Кварк ба антикваркийн холбоост төлөвийн тухайд

Д.Дамбасүрэн*
Монгол Улсын Их Сургууль,
Шинжлэх ухааны сургуулийн физикийн тэнхим,
Улаанбаатар хот 210646, Монгол улс

Физикийн ихэнх онолд тэгш хэмийн шинж чанарыг гол болгодог. Энд тэгш хэмийн бүлгийн төлөөлөл болох операторын алгебрыг ашиглав. Тухайлбал, гадаад хэлбэрийн хувьд маш энгийн мэт боловч, ихээхэн гүнзгий агуулгатай Грассманы алгебрын зарчмын нэг хэрэглээг харуулахыг оролдсон болно.

PACS numbers: 12.39.-x, 03.70.+k, 11.10.-z

Ферми системийн тохиолдолд Грассманы алгебрын байгуулагчуудын хоорондын харьцааг [1] -д тодорхойлсныг бид [2] -д ашигласан. Энэ ажилд эгэл бөөмсийн системийг авч үзэх зорилгын үүднээс Грассманы хувьсагч (Гр.х) -д бөөмийн квант тоог оруулах санааг дэвшүүлэв. Анхны a_1 Ферми бөөм зөвхөн өөртөө харгалзах "хольцтой" байж болох бөгөөд энэ нь коммутацийн харьцааг өөрчлөхгүй гэж авбал:

$$A_1 = a_1 + C_1. \tag{1}$$

Энд C_1 нь "хольц", A_1 - шинэ операторыг Ферми гэе.

$$\{A_a, a_1\} = \{a_1, a_1\} + \{C_1, a_1\} = 0$$

Иймд $\{a_1, C_1\} = 0$. $\{A_1, a_1^+\} = 1$ -ээс $\{C_1, a_1^+\} = 0$. Эдгээрийг ашиглавал $\{A_1, A_1^+\} = 1$ ба $\{A_1, A_1^+\} = 0$ хоёроос,

$$\{C_1, C_1^+\} = 0, \quad \{C_1, C_1\} = 0, \quad C_1^2 = 0. \tag{2}$$

a_1 -д харгалзах C_1 нь Грассманы алгебр үүсгэх ба Гр.х болно.
Хэрэв бозе оператор b_1 -ийг авбал:

$$B_2 = b_2 + D_2. \tag{3}$$

Энд D_2 нь "хольц"болно. Өмнөхтэй адилаар операторуудын хоорондох коммутатораас:

$$[D_2, D_2^+] = 0, \quad [D_2, D_2] = 0, \quad D_2^2 = 0. \tag{4}$$

Энэ нь b_2 -т харгалзах бозе-Грассман юм. Үүнийг өмнө [2] -т ашигласан бөгөөд ферми -Θ_1, бозе -Θ_2 гэсэн энэ Гр.х нь тухайн бөөмийн онцлогийг агуулаагүй бүгдэд ижилхэн ("глобаль") шинжтэй болохыг тэмдэглэе.

Цааш нь хэд хэдэн төрлийн ферми ба бозе бөөм бүхий системд:

$$\begin{aligned} \{C_i, C_k^+\} = 0, \quad \{C_i, C_k\} = 0, \quad C_k^2 = 0 \\ \{D_l, D_n^+\} = 0, \quad \{D_l, D_n\} = 0, \quad D_n^2 = 0, \end{aligned} \tag{5}$$

болохыг хялбархан харж болно. (1) ба (3) -ийн тухайн тохиолдлыг [3] -т гаргасан.

