

Сөрөг керр суурь орчинд бүрэн ойх гэрлийн дурын туйлшралтай долгио

О. Нямсүрэн, Г. Очирбат*, Д.Улам-Оргих

Монгол Улс, Улаанбаатар-210646, Их сургуулийн гудамж-1, Монгол Улсын Их Сургууль,

Физик Электроникийн Сургууль, Онолын Физикийн Тэнхим

*Э-шуудан ochirbatguseelee@yahoo.com

Сөрөг керр орчинд бүрэн ойх ерөнхий туйлширалтай гэрлийн долгионы оронгийн амплитуд бүрийг диэлектрикийн функцээр илэрхийлэх бодлого тавья. Бид өмнөх [1] өгүүлэлд гаргаж авсан тэгшитгэлүүдээ хэрэглэх боломжтой. Эдгээр тэгшитгэлүүдээс дараах дөрвийг сонгож авъя.

$$e_y^2 = -\varepsilon + \varepsilon_l - A^2 - \frac{\beta^2}{\varepsilon^2} h^2 \quad (1)$$

$$\frac{dA^2}{d\varepsilon} = \frac{\beta^2 - \varepsilon}{\varepsilon^2} \frac{dh^2}{d\varepsilon} \quad (2)$$

$$\frac{dH^2}{d\varepsilon} = (\beta^2 - \varepsilon) \frac{de_y^2}{d\varepsilon} \quad (3)$$

$$\frac{dh^2}{d\varepsilon} = \frac{\varepsilon^2}{\varepsilon - 2\beta^2 + \varepsilon \cdot Dd} \left(1 - \frac{2\beta^2}{\varepsilon^3} h^2\right) \quad (4)$$

Үүнд

$$Dd = 1_h 1_e \frac{e_y H}{Ah} = -\sqrt{\frac{e_y^2 H^2}{A^2 h^2}} \quad (5)$$

Хязгаарын тохиолд шилжихэд $1_h 1_e = 1$ гэж авах нь зүйтэй гэдэг нь мэдэгдэнэ, хасах тэмдэг нь $h < 0$ тай холбоотой. Энэ системийг бодоход гол бэрхшээл Dd илэрхийлэлээс үүснэ, Энэ илэрхийлэлд хандах хэрэг олон удаа гарах тул түүнд “зангилаа” гэдэг нэр өгье. Систем тэгшитгэлд ямар анхны нөхцөл тавьж болох вэ?

Орчны гүнд унтрах долгионд оронгийн аль ч компонентийн амплитуд тэг рүү тэмүүлэх болно. Иймд

$\varepsilon = \varepsilon_l$ байхад

$$A^2 = 0, h^2 = 0, e_y^2 = 0, H^2 = 0$$

болно гэсэн анхны нөхцөл авах нь боломжтой бөгөөд оновчтой мэт санагдана.

Ийм анхны нөхцөлтэй бодлогын шийдийг [2]-д боловсруулсан аргаар байгуулах ажилд шилжье.

Бид $\varepsilon = \varepsilon_l$ цэг дээр оронгийн компонент бүрийн квадратыг цуваанд задалъя. Үүнд $\varepsilon = \varepsilon_l - x, x > 0$

$$A^2 = x Aa0 + x^2 Aa1 + x^3 Aa2 + x^4 Aa3 + \dots \quad (6)$$

$$h^2 = x h0 + x^2 h1 + x^3 h2 + x^4 h3 + \dots \quad (7)$$

$$e_y^2 = x e0 + x^2 e1 + x^3 e2 + x^4 e3 + \dots \quad (8)$$

$$H^2 = x Hh0 + x^2 Hh1 + x^3 Hh2 + x^4 Hh3 + \dots \quad (9)$$

I. ТЭГ НАРИЙВЧЛАЛ

Энэ нарийвчлалд (2) тэгшитгэлээс

$$Aa0 = \frac{\beta^2 - \varepsilon_l}{\varepsilon_l^2} h0. \quad (10)$$

Тэр орчимд тэмдэг хадгалагдах тул $Aa0 > 0, h0 > 0$. Эндээс

$$\beta^2 > \varepsilon_l \quad (11)$$

Унтрах долгио байх нэг нөхцөл нь рефракцийн тогтмолын квадрат нь диэлектрикийн тогтмоос их байх явдал аж. (1) тэгшитгэлээс

