

Өөрөө цуглуулагч керр орчин дахь гэрлийн стационар тм асимптот босоо долгио

Г. Очирбат, О. Нямсүрэн

МУИС, ФЭС, ОТФТэнхим

Өмнөх өгүүлэлд [1] өөрөө цуглуулагч керр орчин дахь гэрлийн стационар тм долгионы оронд диэлектрикийн функц β^2 , $cnst$, $4co^2$, ϵ_l - дөрвөн параметраас хамаарах хамаарлыг нягтлан судалсан дүнг тодорхойлон бичсэн. Судалгааны явцад

$$z(\epsilon) = z_0 + \int_{\epsilon}^a \frac{\epsilon + 2e^2(\epsilon, \epsilon_l, \beta, cnst)}{2(2\beta^2 - \epsilon)\sqrt{F(\epsilon, \epsilon_l, \beta, cnst) - 4co^2}} d\epsilon, \quad (1)$$

интеграл тусгай ба элементар функцээр илэрхийлэгдэх параметруудын мужийг олж илрүүлсэн юм[2]. Уг интеграл тусгай ба элементар функцээр илэрхийлэгдэх нэгэн онцгой тохиолыг дор тодруулан бичвээ. Энэ тохиол нь параметруудын

$$\epsilon_l < \beta^2, \quad cnst = 0, \quad 4co^2 = 0$$

гэсэн сонголтонд харгалзана. Дор бичсэн зүйл [1] ийн үргэлжлэл мөн тул сонирхсон уншигч [1] -ийг эхлээд үзнэ үү. Оронгийн амплитудын квадратууд:

$$e^2(\epsilon, \epsilon_l, \beta, cnst) = \frac{\beta^2}{2\epsilon(2\beta^2 - \epsilon)} (\epsilon^2 - \epsilon_l^2 - cnst), \quad (2)$$

$$A^2(\epsilon, \epsilon_l, \beta, cnst) = \epsilon - \epsilon_l - e^2(\epsilon, \epsilon_l, \beta, cnst), \quad (3)$$

$$h^2(\epsilon, \epsilon_l, \beta, cnst) = \frac{\epsilon^2}{\beta^2} e^2(\epsilon, \epsilon_l, \beta, cnst), \quad (4)$$

$\epsilon_l < \beta^2$, $cnst = 0$ тохиолд эдгээр нь

$$A^2(\epsilon, \epsilon_l, \beta, 0) = \frac{-(\epsilon - \epsilon_l)}{\epsilon(2\beta^2 - \epsilon)} (\epsilon - \theta_1)(\epsilon - \theta_3), \quad (5)$$

$$h^2(\epsilon, \epsilon_l, \beta, 0) = \frac{\epsilon}{2(2\beta^2 - \epsilon)} (\epsilon - \epsilon_l)(\epsilon + \epsilon_l), \quad (6)$$

гэсэн үржвэр дүртэй болно. Үүнд

$$\theta_1 = (3/4)\beta^2 - (1/4)\sqrt{9\beta^4 - 8\beta^2\epsilon_l}, \quad (7)$$

$$\theta_2 = \epsilon_l,$$

$$\theta_3 = (3/4)\beta^2 - (1/4)\sqrt{9\beta^4 - 8\beta^2\epsilon_l}, \quad (8)$$

Иймд

$$A^2(\epsilon, \epsilon_l, \beta, 0)h^2(\epsilon, \epsilon_l, \beta, 0) = \frac{-(\epsilon - \epsilon_l)^2}{2\epsilon(2\beta^2 - \epsilon)^2} (\epsilon - \theta_1)(\epsilon - \theta_3)(\epsilon + \epsilon_l), \quad (9)$$

Мөн түүнчлэн

$$\frac{\epsilon/2 + e^2(\epsilon, \epsilon_l, \beta, 0)}{\epsilon - \epsilon_l} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \frac{\epsilon_l}{\epsilon} - \frac{1}{4} \frac{\epsilon_l + 2\beta^2}{\epsilon - 2\beta^2} + \frac{1}{2} \frac{\epsilon_l}{\epsilon - \epsilon_l} \quad (10)$$

тэмдэглэл: $c = -\epsilon_l$, $b = \theta_1$, $a = \theta_3$. Үүнд $c < b < a$

Хэрвээ $4co^2 = 0$ гэж авбал интегралын интеграндад язгуур дор хоёрдугаар эрэмбийн тэг үүсч интеграл авагдах бололцоо бий болно.

Интеграл нь[3]

$$z - z_a = \sqrt{\frac{2}{a-c}} \times \left[F(\lambda, p) + \frac{\varepsilon_l}{2a} \Pi\left(\lambda, \frac{a-b}{-a}, p\right) - \frac{\varepsilon_l + 2\beta^2}{2(a - 2\beta^2)} \Pi\left(\lambda, \frac{a-b}{2\beta^2 a}, p\right) + \frac{\varepsilon_l}{a - \varepsilon_l} \Pi\left(\lambda, \frac{a-b}{\varepsilon_l - a}, p\right) \right]$$

Энэ томъёог $\varepsilon_l < \varepsilon < a$ завсарт хэрэглэнэ.

Үүнд, $F(\chi, p)$ -нэгдүгээр төрлийн эллипсэлэг интеграл, $\Pi(\varphi, n, k)$ -гуравдугаар төрлийн эллипсэлэг интеграл, b, c -нь (7), (8) томъёогоор бодогдоно.

$$\lambda = \arcsin \sqrt{\frac{a-\varepsilon}{a-b}}, \quad p = \sqrt{\frac{a-b}{a-c}}$$

Ганц interface тэй тохиолд бол энэ долгио нь шугаман бус суурь орны гүн тийш унтардаг горим буюу дотоод бүрэн ойлтод хамаарч болно.

$\varepsilon \rightarrow \varepsilon_l + 0$ хязгаартаа энэ илэрхийлэл

$$\varepsilon - \varepsilon_l \sim (\varepsilon_a - \varepsilon_l) \exp\left(-\frac{z - z_a}{q}\right)$$

гэсэн асимптоттой. Үүнд ε_a, z_a -анхны утгууд.

$$q = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon_l^{1/2}}{(\varepsilon_l - \theta_1)(\varepsilon_l - \theta_2)} \quad (11)$$

Вывод

Если при любом значении константа рефракции, большего линейного диэлектрического константа, выбрать двух констант интегрирования равными нулю, то формальное квадратурное решение, полученное нами, раньше, в задаче тм волн в самофокусирующей керр среде, упростится и выражается через эллиптические интегралы.