Кварк, антикварк хоёрын холбоост төлөвийг үзье. Каноник хувиргалтын функц F нь a_1^r кварк ба $\overline{a_2^b}$ антикваркийг $a_1^{r\dagger}\overline{a_2^b}$ хэлбэрээр агуулна. F -д нийлбэр Грассманы зэрэг тэгтэй тэнцүү байх ёстой. Тодорхойлолт [2] -оос $K(a^{\pm}) = \pm 1, K(\overline{a}) = +1$ учир $K(a_1^r\overline{a_2^b}) = -1 + 1 = 0, K(\Theta_0) = 0, F \backsim a_1^2\overline{a_2^b} \cdot \Theta_0$ байна. Хувиргалт каноник байхын тулд $F - F^+$ -ийг авна. Товчоор:

$$F_1 = f \cdot (a_1^r \cdot \overline{a_2^b} \cdot \overline{C_2^b}^{\dagger} C_1^{r\dagger} - hc), \tag{6}$$

болно. Хоёрдугаар боломжид:

$$F_2 = f \cdot (a_1^{r\dagger}\overline{a_2^b} \cdot \overline{C_2^b}^{\dagger} C_1^{r\dagger} - hc), \tag{7}$$

болно. Энд 1,2 нь квант тоонууд, r, b нь кваркийн өнгө.

$$K(C_1^r) = -1, \qquad K(\overline{C_2}) = +1, \qquad K(\overline{C_2}^{\dagger}) = -1,$$

$$K(F_1) = -1 + 1 - 1 + 1 = 0, \qquad K(F_2) = 0.$$

f -тоон коэффициент.

Кварк a_1^r ба антикварк $\overline{a_2^b}$ нь C_1^r ба $\overline{C_2^b}$ -г (квант шиг) солилцох замаар харилцан үйлчлэлцэнэ гэж авна. Бичиглэлийг хялбарчилж дараах хэлбэрээр товчлоё.

$$C_1^r = C(1, r), C_1^r \cdot \overline{C_2^b}^{\dagger} = \Theta_2(1, r, 2, b),$$

$$\overline{C_2^b} C_1^{r\dagger} = \Theta_2^+(2b, 1r).$$

*Electronic address: dambasuren@num.edu.mn

Иймд (7) нь

$$F_2 = f \cdot (a_1^{r\dagger} \overline{a_2^b} \cdot \Theta_2(1r, 2b) - hc). \qquad (8)$$

Хаусдофф-Кемпбеллийн томьёог ашиглан (8) -аар $a_1^r, \overline{a_2^b}$ кваркаас $\alpha_1^r, \overline{\alpha_2^b}$ квазибөөмд каноник хувиргалтаар шилжиж, энергийн өөрчлөлтийг илэрхийлэх стационар төлөвийг (харгалзах аттрактор [4]) тодорхойлох зорилго тавья.
Үүнд:

$$\alpha_1^r = a_1^r + f_1 \overline{a_2^b} \Theta_2(1r, 2b) - \frac{f_1^2}{2} \cdot a_1^r \Theta_2^+(2b, 1r) \Theta_2(1r, 2b) \qquad (9)$$
$$\alpha_1^{r\dagger} = a_1^{r\dagger} + f_1 \overline{a_2^b}^\dagger \Theta_2^+(2b, 1r) - \frac{f_1^2}{2} \cdot a_1^{r\dagger} \Theta_2^+(2b, 1r) \Theta_2(1r, 2b)$$

$$\overline{\alpha_2^b} = \overline{a_2^b} + f_1 a_1^r \Theta_2^+(2b, 1r) - \frac{f_1^2}{2} \cdot \overline{a_2^b} \Theta_2^+(2b, 1r) \Theta_2(1r, 2b) \qquad (10)$$
$$\overline{\alpha_2^b}^\dagger = \overline{a_2^b}^\dagger + f_1 a_1^{r\dagger} \Theta_2(1r, 2b) - \frac{f_1^2}{2} \cdot \overline{a_2^b}^\dagger \Theta_2^+(2b, 1r) \Theta_2(1r, 2b)$$

Чөлөөт кварк ба антикваркийн Гамильтониан

$$H_0 = \varepsilon_1 \cdot a_1^{r\dagger} a_1^r + \varepsilon_2 \cdot \overline{a_2^b}^\dagger \overline{a_2^b}$$