$$e0 = 1 - Aa0 - \frac{\beta^2}{\varepsilon_l^2} h0 \quad (12)$$

Энэ тэгшитгэлд (10)аас орлуулга хийвэл

$$e0 = 1 + \frac{\varepsilon_l - 2\beta^2}{\varepsilon_l^2} h0 \quad (13)$$

Энэ бол чухал үр дүн. Утга нь түүнийг

$$e0 + \frac{2\beta^2 - \varepsilon_l}{\varepsilon_l^2} h0 = 1 \quad (14)$$

хэлбэртэй бичихэд тодорхой харагдана. Үүнийг $\varepsilon \rightarrow \varepsilon_l$ хязгаар хавьд дурын туйлширал дотор ТЕ ба ТМ хэсэг ямар харьцаатай байж болохыг харуулсан нэг ёсны хувь хэмжээний дүрэм гэж ойлгож болохоор байна. $e0$ нь дурын утга авч чадахгүй, харин тэгээс эхлэн 1 хүртэл утга авч болох бол $h0$ нь тэгээс эхлэн $\frac{\varepsilon_l^2}{\varepsilon_l - 2\beta^2}$ хүртэл утга авч болох юм. $e0 = 1$ буюу $h0 = 0$ - утга цэвэр ТЕ туйлширалд $e0 = 0$ буюу $h0 = \frac{\varepsilon_l^2}{\varepsilon_l - 2\beta^2}$ - утга цэвэр ТМ туйлширалд тус тус харгалзана.

(3) тэгшитгэлээс

$$Hh0 = (\beta^2 - \varepsilon_l)e0. \quad (15)$$

(6), (7), (8), (9) ийн улмаас Dd - зангилгаа нь $Dd = Dd0 + xDd1 + x^2Dd2 + x^3Dd3 + \dots$ (16) гэж задарна. (10), (13), (15) илэрхийллүүдийг ашиглахад тэг нарийвчлалд

$$Dd0 = -\varepsilon_l \frac{e0}{h0} \quad (17)$$

гэж бичигдэнэ.

Нөгөө талаас (4) тэгшитгэлийг тэг нарийвчлалд бичвэл

$$(\varepsilon_l - 2\beta^2 + \varepsilon_l Dd0)h0 = -\varepsilon_l^2 \quad (18)$$

Энд $Dd0$ -ийн (17) илэрхийллийг орлуулан тавихад адилтгал болж хувирна. Ингэхлээр эндээс $h0$ тодорхойлогдохгүй, $h0$ -ын утга тодорхой биш үлдэнэ. Энэ нь ерөнхий тохиолд унтрах долгионы бодлого нэг сул параметртай гэсэн үг. Ийм байх нь ч аргагүй. $h0$ -г сул параметраар сонгон авбал түүний өгөдсөн утга бүр ерөнхий туйлширал дотор ТМ ба ТЕ хэсэг ямар харьцаатай байхыг харуулах болно((14)-хувь хэмжээний дүрэмээр).

II. ДАРААГИЙН НАРИЙВЧЛАЛУУД

Бид 1-рт (2) тэгшитгэлээс $Aa0, Aa1, Aa2, Aa3, \dots$ -г $h0, h1, h2, h3, \dots$ ээр илэрхийлээд 2-рт (1) тэгшитгэлээс $e0, e1, e2, e3, \dots$ -г мөн $h0, h1, h2, h3, \dots$ -ээр илэрхийлээд 3-рт (3) тэгшитгэлээс $Hh0, Hh1, Hh2, Hh3, \dots$ -г $e0, e1, e2, e3, \dots$ ээр илэрхийлээд эцэст нь (4) тэгшитгэлийг бодож $h0, h1, h2, h3, \dots$ -ыг дэс дараалан олох зорилго тавьсан. Гол нь тухайн j -р нарийвчлалд Ddj зангилааны бүтцийг шинжилж тэндээс үл мэдэгдэх- hj -г агуулсан ба агуулаагүй хэсгийг ялгах, бас сингуляр гишүүнийг ялгаж тусад нь тооцохтой холбогдсон ажил гарна. Өндөр нарийвчлалыг машингүйгээр бодох боломж үгүй. Бид Mathematic 6-ийн symbolic үйлдлийн зарим command ашиглан 6 зэргийн нарийвчлалтай олсон шийдээ appendix A-д жагсаав. Бодолтыг гүйцэтгэсэн процедурыг 3-р нарийвчлалаар жишээлэн appendix B-д харуулав. Тэнд 3-р нарийвчлалд $h3, Dd3$ -г хэрхэн олсоныг үзнэ үү. Тухайн j -р нарийвчлалд hj ийн хамт Ddj ийн илэрхийллийг олох шаардлага гардаг, учир нь, Ddj нь hj ийн хамт дараагийн нарийвчлалд хэрэглэгддэг.

