Эндээс ,урвуугаар, $cnst$ нь $\xi, \varepsilon_l, \beta$ -ээр илэрхийлэгдэж болно.

$$cnst = cnst(\xi, \varepsilon_l, \beta) \quad (25)$$

Тооцооноос үзэхэд ξ -ээс хамаарсан $cnst(\xi, \varepsilon_l, \beta)$ функц хоёр мөчиртэй. Тухайлбал

$$cnst = cnst_1(\xi, \varepsilon_l, \beta) = (\xi - \varepsilon_l)(3\xi + \varepsilon_l - 4\beta^2) \quad (26)$$

$$cnst = cnst_2(\xi, \varepsilon_l, \beta) = -\varepsilon_l^2 + 3\xi^2 - (1/\beta^2)\xi^3 \quad (27)$$

Оронгийн A^2, e^2, h^2 квадрат амплитудууд стационар цэг $\varepsilon = \xi$ дээр ξ ийн утгаар илэрхийлэгдэх байдал нь мөчир бүрд бас өөр өөр. Эхний мөчирд

$$e^2 = \beta^2(\xi - \varepsilon_l)/\xi, \; A^2 = (\xi - \varepsilon_l)(\xi - \beta^2)/\xi, \; h^2 = \xi(\xi - \varepsilon_l) \quad (28)$$

Хоёр дахь мөчирд

$$A^2 = 0.5(3\xi - 2\varepsilon_l), \; e^2 = -0.5\xi, \; h^2 = -0.5\xi^3/\beta^2 \quad (29)$$

Ийнхүү хоёр өөр төрлийн стационар цэг байдаг. Эхнийхийг нь нэг дүгээр төрлийн, сүүлчийхийг нь хоёр дугаар төрлийн стационар цэг гэж нэрлэсэн. Нэг дүгээр төрлийн стационар цэг ξ нь $\max(\beta^2, \varepsilon_l) \le \xi$ нөхцөлд л Ah- мужид харъяалагдах ба хоёр дугаар төрлийн стационар цэг ξ нь Ah- мужид орохгүй.

<u>*Нэг дүгээр төрлийн стационар цэг.*</u> ξ нь Ah- мужид орших нэг дүгээр төрлийн стационар цэг мөн бол $\max(\beta^2, \varepsilon_l) \le \xi$, $cnst = cnst_1(\xi, \varepsilon_l, \beta)$ ((26) томъёо). Энэхүү $cnst_1(\xi, \varepsilon_l, \beta)$-ийн ξ-ээс хамаарах хамаарлын бүдүүвчийг 2- зурагт үзүүлэв. $cnst_1(\xi, \varepsilon_l, \beta)$ функц нь

$$\xi = \gamma \equiv (1/3)(2\beta^2 + \varepsilon_l) \quad (30)$$

цэг дээр $-(4/3)(\varepsilon_l - \beta^2)^2$ -тэй тэнцүү хамгийн бага утга авна. Эерэг керр орчины хувьд бол $\varepsilon_l < \beta^2$ тохиол хамгийн сонирхолтой нь. Энэ тохиолд $\xi = \gamma$ цэг Ah-мужид орохгүй. Харин ξ-ийн зөвхөн $\beta^2 \le \xi$ гэсэн утга бүр нь харгалзах Ah-муждаа орно. $\xi = \beta^2$ цэг дээр

$$cnst_1(\beta^2, \varepsilon_l, \beta) = D(\beta^2, \varepsilon_l, \beta)/\beta^2 \le 0$$

Энэ утга бол Ah-мужид нэгдүгээр төрлийн максиум үүсгэж чадах $cnst$ - ийн хамгийн бага утга юм.

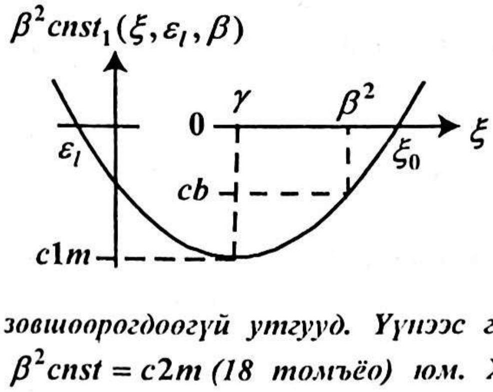
$cnst = cnst_1(\xi, \varepsilon_l, \beta)$ функц

$$\xi = \varepsilon_l, \quad \xi = \xi_0 = \frac{4\beta^2 - \varepsilon_l}{3} \quad (31)$$

хоёр цэг дээр тэгтэй тэнцэнэ.

