# Эерэг керр илтэс дэх гэрлийн дурын туйлшралтай стационар долгионы оронгийн амплитуд бүр диэлектрикийн функцээс хамаарах хамаарлыг тодорхойлох бүрэн систем тэгшитгэл

**О. Нямсүрэн, Г. Очирбат***

*Монгол Улс, Улаанбаатар-210646, Их сургуулийн гудамж-1, Монгол Улсын Их Сургууль,*
*Физик Электроникийн Сургууль, Онолын Физикийн Тэнхим*
**Э-шуудан ochirbatguseelee@yahoo.com*

## I.ОРШИЛ

Геометр сонгохдоо долгио x –тэнхлэгийн дагуу гүйхийн хамт z –тэнхлэгийн дагуу тарж байхаар бодолцож, долгионы оронг

$$E_x = iAe^{i\Phi_A}\varsigma,\ \ E_z = ee^{i\Phi_E}\varsigma,$$
$$H_y = he^{i\Phi_E}\varsigma,\ \ A,\ e>0,\ h<0$$
$$E_y = e_y(z)\tau\exp(i\phi_e),$$
$$H_x = iH(z)\tau\exp(i\phi_H),$$
$$H_z = h_z(z)\tau\exp(i\phi_e),$$

гэж төсөөлөв. Үүнд $\Phi_A, \Phi_E$ , $\phi_e, \phi_H$ - фазууд $\varsigma = \exp(-i\omega t + ik\beta)$ , $\beta$ -рефракцийн тогтмол, $\omega$ -дугуй давтамж.

Максвеллийн тэгшитгэлийн фаз агуулсан анхны интегралууд:

$$\frac{1}{2}Ah\sin(\Phi_E-\Phi_A)=co_1 \qquad (1)$$

$$-\frac{1}{2}He\sin(\phi_e-\phi_H)=co_2 \qquad (2)$$

Үүнд $co_1, co_2$ – интегралчлалын тогтмолууд нь энергийн z-дагуу урсгалуудын хэмжээг илэрхийлнэ.
Эерэг керр орчны диэлектрикийн функц $\varepsilon$ нь

$$\varepsilon = \varepsilon_l + A^2 + e^2 + e_y^2 \qquad (3)$$

Үүнд $\varepsilon_l$ -диэлектрикийн тогтмол.
Максвеллийн систем тэгшитгэлийн өөр нэгэн анхны интеграл:

$$\left(\frac{\varepsilon-\beta^2}{\varepsilon}\right)^2 h^2 + H^2 = \beta^2(e^2+e_y^2) - \frac{\varepsilon^2-\varepsilon_l^2}{2} + cnst \quad (4)$$

Соронзон ба цахилгаан долгионд (3) ба (4) нь оронгийн амплитудуудыг диэлектрикийн функцээр илэрхийлэх боломж олгодог бөгөөд энэ нь улмаар хоёр орчны заагаас ойх бодлогыг бодоход хүрэлцэхүйц мэдээлэл болж өгдөг. Харин дурын туйлширалтай долгионы ерөнхий тохиолд бүх амплитудыг диэлектрикийн функцээр илэрхийлэх бодлого одоо хүртэл нээлттэй байсаар байна. Дурын туйлширалтай ерөнхий тохиолд Максвеллийн бүрэн хэмжээний шугаман бус вектор тэгшитгэлийг аналитик бодох оролдлого гарсан эсэхийг бид мэдэхгүй. Изотроп эерэг керр хавтгай бүтэц дотор ТМ ба ТЕ туйлширалтай долгионы оронгийн амплитуд бүр диэлектрикийн функцээрээ илэрхийлэгддэг билээ[1]. Бас эерэг керр суурь орчиноос бүрэн ойх ерөнхий туйлширалтай долгионы хувьд ч ийм байсан[2]. Үүнээс ургуулан бид изотроп керр хавтгай илтэс дэх ерөнхий туйлширалтай гэрлийн долгионы оронгийн амплитуд бүр бас диэлектрикийн функцээр илэрхийлэгдэнэ гэж үзэж байгаа.