Ссылки

- [1]. Г. Очирбат, О. Нямсүрэн, Өөрөө цуглуулагч керр орчин дахь гэрлийн стационар тм долгионы оронд диэлектрикийн функц параметруудаас хамаарах нь. МУИС, ЭШБ-ийн энэ дугаарт
- [2]. О.Нямсүрэн, Г. Очирбат, Өөрөө цуглуулагч керр орчин дахь гэрлийн стационар тм долгионы диэлектрикийн функц тусгай функцээр илэрхийлэгдэх тохиол. МУИС, ЭШБ-ийн энэ дугаарт
- [3]. И. С. Градштейн и И. М. Рыжик, Таблицы интегралов сумм, рядов и произведений, 1963, ФМ, Москва.

Хэрвээ $cnst = 0$ байвал

$\xi_1 = \varepsilon_1 = \theta_1$ болж минимумын цэг нь $F(\varepsilon, \dots)$ ийн давхар тэг болно. Тэхэд графикийн хотгор $\varepsilon = \xi_1$ цэг дээр абсцисс тэнхлэг дээр сууна. Хавсралт 3 үзнэ үү. Энэ тохиолд $4co^2$ тогтмолын тэг утгад (өөрөөр хэлбэл $4co^2 = 0$ байхад) (7) –интегралын интеграндад полюс бий болж дүнд нь асимптот долгио үүснэ. Нэмэлт тайлбарыг, дор, байж болох бүх горим гэдгээс үзнэ үү. $\varepsilon = \xi$ гэсэн стационар цэг дээр

$$e^2 = e^2(\xi, \varepsilon_1) = \varepsilon_1 - \xi, \quad (20)$$

$$H^2 = H^2(\xi, \varepsilon_1, \beta, cnst(\xi, \varepsilon_1, \beta)) = (\varepsilon_1 - \xi)(\xi - \beta^2) \quad (21)$$

$4co^2$ – параметрийн авч болох утгын муж

$cnst = cnst(\xi_2, \varepsilon_1, \beta)$ –ийн өгөгдсөн утгад, өөрөөр хэлбэл, ξ_2 – максимумын цэгийн өгөгдсөн утгад, (7) –ын интеграндад $4co^2$ параметрын авах утга дээрээсээ хязгаартай.

$$4co^2 \leq F(\xi_2, \varepsilon_1, \beta, cnst(\xi_2, \varepsilon_1, \beta)), \quad (22)$$

$cnst$ –ын утгаас $F(\varepsilon, \varepsilon_1, \beta, cnst)$, функцийн хэлбэр төрх хамаарна. Тухайн төрхд $4co^2$ –ийн утгаас хамаарч гэрлийн орон янз бүр байж болно.

Бид дор $cnst, 4co^2$ хоёр параметрээс хамааруулан $\beta^2 < \varepsilon_1, \beta^2 > \varepsilon_1$ хоёр тохиолд бүх боломжийг нягтлан үзэх болно.

БАЙЖ БОЛОХ ГОРИМУУД

3-р зурагт үзүүлсэн ($\varepsilon_1 < \beta^2$) тохиолоос ТЕ долгионы байж болох горимуудыг мэдэрч болно.

1. $4co^2 > c2$ тохиолд (7) –интеграл бодит утгагүй
2. $4co^2 = c2, c2 = F(\xi_2, \varepsilon_1, \beta, cnst(\xi_2, \varepsilon_1, \beta))$, тохиолд $\varepsilon = \xi_2$ гэсэн тогтмол диэлектрикийн функц бүхий хавтгай долгио бий.
3. $4co^2 = c1$ буюу $0 \leq 4co^2 < c2$ тохиолд ε нь $[b, a]$ завсар нааш цааш холхин хувьсах мөртлөө фаз нь дэлгэгдэн өсөх (буюу буурах) долгио бий.
4. $cnst \neq 0, 4co^2 = 0$ тохиолд ε нь $[\theta_1, \theta_2]$ завсар нааш цааш холхин хувьсах мөртлөө фаз нь өөрчлөгддөггүй долгио буюу босоо долгио бий.
5. Хавсралтын 3 зурагд $\varepsilon = \xi_1 = \varepsilon_1$ гэсэн хоёрдугаар эрэмбийн тэг байгааг анхаарна уу. Үүнтэй холбогдсон асимптот долгио бий.

$\beta^2 \leq \varepsilon_1$ тохиолд саяын дурдсанаас зөвхөн асимптот босоо долгионоос бусад нь бий. Үүнийг хавсралтын 5 зурагаас мэдэрч болно.

ХАВТГАЙ ДОЛГИО

$cnst = cnst(\xi_2, \varepsilon_1, \beta)$ –ийн өгөгдсөн утгад, өөрөөр хэлбэл, ξ_2 – максимумын цэгийн өгөгдсөн утгад, (7) –ын интеграндад $4co^2$ параметр хамгийн их утгаа авч байг (22 томъёо)

$$4co^2 = H^2(\xi_2, \varepsilon_1, \beta, cnst(\xi_2, \varepsilon_1, \beta)) e^2(\xi_2, \varepsilon_1) = (\varepsilon_1 - \xi_2)^2 (\xi_2 - \beta^2) \quad (23)$$

Тэхэд $\varepsilon = \xi_2$ цэг нь (7)-ийн интеграндын язгуур доорхи нлэрхийлэл сөрөг биш утгатай байх тусгаар ганц цэг болно. Энэ цэгт хавтгай долгио харгалзана. Тусгаар ганц цэгт харгалзаж буй гул тогтвортой нь нлэрхий.

$$\varepsilon = \xi_2, \quad e^2 = \varepsilon_l - \xi_2, \quad H = e\sqrt{\xi_2 - \beta^2} \quad (24)$$

фазууд нь

$$\phi_e = \phi_e(0) + \sqrt{\xi_2 - \beta^2} z \quad (25)$$

$$\phi_H = \phi_H(0) + \sqrt{\xi_2 - \beta^2} z \quad (26)$$

Хавтгай долгио үүсэх $cnst$, $4co^2$ параметруудын утга хоорондоо хялбар холбоотой ажээ. Тухайлбал

$$4co^2 = \frac{2}{3}(\beta^2 - \varepsilon_l) + \sqrt{\frac{2}{3}(\pm cnst + \frac{2}{3}(\beta^2 - \varepsilon_l)^2)}^2 * \\ * \frac{1}{3}(\varepsilon_l - \beta^2) + \sqrt{\frac{2}{3}(\pm cnst + \frac{2}{3}(\beta^2 - \varepsilon_l)^2)} \quad (27)$$

Энэ томъёог цуглуулагч саринулагч аль ч керр тохиолд $cnst$ ын авах утгын тодорхой хязгаар дотор хэрэглэж болно. Цуглуулагч керр(+) -д $\beta^2 < \varepsilon_l$ нохцолд $cnst > 0$, мөн $\beta^2 > \varepsilon_l$ нохцолд $cnst > -\frac{1}{2}(\varepsilon_l - \beta^2)^2$. Саринулагч керр(-) -д зөвхөн $\beta^2 < \varepsilon_l$ нохцолд $0 < cnst < \frac{1}{2}(\varepsilon_l - \beta^2)^2$.