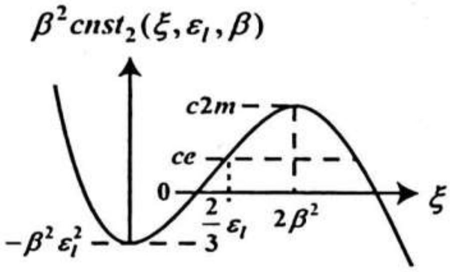
Нэг дүгээр төрлийн стационар цэг, $\varepsilon = \xi$, дээр $F(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst)$ функцийн утга

$$F(\xi, \varepsilon_l, \beta, cnst(\xi, \varepsilon_l, \beta)) = (\xi - \beta^2)(\xi - \varepsilon_l)^2 \quad (32)$$



2 зураг. $\beta^2 cnst_1(\xi, \varepsilon_l, \beta)$ *функцийн бүдүүвч график.* $\varepsilon_l < \beta^2$ *тохиол.* ξ*-ийн зөвхөн* $\beta^2 \le \xi$ *гэсэн утга бүр харгалзах Ah-мужидаа орно.* cb *нь Ah-мужид нэгдүгээр төрлийн максиум үүсгэж чадах* $\beta^2 cnst$ *- ийн хамгийн бага утга.* $\beta^2 cnst$ *- ийн* cb *ээс бага утгуудад Ah-муж хоосон. Өөрөөр хэлбэл* $\beta^2 cnst$ *-ийн* $\beta^2 cnst < cb$ *байх утгууд бол зөвшөөрөгдөөгүй утгууд. Үүнээс гадна зөвшөөрөгдөөгүй тусгаар ганц утга байдаг. Тэр нь* $\beta^2 cnst = c2m$ *(18 томъёо) юм. Харин* $\beta^2 cnst$ *-ийн* $\beta^2 cnst \ge cb$ *богоод* $\beta^2 cnst \ne c2m$ *бүх утгууд бол зөвшөөрөгдсөн утгууд юм.* $\xi = \varepsilon_l, \xi_0$ *цэгүүд дээр* $\beta^2 cnst = 0$. *Мөн* $\xi = \gamma$ цэг дээр $\beta^2 cnst = c1m = -(4/3)(\varepsilon_l - \beta^2)^2$.

Хоёрдугаар торлийн стационар цэг. **Хоёр дугаар торлийн стационар цэг ξ Ah-мужийн гадна оршино.Тиймээс түүнийг авч үзэх шаардлагагүй гэж бодмоор. Гэтэл хоёр дугаар төрлийн стационар цэг ξ - ийн утгын зарим мужид (6) интеграл авагддаг. Үүнийг бид тусад нь авч үзэх болно. $\beta^2 cnst_2(\xi, \varepsilon_l, \beta)$ функцийн бүдүүвчийг 3–р зургаас үзнэ үү.**

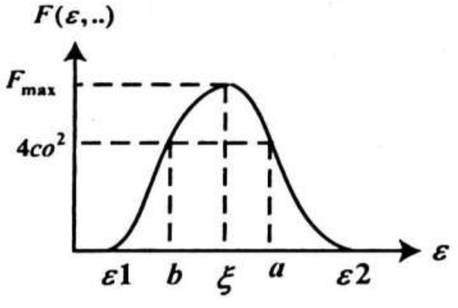


3 зураг. $\beta^2 cnst_2(\xi, \varepsilon_l, \beta)$ функцийн бүдүүвч график. $\xi = 0$ дээр $-\varepsilon_l^2\beta^2$ гэсэн утгатай, $\xi = 2\beta^2$-д $c2m$ ((18) томъёо) утга харгалзана. $\frac{1}{2}\varepsilon_l < \beta^2$ байхад энэхүү $c2m$ утга нь $\beta^2 cnst$-ийн зовшоорогдсон утгуудын дотор ганцаар оршдогоороо гайхалтай. $\frac{8}{9}\varepsilon_l < \beta^2$ тохиолд л $\xi = \frac{2}{3}\varepsilon_l$-д харгалзах ce ((20) томъёо) утга эерэг болой. Зураг дээр иймтохиол дүрслэгдэжээ.