## II.ЗОРИЛГО

Изотроп эерэг керр илтэс дотор дурын туйлширалтай гэрлийн долгионы оронгийн $A(\varepsilon),\ e(\varepsilon),\ e_y(\varepsilon),\ H(\varepsilon)$ -дөрвөн амплитудыг диэлектрикийн функцээр яаж илэрхийлж болох вэ гэсэн асуудалд хариу өгөх.

## III.СИСТЕМ ТЭГШИТГЭЛ

Дурдсан дөрвөн функцийг агуулсан (3), (4)-төгслөг илэрхийлэл дөрвөн функцийг тодорхойлоход хүрэлцэхгүй нь мэдээж. Бид урьд максвеллийн тэгшитгэлүүдээс фаз зайлуулан

$$\frac{dA^2}{dz} = \frac{\beta^2-\varepsilon}{\varepsilon^2}\frac{dh^2}{dz} \qquad (5)$$

$$\frac{dH^2}{dz} = (\beta^2-\varepsilon)\frac{de_y^2}{dz} \qquad (6)$$

гэсэн хоёр тэгшитгэл үүсгэн нэг бус удаа хэрэглэсэн билээ[1]. Энд орж буй функцуудыг зөвхөн $\varepsilon$ ээр дамжуулж координатаас хамаарна гэж үзэх юм бол эдгээр тэгшитгэлүүд нь

$$\frac{dA^2}{d\varepsilon}=\frac{\beta^2-\varepsilon}{\varepsilon^2}\frac{dh^2}{d\varepsilon} \quad (7)$$

$$\frac{dH^2}{d\varepsilon}=(\beta^2-\varepsilon)\frac{de_y^2}{d\varepsilon} \quad (8)$$

гэсэн тэгшитгүүд болж хувирна. Энэ хоёр дифференциаль тэгшитгэл (3), (4) ийн хамт дөрвөн тэгшитгэлийн систем бүрдүүлэх боловч дөрвөн функц тодорхойлоход хүрэлцэхүйц систем болж эс чадна. Үүнийг мэдэхийн тулд (3), (4)-г $e_y^2$ ба $H^2$ -ийн хувьд бодож

$$e_y^2=\varepsilon-\varepsilon_l-A^2-\frac{\beta^2}{\varepsilon^2}h^2 \quad (9)$$

$$H^2=-\beta^2A^2-\frac{(\varepsilon-\beta^2)^2}{\varepsilon^2}h^2+\frac{\varepsilon_l^2-\varepsilon^2}{2}+\beta^2(\varepsilon-\varepsilon_l)+cnst \quad (10)$$

гэсэн хэлбэрт оруулъя. Илэрхийлэл тус бүрийг $\varepsilon$ ээр дифференциальчилсны дараа $A^2$ ба $h^2$ ийн хоорондох (7)-дифференциаль холбоог ашиглахад (8) тэгшитгэл гарч ирнэ.

Ийнхүү дурдсан дөрөв үл хамаарах тэгшитгэлүүд хараахан биш болохлоор бас нэг тэгшитгэл нэмж авах хэрэгтэй болно. Энэ нэмэгдэл тэгшитгэлийг яаж гаргаж авсан бэ гэвэл.

Амплитуд ба фазыг холбосон дараах ерөнхий тэгшитгэлүүд бичье.

$$\frac{dA}{dz}=\frac{\varepsilon-\beta^2}{\varepsilon^2}h\cos\Delta\Phi_h \quad (11)$$

$$\frac{dH}{dz}=(\varepsilon-\beta^2)e_y\cos\Delta\Phi_e \quad (12)$$

Таамаглаж байгаагаар

$$\frac{dA}{dz}=\frac{dA}{d\varepsilon}\frac{d\varepsilon}{dz},\quad \frac{dH}{dz}=\frac{dH}{d\varepsilon}\frac{d\varepsilon}{dz},$$

(11) ба (12) тэгшитгэлээс

$$\varepsilon\cdot Dd\frac{dA^2}{d\varepsilon}=-\frac{dH^2}{d\varepsilon}, \quad (13)$$

$$Dd=1_{he}\sqrt{\frac{H^2e_y^2-4co_2^2}{A^2h^2-4co_1^2}}\ ,\ 1_{he}=\pm1 \quad (14)$$

Үүнд $H^2, e_y^2$ нь (9), (10) ёсоор $A^2$, $h^2$ ба $\varepsilon$ -ээр илэрхийлэгдэж байгаав . $Dd$ -г цаашид зангилгаа гэж нэрлэе.