Цуглуулагч керрд $\beta^2 > \varepsilon_l$ нохцолд үүсэх хавтгай долгио нь $cnst \rightarrow -\frac{c^2}{2}$ хязгаартаа тогтмол цахилгаан орон болж хувирна. Энэ оронд $H^2 = 0$, $e^2 = \beta^2 - \varepsilon_l$.

ДИЭЛЕКТРИКИЙН ФУНКЦ ҮЕЛЭН ӨӨРЧЛӨГДӨХ ГОРИМ

ε_0 -параметр. Диэлектрикийн функц үелэн өөрчлөгдөх бүх тохиолыг нэгдсэн схемд оруулж болно. Үүний тул $4co^2$ параметрийн оронд ε_0 параметр хэрэглэв. Одоо $4co^2$ параметрийн утгыг $F(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst(\xi_2, \varepsilon_l, \beta))$ функцийн ямар нэг $\varepsilon = \varepsilon_0$ цэг дээрх утгатай тэнцүү гэж авъя.

$$4co^2 = F(\varepsilon_0, \varepsilon_l, \beta, cnst(\xi_2, \varepsilon_l, \beta)). \quad (28)$$

Тэхэд

$$F(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst(\xi_2, \varepsilon_l, \beta)) - 4co^2 = \frac{1}{2}(\varepsilon_0 - \varepsilon)((\varepsilon + g)^2 + s) \quad (29)$$

Үүнд

$$g = \frac{\varepsilon_0 - \varepsilon_l - 2\beta^2}{2} = \frac{\varepsilon_0 - 3\xi_d}{2} \quad (29a)$$

$$s = \frac{3}{4}\varepsilon_0^2 - \frac{1}{2}\varepsilon_0(\varepsilon_l + 2\beta^2) - \frac{5}{4}\varepsilon_l^2 - \beta^4 + 3\beta^2\varepsilon_l - 2cnst \quad (29b)$$

Энд $cnst$ -нь (17) -аар тодорхойлогдоно. (17)-г орлуулахад

$$s(\xi_2) = \frac{3}{4}(\varepsilon_0 - \xi_d)^2 - 4(\xi_d - \xi_2)^2 \quad (29c)$$

Одоо $\varepsilon = \varepsilon_0$ цэгийн байршилд тодорхой хязгаарлалт тавья. Тухайлбал $\varepsilon = \varepsilon_0$ нь $F(\varepsilon, \varepsilon_1, \beta, \text{cnst}(\xi_2, \varepsilon_1, \beta))$ функцээр дүрслэгдэх куб муруйн гурван нугалааны дунд нугалаан дээр орших ямар нэг цэгийн абсцисс байг. Тэхдээ энэ цэг $F(\varepsilon, \dots)$ функцийн тодорхойлолтын мужид орж байх ёстой шүү. Тухайлбал

$$\beta^2 > \varepsilon_1 \text{ тохиолд}$$

- Жишээ нь гуравдугаар зураг дээр бол $\varepsilon = \varepsilon_0$ нь ε -тэнхлэг дээр тэмдэглэсэн b цэг байж болно. Тэнд $\theta_1 \leq \varepsilon_0 < \xi_2$, $\beta^2 < \xi_2 < \xi_0$ буюу $0 > \text{cnst} > -\frac{2}{3}c^2$

- Хавсралтын 3-р зураг. $\varepsilon_1 < \varepsilon_0 < \xi_2$, $\xi_2 = \xi_0$ буюу $\text{cnst} = 0$

- Хавсралтын 4-р зураг. $\varepsilon_1 \leq \varepsilon_0 < \xi_2$, $\xi_0 < \xi_2$ буюу $\text{cnst} > 0$

$$\beta^2 < \varepsilon_1 \text{ тохиолд}$$

- Хавсралтын 5-р зураг $\varepsilon_1 \leq \varepsilon_0 < \xi_2$, $\xi_0 < \xi_2$ буюу $\text{cnst} > 0$

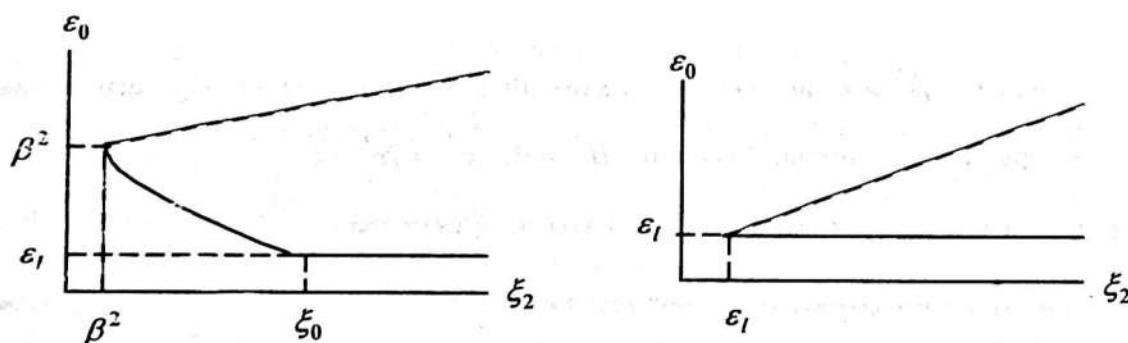
ε_0 -г авахдаа энд дурдсан хязгаарлалтыг баримтлан (29с) томъёо хэрэглэн

$$F(\varepsilon, \varepsilon_1, \beta, \text{cnst}(\xi_2, \varepsilon_1, \beta)) - 4c\theta^2 = -\frac{1}{2}(\varepsilon - c)(\varepsilon - b)(\varepsilon - a) \quad (30)$$

гэж нэгдсэн журмаар бичиж болно. Үүнд

$$c = -g - \sqrt{-s(\xi_2)}, \quad b = \varepsilon_0, \quad a = -g + \sqrt{-s(\xi_2)}, \quad \text{тэхдээ } c < b < a \quad (31)$$

Сая тоочсон хязгаарлалтуудыг тусган ξ_2, ε_0 параметруудын авах утгын мужийг графикаар харуулбал



4 зураг. Диэлектрикийн функц нь үелэн хувьсах долгионы ξ_2, ε_0 гэсэн хоёр параметр сүүдэртсэн талбай дотор мөн талбайн доод хүрээ дээр дурын утга авч болно. Эхний дүрс нь $\beta^2 > \varepsilon_1$ тохиолд сүүлийн дүрс нь $\beta^2 < \varepsilon_1$ тохиолд харгалзана. Гагцхүү эхний дүрсийн доод хүрээ дээрх (ξ_0, ε_1) координаттай цэг энд орохгүй. Энэ цэгт асимптот долгио харгалздаг.