Хоёрдугаар төрлийн стационар цэг , $\varepsilon = \xi$, дээр $F(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst)$ функцийн утга

$$F(\xi, \varepsilon_l, \beta, cnst_2(\xi, \varepsilon_l, \beta)) = (2\varepsilon_l - 3\xi_l)\xi^3 / 4\beta^2 \qquad (33)$$

Аль ч Ah- мужид $F(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst_1(\xi, \varepsilon_l, \beta))$ функц 4-р зурагт үзүүлсэн шиг түгээмэл торхтэй байна.



4 зураг. Ah-муж муж буюу(15) нохцол биелдэг муж бүхэн сегмент хэлбэртэй. Сегментийг $[\varepsilon 1, \varepsilon 2]$ гэж тэмдэглэвэл үзүүрийн $\varepsilon 1, \varepsilon 2$ цэгүүд дээр $F = F(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst)$ функц тэг утга авна. $[\varepsilon 1, \varepsilon 2]$ сегмент дээр энэ функц ганц максиумын цэгтэй. Өөр экстремум байхгүй. $4co^2$-параметр тэгээс эхлэн_ F_{max} хүртэл утга чолоотэй авна. Ийнхүү $4co^2$-ийн утгын муж нь $[0, F_{max}]$-сегмент болно. $4co^2$- ийн тухайн утгад харгалзаж буй $[b, a]$ сегмент бол (6) интегралын интеграндын тодорхойлогдох муж юм. $4co^2 = 0$ тохиолд $b = \varepsilon 1$, $a = \varepsilon 2$ болно.

Ah- мужийн сегмент бүтэц, $F(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst_1(\xi, \varepsilon_l, \beta))$ функцийн уг муж дээрх торхоос үндэслэн дараахь ерөнхий дүгнэлт хийж болно. Максвеллийн тэгшитгэлийн шийд((6));

- **$\varepsilon_l < \beta^2, cnst = 0$ хоёр нохцол зэрэг биелэгдэж байхад $4co^2 = 0$ гэж авбал асимптот босоо долгио дүрсэлнэ.**
- **Энэ хоёр нөхцөл зэрэг биелэгдэхгүй бусад бүх тохиолд $4co^2 = 0$ гэж авбал диэлектрикийн функц нь z-координатаас хамааран $[\varepsilon 1, \varepsilon 2]$ сегмент дээр холхин улиран хувьсдаг босоо долгио дүрсэлнэ.**
- **$4co^2$-параметрийг $0 < 4co^2 < F_{max}$ байхаар авбал диэлектрикийн функц нь z-координатаас хамааран $[b, a]$ сегмент дээр холхин улиран хувьсдаг, z-тэнхлэг дагуу тарах долгио дүрсэлнэ**
- **$4co^2$-параметрийг $4co^2 = F_{max}$ гэж авбал($\varepsilon 1 = \varepsilon 2 = \xi$ болж) диэлектрик --ийн функц нь тогтмол, $\varepsilon = \xi$, утгатай хавтгай долгио дүрсэлнэ. Үүнээс оор хувилбар байхгүй. Харин өөрөө сарниулагч орчинд үүнээс илүү олон хувилбарын долгио байдаг билээ.**

Одоо β^2, $\beta^2 cnst$ параметруудын янз бүр утгад Ah- мужийг тодорхойлох, улмаар тухайн Ah- муж бүрд саяя дурдсан долгио тус бүрийг хэрхэн тодорхойлох асуудлыг нягтлан үзсүгэй.

IV. β^2 -параметрийн утгуудын ангилал ба Ah-муж

β^2 параметрийн утгуудыг

1. $\beta^2 < \frac{8}{9}\varepsilon_l$ 2. $\beta^2 = \frac{8}{9}\varepsilon_l$ 3. $\frac{8}{9}\varepsilon_l < \beta^2 < \varepsilon_l$ 4. $\beta^2 = \varepsilon_l$ 5. $\varepsilon_l < \beta^2$

таван мужид хуваав. Сүүлчийн

$$\varepsilon_l < \beta^2$$

тохиолд Ah-мужийг $\beta^2 cnst$ - ийн утгаас хамааруулан тодорхойлох асуудлыг,жишээ болгон, дэлгэрэнгүй авч үзье. 1 зураг буюу хавсралт X5 харна уу. Бид $\beta^2 cnst$ параметрийн утгыг шууд өхийн оронд нэгдүгээр торлийн максимумын цэг ξ-г өгөх юм бол $\beta^2 cnst$ параметр нь $ct = \beta^2 cnst = \beta^2 cnst_1(\xi, \varepsilon_l, \beta)$ гэж бодогдоно. Нэгдүгээр торлийн максимумын цэг ξ-г параметраар сонгож авъя.