-гаас

$$\widehat{H_1} = E_{11} a_1^{r\dagger} a_1^r + E_{12} \overline{a_2^b}^\dagger \overline{a_2^b} + f_1(\varepsilon_2 - \varepsilon_1) \left[a_1^{r\dagger} \overline{a_2^b} \cdot \Theta_2(1r, 2b) + \Theta_2^\dagger(2b, 1r) \overline{a_2^b}^\dagger a_1^r \right].$$

Сүүлчийн гишүүн нь харилцан үйлчлэлийн эффектив потенциал V_{eff} болно. Энд $\Theta_2^\pm$ -аар дундчилахад $\langle\langle V_{eff} \rangle\rangle = 0$,

$$\begin{aligned} E_{11} &= \varepsilon_1 - (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \cdot x_1 \\ E_{21} &= \varepsilon_2 + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \cdot x_1 \end{aligned} \qquad (11)$$

болно. $x_1 = f_1 \cdot \langle\langle \Theta_2^+ \cdot \Theta_2 \rangle\rangle$, $H_1 = \langle\langle \widehat{H_1} \rangle\rangle$.

"Орчин"−той үйлчлэлцэх 1-р шатны эцэст кварк, антикваркийн системийн энерги өөрчлөгдөж (11) болов. $E_{11} \neq E_{21}$ бол энерги заавал өөрчлөгдөнө. 2-р шатанд

$$H_1 = E_{11} \cdot a_1^{r\dagger} a_1^r + E_{21} \cdot \overline{a_2^b}^\dagger \overline{a_2^b}$$

-ээс

$$H_2 = E_{12} \cdot a_1^{r\dagger} a_1^r + E_{22} \cdot \overline{a_2^b}^\dagger \overline{a_2^b}.$$

$$E_{12} = E_{11} - \Delta_1 \cdot x_2, \qquad E_{22} = E_{21} + \Delta_1 \cdot x_2$$

$$\Delta_1 = E_{11} - E_{21} = (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \cdot \widehat{x_1}, \qquad \widehat{x_1} = 1 - 2x_1.$$

$E_{12} \neq E_{22}$ бол 3-р шат гэх мэтчилэн үргэлжилнэ. Мөн

$$E_{12} = \varepsilon_1 - (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \cdot K_2(x_1 x_2)$$

$$E_{22} = \varepsilon_2 + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \cdot K_2(x_1 x_2)$$

гэж бичиж болно. Энд

$$K_2(x_1 x_2) = x_1 + \widehat{x_2} \cdot x_2 = x_2 + \widehat{x_2} \cdot x_1.$$

байх тул эцсийн үр дүн каноник хувиргалтын дэс дараалллаас хамаарахгүй. n -р интеграцийн дараа $E_{1n} = E_{2n}$ бол үүнээс цааших хувиргалтад n -р шатны үр дүн инвариант байна. Өөрөөр хэлбэл:

$$\Delta_n = E_{1n} - E_{2n} = 0$$

$$E_{1,n+1} = E_{1n}, \quad E_{2,n+1} = E_{2n}.$$

Эффектив потенциал $V_{eff} = 0$. $E_{1n} = E_{2n}$
Тодруулбал:

$$\varepsilon_1 - (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \cdot K_n(x_1, x_2, \dots x_n) = \varepsilon_2 + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) K_n(x_1, x_2, \dots x_n).$$

Эндээс стационар үед $K_n(x_1, x_2, \dots x_n) = 1/2$ буюу аттрактор нь аль нэгэн $x_i = 1/2$-т харгалзана.

$$K_n(x_1, x_2, \dots x_n) = x_1 + \widehat{x_1}\left[{}_1x_2 + \widehat{x_2}\left[{}_2x_3 + \cdots \widehat{x}_{n-2}\left[{}_{n-2}x_{n-1} + \widehat{x}_{n-1}x_n\right]\right]\right]$$

Стационар үед $K_n(x_1, x_2, \dots x_n) = 1/2$, (аль нэгэн $x_i = 1/2$ үед)

$$E_{12} = \varepsilon_1 \frac{1}{2}(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2}, \quad E_{2n} = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2};$$