Бодолтын зөв бурууг шат шатанд нь хянаад явах боломж бидэнд байсан.. Жишээлбэл, $h0$ -ийн

$$h0 = \frac{\varepsilon_l^2}{2\beta^2 - \varepsilon_l} \quad \text{-гэсэн тодорхой утгад бүх}$$

Ddj тэг болж хувирах ёстой юм. Бас hj бүрийн утга ТМ тохиолыхтой давхцаж байх ёстой. Хавсралтууд Wolfram notebook хэлбэртэй байгаа, тэнд $\beta^2 = b0, \varepsilon_l = ep$ эсэн тэмдэглэл хэрэглэсэн байгааг анхаарна уу

III. ДҮГНЭЛТ

Бид өөрөө сарниулагч керр орчинд ерөнхий туйлширалтай долгионы оронгийн компонент бүрийн амплитудыг диэлектрикийн функцээр илэрхийлэн тодорхойлоход хүрэлцэхүйц тооны тэгшитгэл томъёолсон юм[1].

Эдгээр тэгшитгэлээ ашиглан өөрөө сарниулагч керр орчинд бүрэн ойх, дурын

туйлширалтай гэрлийн долгионы оронгийн компонент бүрийн амплитудыг диэлектрикийн функцээр илэрхийлэх бодлогыг [2]-д боловсруулсан методикоор 6 зэргийн нарийвчлалтай бодов.

РЕЗЮМЕ

Достаточное число уравнений, для выражения амплитуды каждого компонента волнового поля произвольно поляризованного света в дефокусирующей керр среде через локальную диэлектрическую функцию, было сформулировано нами в [1]. Используя эти уравнения, с помощью метода выработки в [2], мы решили задачу выражения амплитуды каждого компонента волнового поля произвольно поляризованного света, полностью отраженного, в дефокусирующей керр среде, через локальную диэлектрическую функцию, с приближением до шестой степени..

ИШЛЭЛ

1. О. Нямсүрэн Г. Очирбат, Сөрөг керр илтэс дэх гэрлийн дурын туйлширалтай стационар долгионы оронгийн амплитуд бүр диэлектрикийн функцээс хамаарах хамаарлыг тодорхойлох бүрэн систем тэгшитгэл, МУИС, ФЭС, эрдэм шинжилгээний бичигийн энэ дугаарт
2. О. Нямсүрэн Г. Очирбат, Гэрлийн дурын туйлширалтай стационар долгио эерэг керр сууь орчноос бүрэн ойх бодлого.МУИС, ФЭС-ийн эрдэм шинжилгээний бичиг № 355(16), 2011, Улаанбаатар.

Appendix A

A solution of initial value problem for finding amplitude of every field component in arbitrary polarized and totally reflected light waves in self defocusing kerr media, as function of dielectric function, is given by power series accurate to the 6th order

Negative kerr media's dielectric function is

$\epsilon = \epsilon_p - x$, where $x > 0$, ϵ_p - dielectric constant, x - the term proportional to intensity, considered as independent variable

Square of amplitude of y component of the electric field is presented by power series accurate to the 6th order :

$$h^2 = h_0 x + h_1 x^2 + h_2 x^3 + h_3 x^4 + h_4 x^5 + h_5 x^6;$$

CoefficientList : $\{h_0, h_1, h_2, h_3, h_4, h_5\}$ is found with elements expressed in the term of initial value, h_0 .

$$h_1 = h_0 \left(-\frac{1}{2\epsilon_p} - \frac{2b_0 h_0}{\epsilon_p^3} \right);$$

$$h_2 = h_0 \left(\frac{b_0}{48 b_1 \epsilon_p^2} + h_0 \frac{-50 b_0^2 + 49 b_0 \epsilon_p}{48 b_1 \epsilon_p^4} + h_0^2 \frac{4 b_0^2}{\epsilon_p^6} \right);$$