Нэгдүгээр торлийн максимумын цэг $\varepsilon = \xi$ нь зовхон $\beta^2 \le \xi$ гэсэн хязгаарлалттай.

- $\xi = \beta^2$ байг. Тэхэд $ct = cb = D(\beta^2, \varepsilon_l, \beta) = -\beta^2(\beta^2 - \varepsilon_l)^2$

  Ah-муж нь тусгаар ганц $\varepsilon = \beta^2$ цэгээс тогтоно. Энэ цэг дээр

$$e^2 = \beta^2 - \varepsilon_l, \quad A^2 = 0, \quad h^2 = \beta^2(\beta^2 - \varepsilon_l) \tag{34}$$

$4co^2$ -параметр ганцхан тэг утга авах боломжтой. $4co^2 = 0$ гэж авбал $\varepsilon = \beta^2$ гэсэн тогтмол диэлектрикийн функц, (34)-аар илэрхийлэгдэх тогтмол орон бүхий босоо долгио дүрсэлнэ. $\varepsilon = \beta^2$ байгаа учир үүнийг энэ тохиолд Брюстерийн хоердугаар долгио гэж үзүүштэй.

- $\beta^2 < \xi \le \xi_0$ байг. Өөроор хэлбэл $cb < ct \le 0$, Тэхэд Ah-муж нь $[r2, r3]$ -сегмент болно. Үүнд $r2, r3$ -нь өгөдсөн ξ-д

$$R(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst) = ct - D(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta) = 0, \tag{35}$$

  тэгшитгэлийн $r1, r2, r3$ -гурван язгуурын хоёр нь. Тэхдээ $r1 < r2 \le r3$.

- $\xi_0 < \xi < 2\beta^2$ байг. Тэхэд Ah-муж нь $[\chi, r3]$ болно,үүнд χ-нь өгөдсөн ξ-д (17) томъёогоор бодогдоно, $r3$ нь өгөдсөн ξ-д (35) тэгшитгэлийн хамгийн их язгуур(ганц бодитой язгууртай тохиолд бол тэр ганц язгуур нь)юм.
- $2\beta^2 < \xi$ байг. Тэхэд Ah-муж нь $[r3, \chi]$ болно,үүнд χ-нь өгөдсөн ξ-д (17) томъёогоор бодогдоно, $r3$ нь өгөдсөн ξ-д (35) тэгшитгэлийн ганц бодитой язгуур юм.

$\xi = 2\beta^2$ бол онцгой утга. Ийм максимумын цэгтэй Ah-муж байхгүй. Энэ цэг бол мөн чанартаа хоёрдугаар торлийн экстремумын цэг мөн.

Диэлектрикийн функц үелэн хувьсах шийд тодорохойлох процедур

$$\varepsilon_l < \beta^2 \text{ мужид}$$

I. $\beta^2 < \xi \le \xi_0$ байх тохиол. ξ-ийн утгыг өгөөд дараах тооцоо хийнэ. Үүнд:

1. $F_{max} = (\xi - \beta^2)(\xi - \varepsilon_l)^2$ 2. $cnst = cnst_1(\xi, \varepsilon_l, \beta)$ 3. $\chi \equiv \sqrt{\varepsilon_l{}^2 + cnst}$ 4. $R(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst) = \beta^2 cnst - D(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta) = 0$ тэгшитгэлийн $r1, r2, r3$ -гурван язгуурыг олж(