(β^2, β^2) , (ξ_0, ε_1) хоёр цэгийг холбосон муруй шугам болбоос

$\theta_1(\xi_2) = \beta^2 - \sqrt{(\varepsilon_1 - \beta^2)^2 + 2\text{cnst}(\xi_2, \varepsilon_1, \beta)}$ функцийн график болой.

ξ_2, ε_0 хоёр параметрийн 4-зурагт харуулсан мужийн цэг бүрд (7) интеграл нэгдүгээр төрлийн эллипслэг интеграл хэмээх тусгай функцээр илэрхийлэгдэнэ[3].

$$z - z_0 = \sqrt{\frac{2}{a-c}} F(\chi(\varepsilon), p), \quad \varepsilon_0 < \varepsilon \leq a \quad (32)$$

үүнд $F(\varphi, k)$ -нэгдүгээр төрлийн эллипслэг интеграл. $\varepsilon = \varepsilon_0$ байхад $z = z_0$ байхаар авчээ. Үүнд

$$\chi(\varepsilon) = \arcsin \sqrt{\frac{(a-c)(\varepsilon-b)}{(a-b)(\varepsilon-c)}}, \quad p = \sqrt{\frac{a-b}{a-c}}$$

ε нь $[\varepsilon_0, a]$ завсарт нааш цааш холхиж өөрчлөгдөх бүрд $(z - z_0)$ нь

$$\Delta(z - z_0) = \sqrt{\frac{2}{a-c}} F(\chi(a), p) \quad (3)$$

хэмжээгээр нэмэгдэнэ. Урвуугаар ε -ийг $(z - z_0)$ -оос үелэх функц гэж тодорхойлж болно.

Үенийн хэмжээ нь $2 \cdot \Delta(z - z_0)$ болно.

Фаз нь

$$\phi_E(\varepsilon) = \phi_E(\varepsilon_0) + \frac{2^{3/2} \cdot co}{(\varepsilon_l - c)(b - \varepsilon_l)\sqrt{a-c}} (c-b)\Pi(\chi, p^2 \frac{c-\varepsilon_l}{\varepsilon_l-b}, p) + (b - \varepsilon_l)F(\chi, p) \quad (34)$$

Үүнд $F(\varphi, k)$ -нэгдүгээр төрлийн эллипсэлэг интеграл, $\Pi(\varphi, n, k)$ - 3-р төрлийн эллипсэлэг интеграл $b = \varepsilon_0$, c, a нь (31) дугаар томъёогоор, co - нь (28) дугаар томъёогоор тодорхойлогдоно.

ϕ_H -фаз нь

$$\phi_H = a \operatorname{rcsin}(2co / He) + \phi_E \quad (35)$$

Үүнд ϕ_E нь (34)-оор, H, e нь (3), (5) -аар тус тус тодорхойлогдоно.

(32) (34) хамтдаа (34) (35) хамтдаа ϕ_E, ϕ_H фазуудын координатаас хамаарах хамааралын параметр тэгшитгэлүүд юм. ε нь $[\varepsilon_0, a]$ завсарт нааш цааш холхиж өөрчлөгдөх бүрд фазууд нь $(z - z_0)$ адил дэлгэгдэн өсөх (буюу буурах) хэмжигдүүн юм.

ЭКСПОНЕНЦИАЛЬ АСИМПТОТ БҮХИЙ БОСОО ДОЛГИО

Ийм долгио $\varepsilon_l < \beta^2$ байхад $\xi_2 = \xi_0 = (4\beta^2 - \varepsilon_l)/3$ гэсэн ганц тохиолд үүснэ. Хавсралтын 3 зураг. $\varepsilon = \xi_1 = \theta_1 = \varepsilon_l$ цэг бол $F(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, \operatorname{cnst}(\xi_2, \varepsilon_l, \beta))$ функцийн хоёрдугаар эрэмбийн тэг. Хэрвээ $4co^2 = 0$ гэж авбал (7) интегралын интеграндад полюс бий болох бөгөөд иймээс $\varepsilon \rightarrow \varepsilon_l$ хязгаар асимптот шинжтэй болдог.

Энэ тохиолд (7) интеграл элементар функцээр илэрхийлэгдэнэ[3].

$$\varepsilon = (2\beta^2 - \varepsilon_l) - 2(\beta^2 - \varepsilon_l)th^2\left(\frac{\sqrt{\beta^2 - \varepsilon_l}(z - z_a) - u_a}{2}\right) \quad (36)$$

Үүнд

$$u_0 = \ln \left| \frac{\sqrt{2(\beta^2 - \varepsilon_l)} - \sqrt{2\beta^2 - \varepsilon_l - \varepsilon_a}}{\sqrt{2(\beta^2 - \varepsilon_l)} + \sqrt{2\beta^2 - \varepsilon_l - \varepsilon_a}} \right|, \quad \varepsilon_l < \varepsilon_a < 2\beta^2 - \varepsilon_l$$

Энд $z = z_a$ байхад $\varepsilon = \varepsilon_a$ байхаар анхны утга ε_a -г авчээ.

Энэ тохиолд $4co^2 = 0$ тул фазууд нь тогтмол хэмжигдүүн байх болно. Босоо долгион гэсэн үг.

БОСОО ДОЛГИО

Диэлектрикийн функц нь асимптот хязгаар бүхий босоо долгио байж болох тухай сая үзлээ. Тэгвэл диэлектрикийн функц нь нааш цааш холхин хувьсдаг асимптот босоо долгио бас бий. Энэ тохиолд (7) интегралыг тусгайлан бодох шаардлагагүй. (32) илэрхийллийг хэрэглэж болно. Харин параметруудыг дараахь байдлаар сонгох хэрэгтэй.

$$\beta^2 > \varepsilon_l \text{ тохиолд}$$

- Хавсралтын 2 зураг. $c = \varepsilon_l$, $b = \varepsilon_0 = \theta_1$, $a = \theta_2$, $\beta^2 < \xi_2 < \xi_0$
- Хавсралтын 4 зураг. $c = \theta_1$, $b = \varepsilon_0 = \varepsilon_l$, $a = \theta_2$, $\xi_0 < \xi_2$

$$\beta^2 > \varepsilon_l \text{ тохиолд}$$

- Хавсралтын 5 зураг. $c = \theta_1$, $b = \varepsilon_0 = \varepsilon_l$, $a = \theta_2$, $\varepsilon_l < \xi_2$

$\beta^2 = \varepsilon_l$ ТОХИОЛД БАЙЖ БОЛОХ ДОЛГИОНЫ ХУВИЛБАРУУД

Бид дээр $\beta^2 \neq \varepsilon_l$ байх тохиолд нягтлан үзлээ. Одоо $\beta^2 = \varepsilon_l$ тохиолд анхаарлаа хандуулъя. Энэ тохиолд тооцоог тусгайлан үйлдэх шаардлагагүй. Бичсэн томъёонуудаа $\beta^2 = \varepsilon_l$ нөхцөлд эргэж авч үзэхэд хангалттай. (11),(12),(13),(14),(15) нь

$$H^2(\varepsilon) = -\frac{1}{2}(\varepsilon - \beta^2)^2 + \text{cnst}$$

$$c^2 = 0, \quad \xi_d = \varepsilon_l, \quad \xi_s = \varepsilon_l, \quad \xi_0 = \varepsilon_l$$

$$\theta_1 = \beta^2 - \sqrt{2\text{cnst}}, \quad \theta_2 = \beta^2 + \sqrt{2\text{cnst}}$$

$$\text{cnst} = \text{cnst}(\xi, \varepsilon_l, \beta) = \frac{3}{2}(\xi - \varepsilon_l)^2, \quad \xi - \text{стационар цэг}$$

болж хувирна.