Зөвхөн a_1^r ба a_2^b -ийн үйлчлэлд энерги хадгалагдана.
$K(a_1^{r\dagger}\overline{a_2^b}) = 2, \quad \sigma = K/2 = 1$. (8) -аар үүсэх кварк, антикваркийн холбоост төлөвийн спин $\sigma = 1$ учир вектор мезонд харгалзана. Одоо F_1, (6) -ийг авъя.

$$F_1 = f_1 \left[a_1^r \overline{a_2^b} \cdot \Theta_0(2b, 1r) - hc\right]. \qquad (12)$$

Өмнөхтэй адилаар тооцоолбол:

$$E_{11} = \varepsilon_1 - (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) \cdot x_1; \quad E_{21} = \varepsilon_2 - (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) \cdot x_1.$$

(12) -ээс $K(a_1^r \cdot \overline{a_2^b}) = 0. \quad \sigma = K/2 = 0$. a_1^r ба $\overline{a_2^b}$ нь $\sigma = 0$ байх псевдоскаляр төлөв үүсгэнэ. Аттракторын цэг нь $x = 1/2$. Харгалзах энерги нь:

$$E_1 = \varepsilon_1 - (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}(\varepsilon_1 - \varepsilon_2),$$

$$E_2 = \varepsilon_2 - (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) \cdot \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}(\varepsilon_1 - \varepsilon_2).$$

Стационар төлөв нь харилцан эсрэг энергитэй кварк, антикваркийн хос болно.

Анхнаасаа $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$ байсан бол харилцан үйлчлэлийн энэ сувгаар $E_1 = E_2 = 0$ бүтэц үүсэх бөгөөд энэ нь каноник хувиргалтад цаашид өөрчлөгдөхгүй. Учир нь $E_1 + E_2 = 0$ -аар хязгаарлагдана.

Нэмэгдэл гадны орон (бусад бөөмсийн хүрээллийн нөлөө) авбал кварк, антикваркийн системийн стационар төлөвийн энерги өргөн мужид өөрчлөгдөж болно.

F_2 -ийг авахад:

$$E_{11}(\Theta) = \varepsilon_1 - (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \cdot f^2 \Theta_2^+ \Theta_2$$

байсан. Гадны оронд a_1^r -ийн энергийн өөрчлөлтийг

$$\triangle\ E_1 = -(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \cdot \Theta_2^+ \Theta_2 \cdot U_1,$$

$\overline{a_2^b}$ -ийг

$$\triangle\ E_2 = (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \cdot \Theta_2^+ \Theta_2 \cdot V_1,$$

гэе. U, V нь харгалзах коэффициент Иймд:

$$E_{11}(\Theta) = \varepsilon_1 - (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \cdot (f_1^2 + U_1)\Theta_2^+ \Theta_2,$$

$$E_{21}(\Theta) = \varepsilon_2 + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \cdot (f_1^2 + V_1)\Theta_2^+ \Theta_2.$$

Дундчилахад:

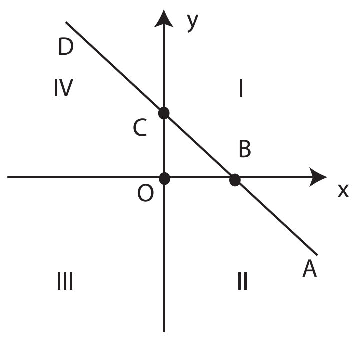
$$x_1 = (f_1^2 + U_1) \cdot \langle\langle \Theta_2^+ \Theta_2 \rangle\rangle,$$

$$y_1 = (f_1^2 + V_1) \cdot \langle\langle \Theta_2^+ \Theta_2 \rangle\rangle,$$

болно. U_1, V_1 нь дурын бодит тоо учраас x, y нь эерэг, сөрөг аль ч утга авах боломжтой.