$r1 < r2 \le r3$ гэж журамлан) их хоёрыг нь авна. Энэ хоёр утга бол Ah-мужийн хилүүд: $\varepsilon 1 = r2$, $\varepsilon 2 = r3$ 5. $4co^2$ параметрд утга өгно.Уг утга нь $4co^2 \in (0, F_{\max})$ байвал зохино. 6. $F(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst_1(\xi, \varepsilon_l, \beta)) - 4co^2 = 0$ тэгшитгэлийн Ah-муж дахь хоёр язгуурыг олно. Үүнд (жишээ нь, mathcad –аар)

$$\varepsilon = 0.5(\varepsilon 1 + \xi) \text{ (guess value)}$$

$$b = root(F(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst_1(\xi, \varepsilon_l, \beta)) - 4co^2, \varepsilon)$$

$$\varepsilon = 0.5(\varepsilon 2 + \xi) \text{ (guess value)}$$

$$a = root(F(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst_1(\xi, \varepsilon_l, \beta)) - 4co^2, \varepsilon)$$

7. $(b, a]$ муж дээр $z(\varepsilon) = z_0 + \int_b^\varepsilon \frac{\varepsilon + 2e^2(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst)}{2(2\beta^2 - \varepsilon)\sqrt{F(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst) - 4co^2}} d\varepsilon$, функцийг mathcad –аар бодуулж авна.

II. $\xi_0 < \xi < 2\beta^2$ байх тохиол. I.1- I.3 дурдсан тооцоог дэс дараалан гүйцэтгэнэ. Гагцхүү I. 4-д дурдсан Ah-мужийн хил тогтоох асуудалд оорчлолт гарна. Үүнд $\varepsilon 1 = \chi$, $\varepsilon 2 = r3$. $r3$-нь (35) тэгшитгэлийн хамгийн их язгуур (буюу ганц бодитой язгуур). I.5- I.7дурдсан тооцоог давтан үйлдэнэ.

III. $2\beta^2 < \xi$ байх тохиол. I.1- I.3 дурдсан тооцоог дэс дараалан гүйцэтгэнэ. Гагцхүү I. 4-д дурдсан Ah-мужийн хил тогтоох асуудалд оорчлолт гарна. Үүнд $\varepsilon 1 = r3$, $\varepsilon 2 = \chi$. $r3$- бол (35) тэгшитгэлийн ганц бодитой язгуур.
I.5- I.7-д дурдсан тооцоог давтан үйлдэнэ.

$$\beta^2 \le \frac{1}{2}\varepsilon_l \text{ мужид}$$

1. $\varepsilon_l < \xi$ байх ξ утгад I.1- I.3- д дурдсан тооцоог дэс дараалан гүйцэтгэнэ. Ah-мужийн хил: $\varepsilon 1 = r3$, $\varepsilon 2 = \chi$. $r3$-нь (35) тэгшитгэлийн ганц бодитой язгуур.

I.5- I.7-д дурдсан тооцоог давтан үйлдэнэ.

$$\frac{1}{2}\varepsilon_l < \beta^2 \le \varepsilon_l \text{ мужид}$$

1. $\varepsilon_l < \xi < 2\beta^2$ байх ξ утгад $\varepsilon_l < \beta^2$ мужийн II-д дурдсан тооцоог хэрэглэнэ.
2. $2\beta^2 < \xi$ байх ξ утгад $\varepsilon_l < \beta^2$ мужийн III-д үйлдэгдсэн тооцоог хэрэглэнэ.

V. Хавтгай долгио

Хавтгай долгио нэгдүгээр төрлийн максимумын $\varepsilon = \xi$ цэгт, $4co^2$ параметрийн дараахь утгад үүснэ.

$$4co^2 = F(\xi, \varepsilon_l, \beta, cnst(\xi, \varepsilon_l, \beta)) = (\xi - \beta^2)(\xi - \varepsilon_l)^2$$

Ah-муж нь цорын ганц тусгаар цэг байх тул хавтгай долгио бол тогтвортой горим юм. Хавтгай долгионд оронгийн амплитудын квадратууд (28) томъёогоор илэрхийлэгдэнэ:

$$e^2 = \beta^2(\varepsilon - \varepsilon_l)/\varepsilon, \; A^2 = (\varepsilon - \varepsilon_l)(\varepsilon - \beta^2)/\varepsilon, \; h^2 = \varepsilon(\varepsilon - \varepsilon_l)$$

Хавтгай долгионы диэлектрикийн функц ε нь

$\beta^2 \le \varepsilon_l$ тохиолд $\varepsilon > \varepsilon_l$,

$\varepsilon_l < \beta^2$ тохиолд $\beta^2 < \varepsilon$ утга авч болно.