Хавтгай долгио үүсгэх cnst , $4co^2$ тогтмолуудын утга хоорондоо

$$4co^2 = \left(\frac{2}{3}\text{cnst}\right)^{3/2}, \quad \text{cnst} > 0$$

холбоотой. Энд тогтмол цахилгаан орон, бас асимптот босоо долгио байх боломжгүй. Харин диэлектрикийн функц нь тодорхой хязгаар дотор нааш цааш холхин хувьсдаг бөгөөд тэр бүр фаз нь дэлгэгдэн хувьсдаг долгио, мөн диэлектрикийн функц нь тодорхой хязгаар дотор нааш цааш холхин хувьсдаг мөртлөө фаз нь өөрчлөгддөггүй босоо долгио байна.

ДҮГНЭЛТ

Цуглуулагч керр орчин дахь гэрлийн стационар ТЕ долгионы максвеллийн тэгшитгэлүүдийн шийд хэдэн сул параметр агуулдаг. Параметрууд ба анхны нөхцөлөөс хамаарч шийд нь

- хавтгай долгио
- диэлектрикийн функц нь нааш цааш холхин үелэн хувьсдаг бөгөөд тэр бүр фаз нь дэлгэгдэн хувьсдаг долгио
- диэлектрикийн функц нь нааш цааш холхин үелэн хувьсдаг мөртлөө фаз нь өөрчлөгддөггүй босоо долгио
- асимптот босоо долгио

дүрсэлж болно.

Долгио тус бүрийн амплитуд ба фазын илэрхийлэлийг олж бичив. Хавтгай долгионых шугаман тохиолоос ялгарах юмгүй, гагцхүү амплитуд ба долгионы векторын хэмжээ эрчимээс хамаарна.

Сарниулагч керр орчинд байдаг экспоненциаль асимптоттой босоо биш долгио, зэрэгт асимптоттой босоо биш долгио, задгай орбит аль аль нь цуглуулагч керр орчинд байдаггүй ажээ.

Вывод

Решение уравнений максвелла для световых волн в дефокусирующей керр среде имеет нескольких свободных параметров. Решение в зависимости от значений этих параметров и начальных условий может изображать:

- плоскую волну
- волну, диэлектрическая функция которой периодически изменяется, а о время фазы которой систематически развертываются
- стоячую волну, диэлектрическая функция которой периодически изменяется, в то время фазы которой остаются постоянными
- асимптотическую стоячую волну.

Получены выражения для амплитуд и фаз каждой из этих волн. Случай плоских волн не отличается от линейного, причём здесь, величины амплитуды и волнового вектора зависят от интенсивности.

В фокусирующей керр среде отсутствуют нестоячая волна с экспоненциальным асимптотом, нестоячая волна со степенным асимптотом и открытые орбиты, которые имеют место в дефокусирующей керр среде.

Ишлэл

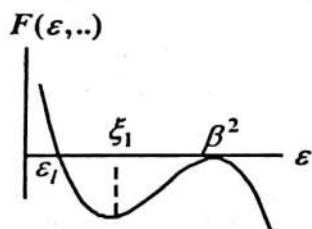
- [1]. Г. Очирбат, О. Нямсүрэн. Сорөг керр орчинд тарах гэрлийн стационар ТЕ долгионы оронд диэлектрикийн функц параметруудаас хамаарах нь. МУИС ЭШ бичиг 224(11) 2004 УБ.
- [2]. О. Нямсүрэн, Г. Очирбат. Сорөг керр орчинд тарах гэрлийн стационар ТЕ долгионы амплитуд ба фаз параметруудаас хамаарах нь. МУИС ФЭС., ЭШ бичиг 251(13) 2005 УБ.
- [3]. И. С. Градштейн и И. С. Рыжик. Таблицы интегралов сумм рядов и произведений М., фмгиз .1963

ХАВСРАЛТ

$$\varepsilon_l < \beta^2 \text{ тохиол}$$

Тэмдэглэл: $c^2 = (\varepsilon_l - \beta^2)^2$, $\xi_d = \frac{2\beta^2 + \varepsilon_l}{3}$, $\xi_s = 2\xi_d - \beta^2$, $\xi_0 = 2\xi_d - \varepsilon_l$

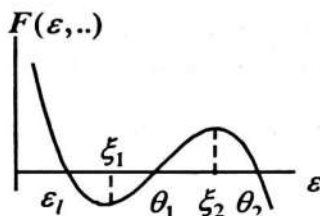
ξ_1 - минимумын цэг, ξ_2 - максимумын цэг. $H^2(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, c_{nst}) \geq 0$, $e^2 = \varepsilon - \varepsilon_l \geq 0$ хоёр нөхцөл зэрэг биелэгдэх ε -ийн утгын мужийг $F(\varepsilon, \dots)$ функцийг тодорхойлолтын муж гэнэ. θ_1, θ_2 нь (13),(14) оор тодорхойлогдоно.



1 зураг. $c_{nst} = -\frac{c^2}{2}$, $\xi_1 = \xi_s$, $\xi_2 = \beta^2$

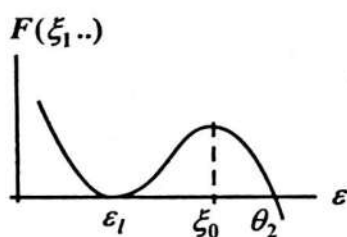
$\varepsilon = \xi_2 = \beta^2$ цэг нь функцийг хоёрдугаар эрэмбийн тэг. Тодорхойлолтын муж нь энэ ганц цэгээс тогтоно. Энэ ганц цэгт $4co^2 = 0$ тохиолд тогтмол цахилгаан орон харгалзана.

2 зураг.

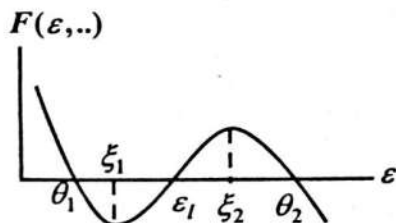


$-\frac{c^2}{2} < c_{nst} < 0$, $\varepsilon_l < \xi_1 < \xi_d$, $\beta^2 < \xi_2 < \xi_0$ тодорхойлолтын муж нь $[\theta_1, \theta_2]$.