$$\frac{dH^2}{d\varepsilon}=\frac{\partial H^2}{\partial\varepsilon}+\frac{\partial H^2}{\partial A^2}\frac{dA^2}{d\varepsilon}+\frac{\partial H^2}{\partial h^2}\frac{dh^2}{d\varepsilon}$$

(13) тэгшитгэл тэгэхлээр

$$\frac{dA^2}{d\varepsilon}=-\frac{1}{\varepsilon-2\beta^2+\varepsilon\cdot Dd}\frac{\partial H}{\partial\varepsilon} \quad (15)$$

гэж бичигдэнэ. (7)- ийн улмаас

$$\frac{dh^2}{d\varepsilon}=-\frac{1}{\varepsilon-2\beta^2+\varepsilon\cdot Dd}\frac{\varepsilon^2}{\beta^2-\varepsilon}\frac{\partial H}{\partial\varepsilon} \quad (16)$$

(10) аас

$$\frac{\partial H^2}{\partial\varepsilon}=2(\beta^2-\varepsilon)\frac{\beta^2}{\varepsilon^3}h^2+\beta^2-\varepsilon$$

(15) ба (16) нь

$$\frac{dA^2}{d\varepsilon}=-\frac{\beta^2-\varepsilon}{\varepsilon-2\beta^2+\varepsilon\cdot Dd}\left(1+\frac{2\beta^2}{\varepsilon^3}h^2\right) \quad (17)$$

$$\frac{dh^2}{d\varepsilon}=-\frac{1}{\varepsilon-2\beta^2+\varepsilon\cdot Dd}\left(\varepsilon^2+\frac{2\beta^2}{\varepsilon}h^2\right) \quad (18)$$

гэж бичигдэнэ. Энэ хоёрын баруун талд байгаа $Dd$ нь((3) ба (4) орлуулгаар) $A(\varepsilon)$, $h(\varepsilon)$, $\varepsilon$ -ээр илэрхийлэгдэнэ. Ийнхүү энэ хоёр нь $A(\varepsilon)$, $h(\varepsilon)$ хоёр функц ийн хувьд битүү систем тэгшитгэл болно. (3) ба (4) дээр энэ хоёр нэмэгдээд дөрвөн амлитуд тодорхойлоход хүрэлцэх бүрэн систем тэгшитгэл болно.

Энэ систем тэгшитгэл нь төвөгтэй тэгшитгэлүүд гэдэг нь илт. Эдгээр систем хавтгай илтэс дээр гэрэл ойх, нэвтрэх бодлогод хэрэглэгдэх боломжтой.

## IV.ДҮГНЭЛТ

Эерэг керр илтэс доторх дурын туйлширалтай гэрлийн долгионы орны амплитуд бүрийг диэлектрикийн функцээс хамааруулан тодорхойлоход хүрэлцэх тооны тэгшитгэлийн систем бүрэлдүүллээ. Энэ системд анхны интегралын гурван тогтмолоос хамаарах ерөнхий хэлбэртэйгаас гадна оронгийн дөрвөн компонентийн амплитудын квадратыг язгуур дор агуулсан төвөгтэй тэгшитгэл байгаагаас аналитик шийд бий эсэх нь тун эргэлзээтэй байна .

## V.ВЫВОД

Сформулировано необходимое число уравнений для определения зависимости амплитуды каждого компонента светого волнового поля произвольной поляризации в самофокусирующей плёнке. Из за наличия ,в этой системе,сложного уравнения общего вида,содержащего констангы трех первых интегралов и квадраты амплитуд четырех компонентов поля. под радикалом ,весьма сомнитеьным выглядит существование аналитических решений задачи.

## ИШЛЭЛ

1. Г. Очирбат, Шугаман бус үе орчин дахь гэрлийн стационар долгионы онол, МУИС, ФЭС, 2006, Улаанбаатар.
2. О. Нямсүрэн , Г. Очирбат, Гэрлийн дурын туйлширалтай стационар долгио эерэг керр сууь орчноос бүрэн ойх бодлого. МУИС, ФЭС, эрдэм шинжилгээний бичиг № 355(16) , 2011 , Улаанбаатар.