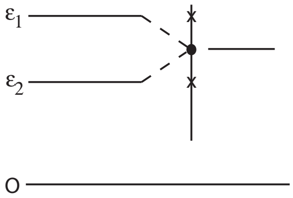
$$E_{11} = \varepsilon_1 - (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \cdot x_1, \quad E_{21} = \varepsilon_2 + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \cdot y_1.$$

$E_{11} = E_{21}$ -ээс $x_1 + y_1 = 1$ (аттракторын цэг). Энэ цэг хувиргалтын параметр x, y-ийн хавтгай дээрх шулуун $y = -x + 1$ -ээр тодорхойлогдоно (зураг.1).

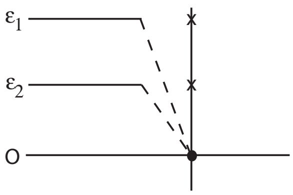


Зураг 1:

Энергийн өөрчлөлт, аттракторын цэгүүдийг $I - IV$ муж тус бүрт авч үзье. F_2 -р тодорхойлогдох сувгийн ε_1 ба ε_2 -ийн өөрчлөлтийг тоймлон үзье.
1-р муж ($x > 0, y > 0$). Шулууны CB хэсэг (зураг.2).
2-р муж ($x > 0, y < 0$). Шулууны BA хэсэг (зураг.3).
3-р муж ($x < 0, y < 0$)-ийн ямарч цэг шулуун дээр оршихгүй. Шулууны BA хэсэг.
4-р муж (x<0, y>0), Шулууны DC хэсэг (зураг.4).



Зураг 2:



Зураг 3:

F_1 -ийг авахад:

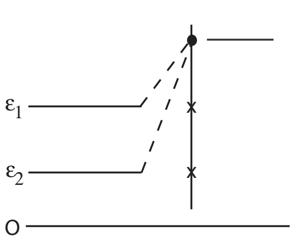
$$E_{11} = \varepsilon_1 - (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)x_1,$$

$$E_{21} = \varepsilon_2 - (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)y_1,$$

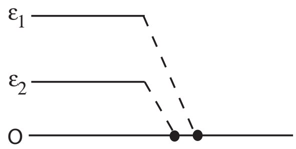
$E_{11} = E_{21} = 0$. Мөн $x_1 + y_1 = 0$ -ээс $y = -x + 1$ (аттрактор)
I. $E_{11} = E_{21} = 0$, $E_{11} = -E_{21}$

$$x_0 = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}, \qquad y_0 = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}$$

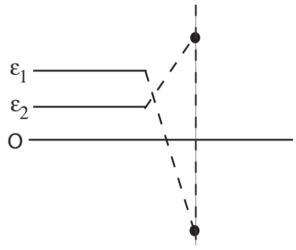
(зураг.5), II. зураг.6, III. Аттракторгүй, IV. зураг.7



Зураг 4:



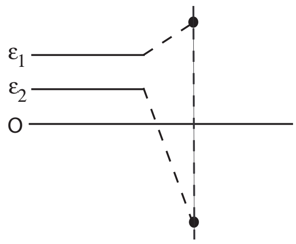
Зураг 5:



Зураг 6:

Талархал

Энэхүү ажлыг гүйцэтгэхэд дэмжлэг үзүүлж суурь судалгааны SST_010/2016 төслийг санхүүжүүлсэн ШУТС болон БСШУС яаманд талархал илэрхийлье.



Зураг 7:

[1] Ф. А. Березин., *"Метод вторичного квантования"* Москва "Мир", 1965.
[2] Д.Дамбасүрэн, Б.Борхүү, Н.Төвжаргал., *"Грассманы хувьсагчийг ашиглан эгэл бөөмийн стационар төлөвийг тодорхойлох"* Монгол улсын их сургуулийн эрдэм шинжилгээний бичиг (478), ФИЗИК сэтгүүл (25), х101, 2017
[3] Д.Дамбасүрэн., *"Боголюбовын нэгэн төрлийн бус хувиргалт"* Scientific Journal of National University of Mongolia, Section Physics. №1 (104), p.75-78 (1992).
[4] А.Лихтенберг, М.Либерман., *"Регулярная и стохостическая динамика"* Москва "Мир", 1984.