VI. Экспоненциаль асимптот бүхий босоо долгио

Асимптот босоо долгио зөвхон $\varepsilon_l < \beta^2$ тохиолд $4co^2 = 0$, $cnst = 0$ байхад үүсч болно. Энэ долгио $\varepsilon \to \varepsilon_l + 0$ хязгаартаа

$$\varepsilon - \varepsilon_l \sim (\varepsilon_a - \varepsilon_l)\exp(-\frac{z - z_a}{q}) \tag{35}$$

хуульд захирагдана. Үүнд ε_a, z_a-анхны утгууд.

$$q = \frac{1}{2}\left[\frac{\varepsilon_l}{(\varepsilon_l - \theta_1)(\varepsilon_l - \theta_2)}\right]^{1/2}$$

Ганц interface тэй тохиолд бол энэ долгио нь шугаман бус суурь орны гүн тийш унтардаг горим буюу дотоод бүрэн ойлтод хамаарч болно.

Дүгнэлт

Өөрөө цуглуулагч керр орчинд тарах гэрлийн стационар ТМ цахилгаан соронзон долгионы оронгийн амплитудууд диэлектрикийн функцээр илэрхийлэгддэг. Диэлектрикийн функцийн координатаас хамаарах хамаарлыг тодорхойлох дөрвөн сул параметр агуулсан бөгөөд ерөнхий хэлбэртээ элементар ба тусгай функцээр илэрхийлэгддэггүй квадратур томъёо бий. Параметруудын утгын огторгуйг мужилж, муж бүрд диэлектрикийн функцийн координатаас хамаарах хамаарал ямар торхтэй байхыг шууд хэлж чадах рецепт боловсруулав. Тухайн мужид диэлектрикийн функцийн координатаас хамаарах хамаарал нь дараахь 3 торлийн функцийн аль нэг хэлбэртэй байж болно. Үүнд

- Нэгэн утгат үет функц
- Экспонент асимптоттой үет биш функц (асимптот босоо долгио).
- Хавтгай долгио

Вывод

Амплитуды электромагнитных полей световых волн в самофокусирующей керр –среде выражаются через диэлектричекую функцию. Существует квадратурное выражение для зависимости диэлектрической функции от координаты,которое зависит от четырёх свободных параметров и неберется в обшем виде через элементарные и специальные функции. Нам удалось разложить пространство значений этих параметров на подпространства таким образом что в каждом из которых характер зависимости диэлектрической функции от координаты становится предсказуемым и сводится к одному из следующих типов функций:

- Однозначные периодические функции
- Апериодические функции с экспоненциальным асимптотом (асимптотическая стоячая волна)
- Плоская волна

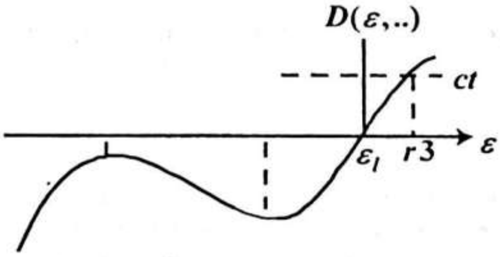
Ссылки

[1]. Г. Очирбат, О. Нямсүрэн Сөрог керр орчинд тарах гэрлийн стационар тм долгионы оронд диэлектрикийн функц параметруудаас хамаарах нь.
МУИС эрдэм шинжилгээний бичиг.№ 2004(11),2004, Улаанбаатар

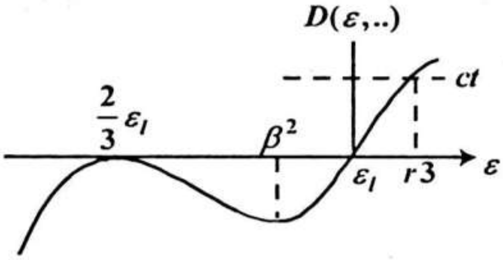
Хавсралт. Ah-муж

$\varepsilon > \varepsilon_l$, $e^2(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta) > 0$, $A^2(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta,cnst) > 0$ гурван нохцлийг зэрэг хангах ε-ийн утгын мужийг Ah-муж гэж нэрлэж буй. Энэ муж $\varepsilon_l, \beta^2, cnst$ гурван параметрийн байршилтай нягт уялдаатай. Дор $D(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta)$ функцийн бүдүүвч графикуудыг харуулав. Тэмдэглэл: $ct = \beta^2 cnst$, $ce = D(\frac{2}{3}\varepsilon_l,\beta,\varepsilon_l)$, $cb = D(\beta^2,\beta,\varepsilon_l)$

