МУИС, Эрдэм Шинжилгээний Бичиг, ФИЗИК №251(13), 2005, хууд. 131-134

Диэлектрик тензорын диагональ элементүүд нь эрчмээс дурын хамааралтай байх тохиолдолд гэрлийн стационар долгионы бодлогыг бодох нэгэн хялбар арга

Г. Очирбат, Д.Улам-Оргих, О.Нямсурэн

МУИС, ФЭС, ОТФТэнхим

Бид [1]-д Максвеллийн бүрэн систем тэгшитгэлийг интегралчлах асуудал тавихдаа туслах хувьсагчууд хэрэглэсэн билээ. Туслах хувьсагчуудыг холбосон дифференциаль тэгшитгэл интегралчлагдах тохиолд оронгийн байгуулагч бүрийн амплитудын квадрат туссан гэрлийн эрчмээс функц гэдэг нь тодорхой болсон билээ. Диэлектрикийн тензорын диагонолийн гурван элемент эрчмээс хамаарсан дурын функц байх тохиолд туслах хувьсагчийн аргаар TE, TM долгионы бодлогыг тус тусд нь бодсон болно. TE, TM долгионы бодлогыг бодох өөр хялбар арга байнаа. Үүнийг дор толилуулъя .

Хавтгай илтэс буюу хавтгай суурь давхарга орчин дахь гэрлийн стационар цахилгаан соронзон долгионы оронг дараах хэлбэртэй гэж үзье

$$\begin{aligned} E_x &= iA\exp(i\phi_A)\varphi + k.c, \quad E_y = e\cdot\exp(i\phi_E)\varphi + k.c, \quad E_z = e_z\exp(i\phi_h)\varphi + k.c, \\ H_x &= iH\exp(i\phi_H)\varphi + k.c, \quad H_y = h\exp(i\phi_h)\varphi + k.c, \quad H_z = h_z\exp(i\phi_E)\varphi + k.c, \end{aligned} \tag{1}$$

Энд $\varphi = exp(-i\omega t + ik_0\beta x)$, k_0 – долгионы векторын вакуум дахь модуль , β - рефракциин тогтмол, ω - дугуй давтамж, $A,\ e,\ e_z,\ H,\ h,\ h_z$ -амплитудууд.

$$A>0,\ e>0,\ e_z>0,\ H>0,\ h<0,\ h_z>0.$$

Түүнчлэн Φ_A, Φ_e, Φ_H, Φ_h - фазууд. Эдгээр нь зөвхөн z-координатаас хамаарна .

Гэрэл z –тэнхлэгийн эерэг чиглэлд тарж байгаа гэж үзэв. Манай тэмдэглэлээр бол Максвеллийн тэгшитгэлүүд нь дараах хэлбэртэй бичигдэнэ.

$$\frac{dh^2}{dz} = -2\in_1\sqrt{A^2h^2 - 4c_{01}^{\ 2}}\ , \tag{2}$$

$$\frac{dA^2}{dz} = 2\frac{\in_3 - \beta^2}{\in_3}\sqrt{A^2h^2 - 4c_{01}^{\ 2}}\ , \tag{3}$$

$$\frac{de^2}{dz} = 2\sqrt{H^2e^2 - 4c_{02}^{\ 2}}\ , \tag{4}$$

$$\frac{dH^2}{dz} = 2(\beta^2 - \in_2)\sqrt{H^2e^2 - 4c_{02}^{\ 2}}\ . \tag{5}$$

Энд k_0z-ийг z ээр тэмдэглэсэн. c_{01}, c_{02} – тогтмолууд. Эдгээр нь TM,TE долгион дахь энергийн урсгалын хэмжээ байгаа юм. $\in_1$, $\in_2$, $\in_3$ - диэлектрикийн тензорын гурван гол утга. Энэ гурав локаль эрчмээс хамаарсан дурын функцүүд.

Фазуудын тэгшитгэлүүд:

$$\frac{d}{dz}\phi_A = \frac{\in_3 - \beta^2}{\in_3}\frac{2c_{01}}{A^2} \tag{6}$$

$$\frac{d}{dz}\phi_h = \in_1\frac{2c_{01}}{h^2} \tag{7}$$

$$\frac{d}{dz}\phi_E = \frac{2c_{02}}{e^2} \tag{8}$$

$$\frac{d}{dz}\phi_H = (\epsilon_2 - \beta^2)\frac{2c_{02}}{H^2} \tag{9}$$

(2)-(5) тэгшитгэлүүдээс эрчим координатаас хамаарах хамаарлыг үзүүлсэн дараах тэгшитгэл үүснэ.

$$\frac{dI}{dz} = \frac{2((\epsilon_3^2 - \beta^2(\epsilon_1 + \epsilon_3))\sqrt{A^2h^2 - 4c_{01}^2} + \epsilon_3^2\sqrt{H^2e^2 - 4c_{02}^2})}{\epsilon_3^2 + 2\beta^2 \frac{d\epsilon_3}{dI}h^2}. \tag{10}$$

Хэрвээ A^2, h^2, H^2, и e^2 хэмжигдүүнүүд локаль эрчмээс хамаарах хамаарал нь тодорхой болчихвол энэ тэгшитгэлд хувьсагчууд ялгагдан шууд бодогдоно.