$$h_3 = \frac{1}{3\epsilon_p^2} h_0 \left(\frac{-2 b_0^2 - 5 b_0 \epsilon_p}{384 (b_0 - \epsilon_p)^2 \epsilon_p} + \frac{(-1276 b_0^3 + 2440 b_0^2 \epsilon_p - 1157 b_0 \epsilon_p^2) h_0}{384 (b_0 - \epsilon_p)^2 \epsilon_p^3} + \frac{(56 b_0^3 - 55 b_0^2 \epsilon_p) h_0^2}{3 (b_0 - \epsilon_p) \epsilon_p^5} - \frac{24 b_0^3 h_0^3}{\epsilon_p^7} \right);$$

$$h_4 = \frac{(156 b_0^3 - 332 b_0^2 \epsilon_p - 13 b_0 \epsilon_p^2) h_0}{92160 \epsilon_p^4 (-b_0 + \epsilon_p)^3} + \frac{(104560 b_0^4 - 304360 b_0^3 \epsilon_p + 292162 b_0^2 \epsilon_p^2 - 92173 b_0 \epsilon_p^3) h_0^2}{92160 \epsilon_p^6 (-b_0 + \epsilon_p)^3} + \frac{(199828 b_0^4 - 388964 b_0^3 \epsilon_p + 188317 b_0^2 \epsilon_p^2) h_0^3}{23040 \epsilon_p^8 (-b_0 + \epsilon_p)^2} + \frac{(7486 b_0^4 - 7343 b_0^3 \epsilon_p) h_0^4}{360 \epsilon_p^{10} (-b_0 + \epsilon_p)} + \frac{16 b_0^4 h_0^5}{\epsilon_p^{12}};$$

$$h_5 = -\frac{(1036 b_0^4 - 3540 b_0^3 \epsilon_p + 3983 b_0^2 \epsilon_p^2 - 786 b_0 \epsilon_p^3) h_0}{921600 (b_0 - \epsilon_p)^4 \epsilon_p^5} - \frac{1}{2764800 (b_0 - \epsilon_p)^4 \epsilon_p^7} (3205904 b_0^5 - 12507352 b_0^4 \epsilon_p + 18193382 b_0^3 \epsilon_p^2 - 11656455 b_0^2 \epsilon_p^3 + 2762442 b_0 \epsilon_p^4) h_0^2 - \frac{((-7799564 b_0^5 + 22780884 b_0^4 \epsilon_p - 22055815 b_0^3 \epsilon_p^2 + 7065480 b_0^2 \epsilon_p^3) h_0^3)}{2764800 (b_0 - \epsilon_p)^4 \epsilon_p^7}$$

$$(691200 (b_0 - \epsilon p)^3 \epsilon p^9) - \frac{(1689740 b_0^5 - 3298016 b_0^4 \epsilon p + 1602485 b_0^3 \epsilon p^2) h_0^4}{43200 (b_0 - \epsilon p)^2 \epsilon p^{11}} + \frac{(8758 b_0^5 - 8579 b_0^4 \epsilon p) h_0^5}{150 (b_0 - \epsilon p) \epsilon p^{13}} - \frac{32 b_0^5 h_0^6}{\epsilon p^{15}};$$

CoefficientList in the power series of square of amplitude of x component of the electric field is

$$\{Aa_0, Aa_1, Aa_2, Aa_3, Aa_4, Aa_5\} = \left\{ \frac{(b_0 - \epsilon p) h_0}{\epsilon p^2}, \frac{(2 b_0 - \epsilon p) h_0}{2 \epsilon p^3} + \frac{(2 b_0 \epsilon p - 2 \epsilon p^2) h_1}{2 \epsilon p^3}, \right. \\ \frac{(3 b_0 - \epsilon p) h_0}{3 \epsilon p^4} + \frac{(4 b_0 \epsilon p - 2 \epsilon p^2) h_1}{3 \epsilon p^4} + \frac{(3 b_0 \epsilon p^2 - 3 \epsilon p^3) h_2}{3 \epsilon p^4}, \\ \frac{(4 b_0 - \epsilon p) h_0}{4 \epsilon p^5} + \frac{(6 b_0 \epsilon p - 2 \epsilon p^2) h_1}{4 \epsilon p^5} + \frac{(6 b_0 \epsilon p^2 - 3 \epsilon p^3) h_2}{4 \epsilon p^5} + \frac{(4 b_0 \epsilon p^3 - 4 \epsilon p^4) h_3}{4 \epsilon p^5}, \\ \frac{(5 b_0 - \epsilon p) h_0}{5 \epsilon p^6} + \frac{(8 b_0 \epsilon p - 2 \epsilon p^2) h_1}{5 \epsilon p^6} + \frac{(9 b_0 \epsilon p^2 - 3 \epsilon p^3) h_2}{5 \epsilon p^6} + \frac{(8 b_0 \epsilon p^3 - 4 \epsilon p^4) h_3}{5 \epsilon p^6} + \\ \frac{(5 b_0 \epsilon p^4 - 5 \epsilon p^5) h_4}{5 \epsilon p^6}, \frac{(6 b_0 - \epsilon p) h_0}{6 \epsilon p^7} + \frac{(10 b_0 \epsilon p - 2 \epsilon p^2) h_1}{6 \epsilon p^7} + \frac{(12 b_0 \epsilon p^2 - 3 \epsilon p^3) h_2}{6 \epsilon p^7} + \\ \left. \frac{(12 b_0 \epsilon p^3 - 4 \epsilon p^4) h_3}{6 \epsilon p^7} + \frac{(10 b_0 \epsilon p^4 - 5 \epsilon p^5) h_4}{6 \epsilon p^7} + \frac{(6 b_0 \epsilon p^5 - 6 \epsilon p^6) h_5}{6 \epsilon p^7} \right\};$$