$4co^2$ – параметр авах утгын муж: $0 \leq 4co^2 \leq F(\xi_2..)$. Хэрвээ $4co^2 = F(\xi_2..)$ байвал хавтгай долгио үүснэ. Бусад тохиолд диэлектрикийн функц үелэн хувьсдаг долгио үүснэ.



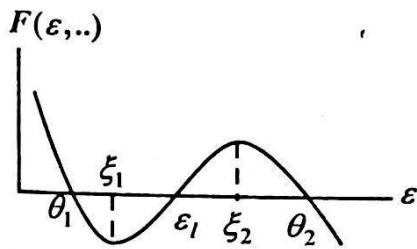
3 зураг. $c_{nst} = 0$, $\xi_1 = \theta_1 = \varepsilon_l$, $\xi_2 = \xi_0$, тодорхойлолтын муж нь $[\varepsilon_l, \theta_2]$. $4co^2$ – параметр авах утгын муж: $0 \leq 4co^2 \leq F(\xi_2..)$. Хэрвээ $4co^2 = F(\xi_2..)$ байвал хавтгай долгио, үүснэ. $4co^2 = 0$ байвал асимптот долгио үүснэ. Бусад тохиолд диэлектрикийн функц үелэн хувьсдаг долгио үүснэ.



тохиолд босоо долгио.

4 зураг. $c_{nst} > 0$, $\xi_1 < \varepsilon_l$, $\xi_0 < \xi_2$, тодорхойлолтын муж нь $[\varepsilon_l, \theta_2]$. $4co^2$ – параметр авах утгын муж: $0 \leq 4co^2 \leq F(\xi_2..)$. Хэрвээ $4co^2 = F(\xi_2..)$ байвал хавтгай долгио, бусад тохиолд диэлектрикийн функц нь үелэн хувьсдаг долгио үүснэ. Үүний дотор $4co^2 = 0$

$$\beta^2 < \varepsilon_l \text{ тохиол}$$

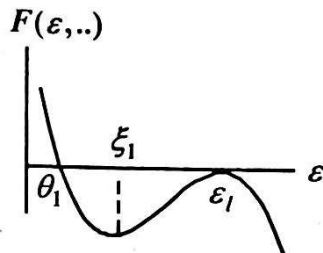


долгно .

5 зураг. $cnst > 0$, тодорхойлолтын муж нь $[\varepsilon_l, \theta_2]$.

$4co^2$ – параметр авах утгын муж: $0 \leq co^2 \leq F(\xi_2..)$.

Хэрвээ $4co^2 = F(\xi_2..)$ байвал хавтгай долгно ,бусад тохиолд диэлектрикийн функц нь үелэн хувьсдаг долгно үүснэ. Үүний дотор $4co^2 = 0$ тохиолд босоо



6 зураг. $cnst = 0$, $\xi_1 = \xi_0$, $\xi_2 = \varepsilon_l = \theta_2$

$\varepsilon = \xi_2 = \varepsilon_l$ цэг нь функцийн хоёрдугаар эрэмбийн тэг.

Тодорхойлолтын муж нь энэ ганц цэгээс тогтоно. Энэ ганц цэгт $4co^2 = 0$ тохиолд, $H^2 = e^2 = 0$, юу ч харгалзахгүй.

ЦУГЛУУЛАГЧ КЕРР ОРЧИН ДАХЬ ГЭРЛИЙН СТАЦИОНАР ОЛОН ПАРАМЕТРТ ТЕ ДОЛГИОНЫ ШИНЖИЛГЭЭ

О. Нямсүрэн, Г. Очирбат

МУИС, ФЭС, ОТФТЭХИМ

ОХ-тэнхлэгийн дагуу гүйхийн хамт ОZ тэнхлэг дагуу тарах гэрлийн стационар цахилгаан сорензон долгионы орон :

$$\begin{aligned} E_y &= e(z)\tau \exp(i\phi_e), \quad H_x = iH(z)\tau \exp(i\phi_H), \\ H_z &= h(z)\tau \exp(i\phi_e), \text{ with } \tau = \exp(i(\beta kx - \omega t)) \end{aligned} \quad (1)$$

үүнд $e(z), H(z), h(z)$ - амплитудууд, β - рефракцийн тогтмол, k - вакуум дахь долгионы векторын модуль, ϕ_e, ϕ_H - фазууд,

Максвеллийн тэгшитгэлүүдэд

$$\mu_0 c \vec{H} \rightarrow \vec{H}, \quad |\alpha| \vec{E} \rightarrow \vec{E}, \quad kz \rightarrow z$$

гэж тавья. α - керрийн тогтмол.

Сөрөг керр орчины диэлектрикийн функц

$$\varepsilon = \varepsilon_l - e^2 - A^2 \quad (2)$$

ε_l - диэлектрикийн тогтмол. Эндээс

$$e^2 = \varepsilon_l - \varepsilon, \quad \varepsilon \leq \varepsilon_l \quad (3)$$

Максвеллийн тэгшитгэлүүдээс

$$\frac{d}{dz} H^2 = 2(\beta^2 - \varepsilon)eH \cos \Delta\phi, \quad \Delta\phi = \phi_e - \phi_H \quad (4.1)$$

$$\frac{d}{dz} e^2 = 2eH \cos \Delta\phi \quad (4.2)$$

$$\frac{d}{dz} \phi_H = \frac{(\beta^2 - \varepsilon)e}{H} \sin \Delta\phi = -\frac{2(\beta^2 - \varepsilon)e}{H^2} co \quad (4.3)$$

$$\frac{d}{dz} \phi_e = -\frac{H}{e} \sin \Delta\phi = \frac{2}{e^2} co \quad (4.4)$$

Максвеллийн тэгшитгэлүүдийн анхны интеграл [1] ашиглан H^2 - хэмжигдүүнийг диэлектрикийн функцийг уггаар илэрхийлбээс

$$H^2 = -(\varepsilon_l - \varepsilon)(\beta^2 - \frac{\varepsilon_l + \varepsilon}{2}) + cnst \quad (5)$$

$cnst$ - анхны интегралын тогтмол.