Хэрвээ A^2, h^2 нь локаль эрчим I-ээс хамаардаг юм бол (2), (3) тэгшитгэл нь

$$\frac{dh^2}{dI} = -\frac{2}{F(I)}\epsilon_1\sqrt{A^2h^2 - 4c_{01}^2} \tag{11}$$

$$\frac{dA^2}{dI} = \frac{2}{F(I)}\frac{\epsilon_3 - \beta^2}{\epsilon_3}\sqrt{A^2h^2 - 4c_{01}^2} \tag{12}$$

болно. Энд $F(I)$ бол (6) тэгшитгэлийн баруун тал мөн. Түүнчлэн A^2, h^2 нь локаль эрчим I-ээс хамаардаг юм бол (4), (5) тэгшитгэл нь

$$\frac{de^2}{dI} = \frac{2}{F(I)}\sqrt{H^2e^2 - 4c_{02}^2} \tag{13}$$

$$\frac{dH^2}{dI} = \frac{2}{F(I)}(\beta^2 - \epsilon_2)\sqrt{H^2e^2 - 4c_{02}^2} \tag{14}$$

болно.

(13), (14)-аас дараах харьцаа үүснэ.

$$\frac{dA^2}{dI} + \frac{\epsilon_3 - \beta^2}{\epsilon_1\epsilon_3}\frac{dh^2}{dI} = 0 \tag{15}$$

(9), (10) аас дараах харьцаа үүснэ.

$$\frac{dH^2}{dI} + (\epsilon_3 - \beta^2)\frac{de^2}{dI} = 0 \tag{16}$$

<u>ТМ - долгио</u>. e=0.

Гэрлийн локаль эрчим

$$I = A^2 + |e_z|^2,$$

Үүний хоёр талаас I –ээр уламжлал аваад (11) харьцааг хэрэглэвээс

$$1 = \frac{d}{dI}A^2 + \frac{d}{dI}|e_z|^2 = \frac{\beta^2(\epsilon_1 + \epsilon_3) - \epsilon_3^2}{\epsilon_1\epsilon_3^2}\frac{d}{dI}h^2 - \frac{2\beta^2}{\epsilon_3^3}\frac{d\epsilon_3}{dI}h^2 \tag{17}$$

болно. Энэ тэгшитгэлийг стандарт хэлбэрт оруулан бичвэл

$$\frac{d}{dI}h^2 + p(I)h^2 = Q(I), \tag{18}$$

Үүнд:

$$p(I) = -\frac{2\beta^2}{\beta^2(\epsilon_1 + \epsilon_3) - \epsilon_3^2}\frac{d\epsilon_3}{dI}\frac{\epsilon_1}{\epsilon_3}, \tag{19}$$

$$Q(I) = \frac{\epsilon_1\epsilon_3^2}{\beta^2(\epsilon_1 + \epsilon_3) - \epsilon_3^2}, \tag{20}$$

(19) тэгшитгэлийн шийд

$$h^2(I) = \left(\int^{I} Q(y)\exp\left(\int^{y} p(x)dx\right)dy + ch\right)\exp\left(-\int^{I} p(x)dx\right) \quad (21)$$

ch-тогтмол. Энэ шийдийг ашиглан $A^2(I)$-ийг тодорхойлбоос

$$A^2(I) = \int \frac{\epsilon_3 - \beta^2}{\epsilon_1 \epsilon_3}(-Q(I) + p(I)h^2(I))dI + ca \quad (22)$$

ca- тогтмол. Мөн түүнчлэн

$$|e_z|^2(I) = \frac{\beta^2}{\epsilon_3^2}h^2(I) \quad (23)$$

фазуудыг олбоос

$$\phi_A(I) = \int \frac{\epsilon_3 - \beta^2}{\epsilon_3}\frac{2co_{01}}{A^2(I)}\frac{dI}{f(I)} + cfa \quad (24)$$

cfa- тогтмол. Үүнд:

$$f(I) = \frac{2(\epsilon_3^2 - \beta^2(\epsilon_1 + \epsilon_3))\sqrt{A^2h^2 - 4c_{01}^2}}{\epsilon_3^2 + 2\beta^2\frac{d\epsilon_3}{dI}h^2}. \quad (25)$$

$$\phi_h(I) = \int \epsilon_1(I)\frac{2co_1}{h^2(I)}\frac{dI}{f(I)} + cfh \quad (26)$$

cfh- тогтмол.
Одоо (10) тэгшитгэлийг интгегралчилж болно.

$$z = z_0 + \int^{I} \frac{1}{f(I)}dI. \quad (27)$$

<u>ТЕ долгио</u>. h=0. Шийдийг шууд бичвээс

$$e^2 = I\ ,\ H^2(I) = \beta^2 I - \int_0^{I} \epsilon_2(I)dI + cH. \quad (28)$$

Үүнд cH -тогтмол

$$z = z_0 \pm \frac{1}{2}\int_{I_0}^{I} \frac{dI}{\sqrt{H^2e^2 - 4c_{02}^2}}, \quad (29)$$

$$\phi_E = \int \frac{2c_{02}}{e^2\sqrt{H^2e^2 - 4c_{02}^2}}dI + cfe,\quad cfe - \text{тогтмол} \quad (30)$$

$$\phi_E = \int \frac{(\epsilon_2 - \beta^2)2c_{02}}{H^2\sqrt{H^2e^2 - 4c_{02}^2}}dI + cfH,\quad cfH \text{—тогтмол} \quad (31)$$

ДҮГНЭЛТ

Диэлектрикийн тензорын диагоналийн элементүүд нь эрчмээс чөлөөтэй хамаарах анизотроп орчин доторхи ТМ ба ТЕ долгионы бодлогын формаль шийдүүдийг нэгэн хялбар аргаар олов.