CoefficientList in the power series of square of amplitude of y component of the electric field is

$$\{e_0, e_1, e_2, e_3, e_4, e_5\} = \left\{ 1 + \left(-\frac{b_0}{\epsilon p^2} + \frac{-b_0 + \epsilon p}{\epsilon p^2} \right) h_0, \left(-\frac{3 b_0}{\epsilon p^3} + \frac{1}{2 \epsilon p^2} \right) h_0 + \left(-\frac{2 b_0}{\epsilon p^2} + \frac{1}{\epsilon p} \right) h_1, \right. \\ \left(-\frac{4 b_0}{\epsilon p^4} + \frac{1}{3 \epsilon p^3} \right) h_0 + \left(-\frac{10 b_0}{3 \epsilon p^3} + \frac{2}{3 \epsilon p^2} \right) h_1 + \left(-\frac{2 b_0}{\epsilon p^2} + \frac{1}{\epsilon p} \right) h_2, \\ \frac{(4 b_0 - \epsilon p) h_0}{4 \epsilon p^5} + \frac{(6 b_0 \epsilon p - 2 \epsilon p^2) h_1}{4 \epsilon p^5} + \frac{(6 b_0 \epsilon p^2 - 3 \epsilon p^3) h_2}{4 \epsilon p^5} + \frac{(4 b_0 \epsilon p^3 - 4 \epsilon p^4) h_3}{4 \epsilon p^5}, \\ \frac{(5 b_0 - \epsilon p) h_0}{5 \epsilon p^6} + \frac{(8 b_0 \epsilon p - 2 \epsilon p^2) h_1}{5 \epsilon p^6} + \frac{(9 b_0 \epsilon p^2 - 3 \epsilon p^3) h_2}{5 \epsilon p^6} + \frac{(8 b_0 \epsilon p^3 - 4 \epsilon p^4) h_3}{5 \epsilon p^6} + \\ \frac{(5 b_0 \epsilon p^4 - 5 \epsilon p^5) h_4}{5 \epsilon p^6}, \frac{(6 b_0 - \epsilon p) h_0}{6 \epsilon p^7} + \frac{(10 b_0 \epsilon p - 2 \epsilon p^2) h_1}{6 \epsilon p^7} + \frac{(12 b_0 \epsilon p^2 - 3 \epsilon p^3) h_2}{6 \epsilon p^7} + \\ \left. \frac{(12 b_0 \epsilon p^3 - 4 \epsilon p^4) h_3}{6 \epsilon p^7} + \frac{(10 b_0 \epsilon p^4 - 5 \epsilon p^5) h_4}{6 \epsilon p^7} + \frac{(6 b_0 \epsilon p^5 - 6 \epsilon p^6) h_5}{6 \epsilon p^7} \right\};$$