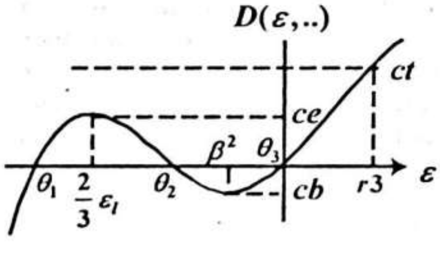
Дор $r3$ нь $R(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta,ct) = ct - D(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta) = 0$ тэгшитгэлийн, огогдсон ct -утгад харгалзах нэгэн язгуур. X1-X4 графикд $\varepsilon_l < r3$. X5 графикд $\beta^2 \le r3$.



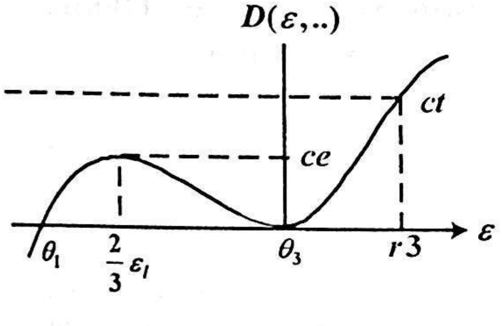
X1 зураг. $\beta^2 \le \frac{8}{9}\varepsilon_l$ байхад $D(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta)$ функцийн min, max утгууд сорог. $cnst$ -ийн сорог ба тэг утгад Ah-муж хоосон. Харин ct -ийн($ct > 0$) огогдсон утгад Ah-муж нь хэрвээ $\beta^2 \le \frac{1}{2}\varepsilon_l$ байвал $[r3, \chi]$-сегмент. Үүнд χ -(17)томъёогоор бодогдоно. Хэрвээ $\frac{1}{2}\varepsilon_l < \beta^2 < \frac{8}{9}\varepsilon_l$ байвал $ct < c2m$ нохцолд $[\chi, r3]$ сегмент, $c2m < ct$ нохцолд $[r3, \chi]$ сегмент болно.



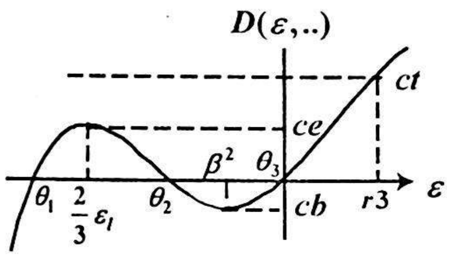
X2 зураг. $\beta^2 = \frac{8}{9}\varepsilon_l$. Энд $ce = 0$, $cb < 0$. $cnst$ -ийн сорог ба тэг утгад Ah-муж хоосон. Харин ct -ийн($ct > 0$) өгөгдсөн утгад Ah-муж нь $ct < c2m$ нохцолд $[\chi, r3]$ сегмент, $c2m < ct$ нохцолд $[r3, \chi]$ сегмент болно. Үүнд χ -(17)томъёогоор бодогдоно.



X3 зураг. $\frac{8}{9}\varepsilon_l < \beta^2 < \varepsilon_l$. Энд $ce > 0$, $cb < 0$ $\theta_3 = \varepsilon_l$. $cnst$ -ийн сорог ба тэг утгад Ah-муж хоосон. Харин ct -ийн($ct > 0$) огогдсон утгад Ah-муж нь $ct < c2m$ нохцолд $[\chi, r3]$ сегмент, $c2m < ct$ нохцолд $[r3, \chi]$ сегмент болно. Үүнд χ -(17)томъёогоор бодогдоно.



Х4 зураг $\beta^2 = \varepsilon_l$.Энд $ce > 0$, $cb = 0$. $\theta_3 = \beta^2 = \varepsilon_l$. $cnst$ -ийн сөрөг ба тэг утгад Ah-муж хоосон. Харин ct -ийн($ct > 0$) огогдсон утгад Ah-муж нь $ct < c2m$ нохцолд $[\chi, r3]$ сегмент, $c2m < ct$ нохцолд $[r3, \chi]$ сегмент болно. Үүнд χ -(17)томъёогоор бодогдоно. $ct = 0$-д харгалзах $\theta_3 = \beta^2 = \varepsilon_l$ гэсэн тусгаар ганц цэг дээр $A^2 = e^2 = h^2 = 0$ тул энэ цэг юуг ч дүрслэхгүй.



