметруудаар уламжлал авна. Эдгээрийг (dyda(4) байдлаар) дараах fgauss дэд программд суулгаж өгнө.

```
subroutine fgauss(x,a,y,dyda,na,i)
  integer na,i,ks
  real x,y,a(na),dyda(na)
  real arg,tau,b
```

```
common/bc/ backg(500)
common/ks7/ks
  arg=(x+a(4))/a(3)
  ex=exp(-arg*arg)
  tau=a(2)*ex
  if(ks.eq.1) then
c    in case s=a
    b=2.0*tau*(a(1)/backg(i)-1.0)*exp(-tau)
    y=(a(1)/backg(i)-1.0)*(1.0-exp(-tau))
    dyda(1)=(1.0-exp(-tau))/backg(i)
! for source function a(1)
    dyda(2)=b/2.0/a(2)
! for optical depth at line center a(2)
    dyda(4)=-b*arg/a(3)
! for line of sight velocity a(4)
    dyda(3)=b*arg*arg/a(3)
! for doppler width a(3)
    go to 4
  else
c    in case s=a(1+t)
    if(ks.eq.2) then
      b=a(1)/backg(i)-exp(-tau)
      y=exp(-tau)-1.0+a(1)/backg(i)*tau
      dyda(1)=tau/backg(i)
! for source function a(1)
      dyda(2)=b*ex
! for optical depth at line center a(2)
      d=2.*b*a(2)*arg/a(3)*ex
      dyda(4)=-d
! for line of sight velocity a(4)
      dyda(3)=d*arg
! for doppler width a(3)
      go to 4
    else
c    in case s=a(1+t+t2)
      b=2.0*tau*(a(1)/backg(i)-1.0)*exp(-tau)
      y=(a(1)/backg(i)-1.0)*(1.0-exp(-tau))
      * +a(1)/backg(i)*tau*tau/2.0
      dyda(1)=(1.0-exp(-tau))/backg(i)
! for source function a(1)
      * +tau*tau/2.0/backg(i)
      dyda(2)=b/2.0/a(2)
! for optical depth at line center a(2)
      * +a(1)/backg(i)*tau*ex
      dyda(4)=-b*arg/a(3)
! for line of sight velocity a(4)
      * -2.0*a(1)/backg(i)*tau*tau*arg/a(3)
      dyda(3)=b*arg*arg/a(3)
! for doppler width a(3)
```

```

+2.0*a(1)/backg(i)*tau*tau*arg*arg/a(3)
endif
endif
endif
4 continue
return
end

```

VII. Ном зүй

- Alissandrakis C.E., Tsiropoula G., Mein P. 1990, A&A, **230**,200
 Beckers J.M. 1964, PhD thesis Utrecht University
 Bostanci Z.F., Al Erdogan, 2008, Mem.S.A.It. Vol., 1
 Durrant C.J. 1975, Sol. Phys., **44**, 41
 Fontenla, J. M., Avrett, E. H., & Loeser, R. 1993, ApJ, 406, 319 (FAL)
 Grossmann-Doerth U. & von Uexkull M. 1977, Sol.Phys.,**55**,321
 Mihalas D. Stellar Atmospheres (1), Russian ed., 1982a, p.115; 1982b, p.61
 Numerical recipes (Nr), 2007, p.801
 Tsiropoula G., Schmieder B. 1997, A&A, **324**,1183
 Tziotziou K., Tsiropoula G., Mein P. 2003, A&A, **402**,361
 Vernazza J.E., Avrett E.H., Loeser R. 1981, ApJS, **45**,635 (VAL)
 Yakovkin N.A., Zeldina M.Yu. 1975, Sol.Phys., **45**,319
<http://www.kwasan.kyoto-u.ac.jp/CHAIN/>