CoefficientList in the power series of square of amplitude of y component of the electric field is

$$\{e_0, e_1, e_2, e_3, e_4, e_5\} = \left\{ 1 + \left(-\frac{b_0}{\epsilon p^2} + \frac{-b_0 + \epsilon p}{\epsilon p^2} \right) h_0, \left(-\frac{3 b_0}{\epsilon p^3} + \frac{1}{2 \epsilon p^2} \right) h_0 + \left(-\frac{2 b_0}{\epsilon p^2} + \frac{1}{\epsilon p} \right) h_1, \right. \\ \left(-\frac{4 b_0}{\epsilon p^4} + \frac{1}{3 \epsilon p^3} \right) h_0 + \left(-\frac{10 b_0}{3 \epsilon p^3} + \frac{2}{3 \epsilon p^2} \right) h_1 + \left(-\frac{2 b_0}{\epsilon p^2} + \frac{1}{\epsilon p} \right) h_2, \\ \left(-\frac{5 b_0}{\epsilon p^5} + \frac{1}{4 \epsilon p^4} \right) h_0 + \left(-\frac{9 b_0}{2 \epsilon p^4} + \frac{1}{2 \epsilon p^3} \right) h_1 + \left(-\frac{7 b_0}{2 \epsilon p^3} + \frac{3}{4 \epsilon p^2} \right) h_2 + \left(-\frac{2 b_0}{\epsilon p^2} + \frac{1}{\epsilon p} \right) h_3, \\ \left. \left(-\frac{5 b_0}{\epsilon p^5} + \frac{1}{4 \epsilon p^4} \right) h_0 + \left(-\frac{9 b_0}{2 \epsilon p^4} + \frac{1}{2 \epsilon p^3} \right) h_1 + \left(-\frac{7 b_0}{2 \epsilon p^3} + \frac{3}{4 \epsilon p^2} \right) h_2 + \left(-\frac{2 b_0}{\epsilon p^2} + \frac{1}{\epsilon p} \right) h_3 \right\};$$

$$\left(-\frac{6b_0}{\epsilon p^6} + \frac{1}{5\epsilon p^5}\right)h_0 + \left(-\frac{28b_0}{5\epsilon p^5} + \frac{2}{5\epsilon p^4}\right)h_1 + \left(-\frac{24b_0}{5\epsilon p^4} + \frac{3}{5\epsilon p^3}\right)h_2 +$$

$$\left(-\frac{18b_0}{5\epsilon p^3} + \frac{4}{5\epsilon p^2}\right)h_3 + \left(-\frac{2b_0}{\epsilon p^2} + \frac{1}{\epsilon p}\right)h_4, \left(-\frac{7b_0}{\epsilon p^7} + \frac{1}{6\epsilon p^6}\right)h_0 + \left(-\frac{20b_0}{3\epsilon p^6} + \frac{1}{3\epsilon p^5}\right)h_1 +$$

$$\left(-\frac{6b_0}{\epsilon p^5} + \frac{1}{2\epsilon p^4}\right)h_2 + \left(-\frac{5b_0}{\epsilon p^4} + \frac{2}{3\epsilon p^3}\right)h_3 + \left(-\frac{11b_0}{3\epsilon p^3} + \frac{5}{6\epsilon p^2}\right)h_4 + \left(-\frac{2b_0}{\epsilon p^2} + \frac{1}{\epsilon p}\right)h_5);$$

CoefficientList in power series of square of amplitude of x component of the magnetic field is calculated through $\epsilon_0, \epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3, \epsilon_4$ and ϵ_5 .

Notation : $b_1 = b_0 - \epsilon p$;

$$\{Hh_0, Hh_1, Hh_2, Hh_3, Hh_4, Hh_5\} = \left\{b_1 \epsilon_0, \frac{1}{2}(\epsilon_0 + 2b_1 \epsilon_1), \frac{1}{3}(2\epsilon_1 + 3b_1 \epsilon_2), \frac{1}{4}(3\epsilon_2 + 4b_1 \epsilon_3), \frac{1}{5}(4\epsilon_3 + 5b_1 \epsilon_4), \frac{1}{6}(5\epsilon_4 + 6b_1 \epsilon_5)\right\};$$

CoefficientList in the power series of square of amplitude of z component of the electric field is

$$\left\{\frac{b_0 h_0}{\epsilon p^2}, \frac{2b_0 h_0 + b_0 \epsilon p h_1}{\epsilon p^3}, \frac{3b_0 h_0 + 2b_0 \epsilon p h_1 + b_0 \epsilon^2 h_2}{\epsilon p^4}, \frac{4b_0 h_0 + 3b_0 \epsilon p h_1 + 2b_0 \epsilon^2 h_2 + b_0 \epsilon^3 h_3}{\epsilon p^5}, \frac{5b_0 h_0 + 4b_0 \epsilon p h_1 + 3b_0 \epsilon^2 h_2 + 2b_0 \epsilon^3 h_3 + b_0 \epsilon^4 h_4}{\epsilon p^6}, \frac{1}{\epsilon p^7}(6b_0 h_0 + 5b_0 \epsilon p h_1 + 4b_0 \epsilon^2 h_2 + 3b_0 \epsilon^3 h_3 + 2b_0 \epsilon^4 h_4 + b_0 \epsilon^5 h_5)\right\};$$