ОZ тэнхлэг дагуу урсгал:

$$-\frac{1}{2} He \sin \Delta\phi = co, \quad \Delta\phi = \phi_e - \phi_H \quad (6)$$

үүнд co - интегралчлалын тогтмол

Диэлектрикийн функц ε -ийн z -координатаас хамаарах хамаарлыг дараахь интеграл ашиглан олно.

$$z = z_0 - \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \frac{1}{2\sqrt{H^2(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst)e^2(\varepsilon, \varepsilon_l) - 4co^2}} d\varepsilon, \quad (7)$$

H^2 - амплитудын квадрат ε -ээр дамжуулж z -ээс хамаарна. ϕ_e, ϕ_H - фазууд ч ялгаагүй, ε - ээр дамжуулж z -ээс хамаарна.

$$\phi_e = - \frac{co}{e^2} \frac{1}{\sqrt{H^2 e^2 - 4co^2}} d\varepsilon + c_e, \quad c_e \text{-тогтмол} \quad (8)$$

$$\phi_H = - \frac{co}{H^2} \frac{\beta^2 - \varepsilon}{\sqrt{H^2 e^2 - 4co^2}} d\varepsilon + c_H, \quad c_H \text{-тогтмол} \quad (9)$$

Бид саринулагч керр орчин дахь гэрлийн стационар ТЕ долгио 4 сул параметраас хамаарах хамаарлын шинжилгээ хийсэн[1-2]. Энэ огүүлэлд цуглуулагч керр орчин дахь гэрлийн стационар ТЕ долгио 4 сул параметраас хамаарах хамаарлын бүрэн гүйцэл шинжилгээг толилуулж буй.. Шинжилгээг өөрсдийн боловсруулсан аргаар үйлдсэн болно.

Бид (7)-(9) интегралаар илэрхийлэгдэх амплитуд ба фаз $\varepsilon, \beta, cnst, 4co^2$ -дөрвон сул параметраас хамааран ямар ямар аналитик шинжтэй байх вэ гэсэн асуудалд харилна.

$H^2(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst)$ функц

H^2 -ийг ε -ээс хамаарсан $\varepsilon_l, \beta, cnst$ - гурван параметртай функц гэж үзэн (5)-г

$$H^2 = -\frac{1}{2}(\varepsilon - \beta^2)^2 + \frac{1}{2}(\varepsilon_l - \beta^2)^2 + cnst \quad (10)$$

гэсэн хэлбэртэй бичиж болно. Энэ хялбар илэрхийллээс

$$H^2(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst) \geq 0 \quad (11)$$

байх ε -ийн утгын мужийг тодорхойлж зөхөх юмгүй.

Тэмдэглэл :

$$c^2 = (\varepsilon_l - \beta^2)^2, \quad \xi_d = \frac{2\beta^2 + \varepsilon_l}{3}, \quad \xi_s = 2\xi_d - \beta^2$$

$$\xi_0 = 2\xi_d - \varepsilon_l = \frac{4\beta^2 - \varepsilon_l}{3} \quad (12)$$

Хэрвээ $cnst \geq -\frac{1}{2}c^2$ байвал $[\theta_1, \theta_2]$ завсар дахь ε -ийн утга бүрд (11) нөхцөл биелнэ.

$cnst < -\frac{1}{2}c^2$ тохиолд (11) нөхцөл биелэх ε -ийн утга олдохгүй.

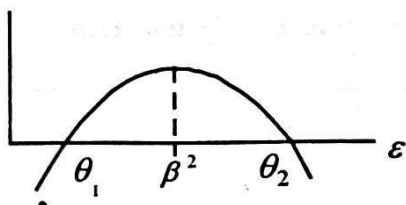
Үүнд

$$\theta_1 = \beta^2 - \sqrt{c^2 + 2cnst} \quad (13)$$

$$\theta_2 = \beta^2 + \sqrt{c^2 + 2cnst} \quad (14)$$

Хэрвээ $cnst = -\frac{1}{2}c^2$ бол $\theta_1 = \theta_2 = \beta^2$

$H^2(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst)$



1зураг. $H^2(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst)$ функцийн $cnst > -\frac{1}{2}c^2$,

$c^2 = (\varepsilon_l - \beta^2)^2$ байх үеийн бүдүүвч график. θ_1, θ_2 - (13),

(14)- томъёогоор бодогдоно. $cnst < -\frac{1}{2}c^2$ байвал (11)

нохцол хангах ε цэг байхгүй Ийнхүү цуглуулагч керр тохиолд $cnst$ ын авах утга доороосоо хязгаартай ажээ.

$$cnst \geq -\frac{1}{2}c^2 \quad (15)$$

Харин $cnst = -\frac{1}{2}c^2$ байвал параболын орой абсцисс тэнхлэгт тулна. Тэхэд $\theta_1 = \theta_2 = \beta^2$

Тодорхойлолт :

$$F(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst) = H^2(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst) (\varepsilon - \varepsilon_l) \quad (16)$$

$F(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst)$ функц

$F(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst)$ -ийг $\varepsilon_l, \beta^2, cnst$ гэсэн гурван параметртай, ε -ээс хамаарсан функц гэж үзье. Тодорхойлогдох муж нь $H^2 \geq 0$ байх мужийн $\varepsilon \geq \varepsilon_l$ нөхцлийг хангах хэсэг болно. (16) бол ε -ийн хувьд куб илэрхийлэл. Түүнийг манай методикоор шинжлэхэд төвөггүй. Куб муруйн дүрс нь $cnst$ -ын утгаас нягт хамаарна(хавсралт).

$cnst(\xi, \varepsilon_l, \beta)$ функц

$F(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst)$ функц тодорхойлолтын муж хоосон биш тохиол бүрдээ стационар цэгтэй ажээ.

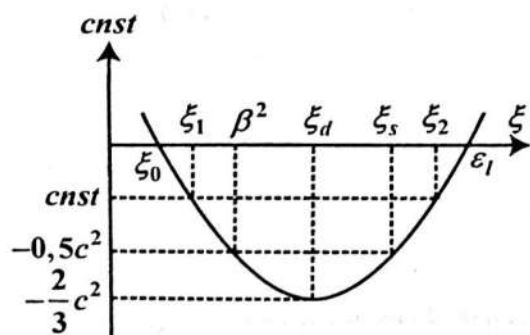
$F(\varepsilon, ..)$ функцийн стационар цэгийг ξ гэе. Стационар цэг нь $cnst$ -ын утгаар илэрхийлэгдэх ёстой. Тэгэхлээр, урвуугаар, $cnst$ нь стационар цэгээрээ илэрхийлэгдэж болно. $cnst$ -ыг стационар цэг ξ ээр илэрхийлбэл

$$\begin{aligned} cnst &= cnst(\xi, \varepsilon_l, \beta) = -(\varepsilon_l - \xi)(-2\beta^2 + \frac{\varepsilon_l + 3\xi}{2}) = \\ &= \frac{3}{2}(\xi - \xi_d)^2 - \frac{2}{3}(\varepsilon_l - \beta^2)^2, \quad \xi_d = \frac{1}{3}(2\beta^2 + \varepsilon_l) \end{aligned} \quad (17)$$

болно.

$cnst = cnst(\xi, \varepsilon_l, \beta)$ -г стационар цэг ξ ээс хамаарсан функц гэж үзэж бид шинжилгээнд хэрэглэсээр ирсэн билээ.

$cnst = cnst(\xi, \varepsilon_l, \beta)$ -ийн бүдүүвч графикийг 2 зурагт үзүүлэв.