CoefficientList in the power series of square of amplitude of z component of the magnetic field is equal to $\{\epsilon_0, \epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3, \epsilon_4, \epsilon_5\}$ multiplied by b_0 :

$$\{\epsilon_0, \epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3, \epsilon_4, \epsilon_5\} b_0;$$

Any of coefficientLists is expressed in the term of initial value, h_0 , for the explicit dependence of $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3, \epsilon_4$ and ϵ_5 from h_0

Appendix B

How approximate solution of an initial value problem of finding square amplitude of every field component in light waves in defocused Kerr media as function of dielectric function is obtained is demonstrated in the third approximation.

Seeks to determine the square amplitude of y component of magnetic field using equations formulated by us. After third approximation the expressions for square amplitude of y component of magnetic field and Dd-package will look as

$$h^2 = h_0 x + h_1 x^2 + h_2 x^3 + h_3 x^4 \quad \text{and} \quad Dd = Dd_0 + Dd_1 x + Dd_2 x^2 + Dd_3 x^3,$$

(see formulas:(5)-(9) in the paper)

where h_3 and Dd_3 should be determined, in the third approximation, in the term of initial value, h_0 . we have extensively used several commands of symbolic calculus of Mathematic 6 and our presentation below was given in the form of a notebook of Mathematic 6

Notation: $b_0 = \beta^2$, $\epsilon_p = \text{dielectric constant}$.

$$h_1 = ; \quad h_2 = ; \quad h_3 = ; \quad x_1 = ; \quad x_2 = ; \quad x_3 = ; \quad b_{11} = ; \quad b_{21} = ; \quad b_{12} = ; \quad b_{22} = ; \quad b_{31} = ; \quad b_{31} = ;$$

Clear[Dd0, Dd1, Dd2, Dd3]

h0 = ;

Quantities h_1, h_2 and Dd_0, Dd_1, Dd_2 have been calculated, from previous approximations, in the term of initial value, h_0 .

$$h_1 = -\frac{h_0}{2\epsilon_p} - \frac{2b_0 h_0^2}{\epsilon_p^3};$$

$$h_2 = \frac{b_0 h_0}{48(b_0 - \epsilon_p)\epsilon_p^2} + \frac{(-50b_0^2 + 49b_0\epsilon_p)h_0^2}{48(b_0 - \epsilon_p)\epsilon_p^4} + \frac{4b_0^2 h_0^3}{\epsilon_p^6};$$

$$Dd_0 = -\epsilon_p \left(\frac{1}{h_0} + \frac{\epsilon_p - 2b_0}{\epsilon_p^2} \right); \quad Dd_1 = 0; \quad Dd_2 = \frac{-2b_0^2 + b_0\epsilon_p}{16(b_0 - \epsilon_p)\epsilon_p^3} + \frac{b_0}{16(b_0 - \epsilon_p)\epsilon_p h_0};$$

{Aa0, Aa1, Aa2, Aa3} is coefficientList in power series of square amplitude of x - component of the electric field, A^2 . To express elements of this list in terms of h_0, h_1, h_2, h_3 we use equation :

$$\frac{d}{d\epsilon} Aa^2 = \frac{b_0 - \epsilon}{\epsilon^2} h^2.$$

$$b_1 = b_0 - \epsilon_p;$$

$$x_1 = \frac{(b_1 + x)(h_0 + 2h_1x + 3h_2x^2 + 4h_3x^3)}{(\epsilon_p - x)^2};$$

$$x_2 = \text{Normal}[\text{Series}[x_1, \{x, 0, 3\}]];$$

$$Aa = \text{CoefficientList}[x_2, x] \{1, 1/2, 1/3, 1/4\};$$

$$\{Aa0, Aa1, Aa2, Aa3\} = \text{Collect}[Aa, \{h0, h3\}];$$

To decompose Dd3 we need following list

$$\{Aa0, Aa1, Aa2, Aa3\}/Aa0;$$

$$\{Aa0a, Aa1a, Aa2a, Aa3a\} = \text{Normal}[\text{Series}[\%, \{h0, 0, 12\}]];$$