2а зураг. $\beta^2 < \varepsilon_l$ тохиол. c^2, ξ_0, ξ_d, ξ_s -ын утгуудыг (12) -оос харна уу. Муруй шугам нь $cnst = cnst(\xi, \varepsilon_l, \beta)$ функцийн бүдүүвч график. ξ нь $cnst$ -ын $cnst = cnst(\xi, \varepsilon_l, \beta)$ гэсэн утгад харгалзах стационар цэг. $cnst$ ын өгөгдсөн утгад харгалзаж буй ξ_1 нь $F(\varepsilon, ..)$ функцийн минимумын цэг, ξ_2 нь максимумын цэг. (15) нөхцөлийн улмаас ξ_1, ξ_2 утгууд нь $\xi_1 \leq \beta^2 \leq \xi_2$ гэсэн хязгаарлалттай байна. Бас $\varepsilon = \xi_2$ цэг дээр

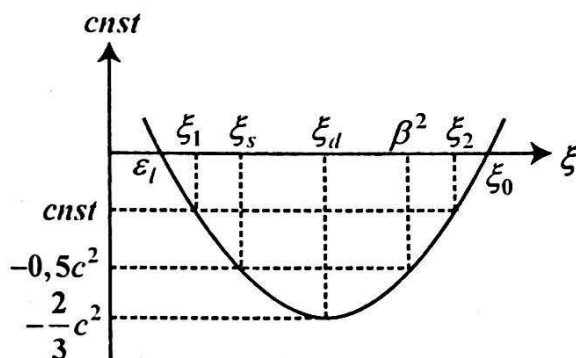
$e^2 = \xi_2 - \varepsilon_l \geq 0$ байх шаардлатай. Эцэст

$$\varepsilon_l \leq \xi_2 \quad (18)$$

Үүнээс $\varepsilon_l < \xi_2$ $\varepsilon_l = \xi_2$ тохиол тус бүрд харгалзах $F(\varepsilon, \dots)$ функцийн бүдүүвчийг хавсралтын 5, 6 зурагд харна уу.

5 зурагд $\varepsilon_l < \xi_2$ буюу $0 < cnst$. $F(\varepsilon, \dots)$ ийн тодорхойлогдох муж нь $[\varepsilon_l, \theta_2]$ завсар.

6 зурагд $\theta_2 = \varepsilon_l$ буюу $cnst = 0$. $\varepsilon = \theta_2 = \varepsilon_l$ -цэг бол $F(\varepsilon, \dots)$ ийн тодорхойлогдсон ончин ганц цэг. Энэ цэг дээр $H^2(\varepsilon) = 0$, $e^2(\varepsilon) = 0$ тул энэ цэгт юу ч харгалзахгүй.



2b зураг. $\beta^2 > \varepsilon_l$ тохиол.

c^2, ξ_0, ξ_d, ξ_s -ын утгуудыг (12) -оос харна уу. Муруй шугам нь $cnst = cnst(\xi, \varepsilon_l, \beta)$ функцийн бүдүүвч график. ξ нь $cnst$ -ын $cnst = cnst(\xi, \varepsilon_l, \beta)$ гэсэн утгад харгалзах стационар цэг. $cnst$ ын оогдсон утгад харгалзаж буй ξ_1 нь $F(\varepsilon, \dots)$ функцийн миннумын цэг, ξ_2 нь максимумын цэг. (15)

нохцолний улмаас ξ_2 -ын утгууд нь

$$\beta^2 \leq \xi_2. \quad (19)$$

гэсэн хязгаарлалттай байна.

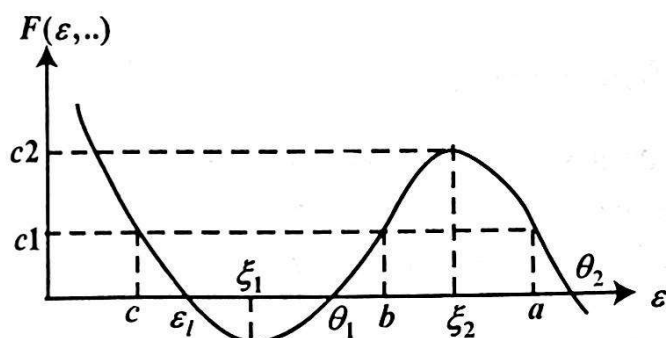
Үүнээс

1. $\xi_2 = \beta^2$ буюу $cnst = -0.5c^2$, тохиолд $F(\varepsilon, \dots)$ функц $\varepsilon = \xi_2 = \beta^2$ цэг дээр хоёрдугаар эрэмбийн тэгтэй ($H^2(\xi_2) = 0$, $e^2(\xi_2) \neq 0$). Хавсралтын 1 зураг үзнэ үү. Энэхүү $\varepsilon = \xi_2 = \beta^2$ цэг бол $F(\varepsilon, \dots)$ функц тодорхойлогдсон цорын ганц цэг. Энэ цэгт тогтмол цахилгаан орон харгалзана.

2. $\beta^2 < \xi_2 < \xi_0$ буюу $0 > cnst > -\frac{2}{3}c^2$ тохиол. Энэ тохиолд $F(\varepsilon, \dots)$ функцийн бүдүүвч төрхийг 3 зурагд харуулав (бас хавсралтын 2 зураг). $F(\varepsilon, \dots)$ ийн тодорхойлогдох муж нь $[\theta_1, \theta_2]$ завсар.

3) $\xi_2 = \xi_0$ буюу $cnst = 0$ тохиол. хавсралтын 3 зураг. $\xi_1 = \theta_1 = \varepsilon_l$, $\theta_2 = \xi_0$ $\varepsilon = \xi_1 = \theta_1$ -цэг бол $F(\varepsilon, \dots)$ функцийн хоёр дугаар эрэмбийн тэг. $F(\varepsilon, \dots)$ ийн тодорхойлогдох муж нь $[\varepsilon_l, \theta_2]$ завсар.

4) $\xi_2 > \xi_0$ буюу $cnst > 0$ тохиол. хавсралтын 4 зураг. $F(\varepsilon, \dots)$ ийн тодорхойлогдох муж нь $[\varepsilon_l, \theta_2]$ завсар.



3-зураг. $\varepsilon_l < \beta^2 < \xi_2 < \xi_0$ буюу

$0 > cnst > -\frac{1}{2}c^2$ тохиол. $\varepsilon = \varepsilon_l, \theta_1, \theta_2$ -цэгүүд бол $F(\varepsilon, \dots)$ функцийн тэг цэгүүд. $\varepsilon = \xi_1$, $\varepsilon = \xi_2$ -цэгүүд бол min, max-ын цэгүүд. $[\theta_1, \theta_2]$ завсар дээр $H^2(\xi_2) \geq 0$, $e^2(\xi_2) \geq 0$ буюу $F(\varepsilon, \dots) \geq 0$.