Aa3a

$$\frac{18 b0^2 - 17 b0 ep}{64 ep^3 (-b0 + ep)^2} + \frac{(-292 b0^3 + 404 b0^2 ep - 113 b0 ep^2) h0}{64 ep^5 (-b0 + ep)^2} + \frac{3(2 b0^3 - b0^2 ep) h0^2}{(b0 - ep) ep^7} + \frac{h3}{h0}$$

Discarding terms with factor h3 from this expression.

$$h3 = 0; Aa3a; h3 = .;$$

$e_y^2 = e0 x + e1 x^2 + e2 x^3 + e3 x^4$. To get {e0, e1, e2, e3} – list, in terms of h0, h1, h2, h3, we use

$$\text{equation: } e_y^2 = \epsilon + ep - A^2 - \frac{b0}{\epsilon^2} h^2.$$

$$x3 = 1 - \text{Normal}[\text{Series}[\frac{b0}{(ep - x)^2} (h0 + h1 x + h2 x^2 + h3 x^3), \{x, 0, 3\}]];$$

$$\text{CoefficientList}[\%, x] - Aa;$$

$$\{e0, e1, e2, e3\} = \text{Collect}[\%, \{h0, h3\}];$$

For decomposition of Dd3 we need {e0e, e1e, e2e, e3e} = {e0, e1, e2, e3}/e0 - list. let us express this list in terms of e0 and h3.

$$e0 = .$$

$$h0 = (1 - e0) ep^2 / (2 b0 - ep);$$

$$\{e0, e1, e2, e3\}/e0;$$

$$\{e0e, e1e, e2e, e3e\} = \text{Normal}[\text{Series}[\%, \{e0, 0, 12\}]];$$

e3e

$$\frac{e0^2 (14 b0^3 - 3 b0^2 ep)}{(2 b0 - ep)^3 ep^3} + \frac{e0 (-3208 b0^4 + 1852 b0^3 ep + 1706 b0^2 ep^2 - 339 b0 ep^3)}{192 (b0 - ep) (2 b0 - ep)^3 ep^3} + \frac{520 b0^4 + 1796 b0^3 ep - 2474 b0^2 ep^2 + 147 b0 ep^3}{192 (b0 - ep) (2 b0 - ep)^3 ep^3} +$$

$$\frac{-2 b_0^2 - b_0 \epsilon p - 16 b_0^4 h^3 + 32 b_0^3 \epsilon p h^3 - 24 b_0^2 \epsilon p^2 h^3 + 8 b_0 \epsilon p^3 h^3 - \epsilon p^4 h^3}{e_0 (2 b_0 - \epsilon p)^3 \epsilon p^2}$$

Discard from this expression , terms with factor h^3 and the term with pole $1/e_0$. Then

$$e_3 e = \frac{b_0^2 e_0^2 (14 b_0 - 3 \epsilon p)}{(2 b_0 - \epsilon p)^3 \epsilon p^3} + \frac{e_0 (-3208 b_0^4 + 1852 b_0^3 \epsilon p + 1706 b_0^2 \epsilon p^2 - 339 b_0 \epsilon p^3)}{192 (b_0 - \epsilon p) (2 b_0 - \epsilon p)^3 \epsilon p^3} + \frac{520 b_0^4 + 1796 b_0^3 \epsilon p - 2474 b_0^2 \epsilon p^2 + 147 b_0 \epsilon p^3}{192 (b_0 - \epsilon p) (2 b_0 - \epsilon p)^3 \epsilon p^3};$$

$$e_3 \epsilon p = \frac{-2 b_0^2 - b_0 \epsilon p}{(2 b_0 - \epsilon p)^3 \epsilon p^2};$$

$H^2 = H h_0 x + H h_1 x^2 + H h_2 x^3 + H h_3 x^4$ and $e_y^2 = e_0 x + e_1 x^2 + e_2 x^3 + e_3 x^4$. Both expansions are related each other by the following equation

$$\frac{d}{d\epsilon} H^2 = (b_0 - \epsilon) \frac{d}{d\epsilon} e_y^2$$

Clear[b1, e0, e1, e2, e3]

x1 = (b1 + x)(e0 + 2 e1 x + 3 e2 x^2 + 4 e3 x^3);

Normal[Series[x1, {x, 0, 3}]];