Х5 зураг. $\varepsilon_l < \beta^2$.Энд $ce > 0$, $cb < 0$ г. $\theta_2 = \varepsilon_l$.Энэ тохиол бусдаас ялгарах онцлогтой.$cnst$ -ийн сөрөг утгатай тодорхой мужид Ah-муж хоосон биш . Тухайлбал $cb \le ct < 0$ нохцолд ct -ийн огогдсон утгад Ah-муж нь $[r2, r3]$ -сегмент болно. Үүнд $r2, r3$ -нь $R(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, ct) = ct - D(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta) = 0$ тэгшитгэл -ийн $r1, r2, r3$ -гурван язгуурын хоёр нь. Тэхдээ $r1 < r2 \le r3$. Харин ct -ийн $ct \ge 0$ утгуудын хувьд гэвэл дээрх тохнолуудад дурдсан журмыг дагана. Ah-муж нь $ct < c2m$ нохцолд $[\chi, r3]$ сегмент, $c2m < ct$ нохцолд $[r3, \chi]$ сегмент болно. Үүнд χ -(17) томъёогоор бодогдоно.

МУИС, Эрдэм Шинжилгээний Бичиг, ФИЗИК №282(14), 2006, хууд. 64-73

Өөрөө цуглуулагч керр орчин дахь гэрлийн стационар тм долгионы оронд диэлектрикийн функц параметруудаас хамаарах нь

Г. Очирбат, О. Нямсүрэн

МУИС, ФЭС, ОТФТэнхим

ОХ-тэнхлэгийн дагуу гүйхийн хамт OZ тэнхлэг дагуу тарах гэрлийн стационар цахилгаан соронзон ТМ долгионы орон :

$$E_z = e(z)\exp(i\beta kx - i\omega t), \quad E_x = -iA(z)\exp(i\beta kx - i\omega t), \quad h_y = h(z)\exp(i\beta kx - i\omega t) \quad (1)$$

Үүнд $e(z), A(z), -h(z)$ - амплитудууд, β - рефракцийн тогтмол, k - вакуум дахь долгионы векторын модуль

Сөрөг керр орчины диэлектрикийн функц

$$\varepsilon = \varepsilon_l + e^2 + A^2 \tag{2}$$

ε_l -диэлектрикийн тогтмол.

Максвеллийн тэгшитгэлүүд хэрэглэн e^2, A^2, h^2- хэмжигдүүнүүдийг диэлектрикийн функцийн утгаар илэрхийлж болдог [1].

$$e^2(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst) = \frac{\beta^2}{2\varepsilon(2\beta^2 - \varepsilon)}(\varepsilon^2 - \varepsilon_l^2 - cnst), \tag{3}$$

$$A^2(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst) = \varepsilon - \varepsilon_l - e^2(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst), \tag{4}$$

$$h^2(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst) = \frac{\varepsilon^2}{\beta^2} e^2(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst), \tag{5}$$

Диэлектрикийн функц ε -ийн z-координатаас хамаарах хамаарлыг дараахь интеграл ашиглан олно.

$$z = z_0 + \int_{\varepsilon_0}^{\varepsilon} \frac{\varepsilon + 2e^2(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst)}{2(2\beta^2 - \varepsilon)\sqrt{A^2(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst) h^2(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst) - 4co^2}} d\varepsilon, \tag{6}$$

Үүнд $cnst, co$ - интегралчлалын тогтмолууд. Дараахь функцууд авья

$$D(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta) = (\varepsilon_l - \varepsilon)(2\varepsilon(2\beta^2 - \varepsilon) - \beta^2(\varepsilon_l + \varepsilon)), \tag{7}$$

$$R(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst) = \beta^2 cnst - D(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta), \tag{8}$$

$$Q(\varepsilon, \varepsilon_l, cnst) = \varepsilon^2 - \varepsilon_l^2 - cnst. \tag{9}$$

Тэхэд

$$e^2(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst) = \frac{\beta^2}{2\varepsilon(2\beta^2 - \varepsilon)} Q(\varepsilon, \varepsilon_l, cnst), \tag{10}$$

$$A^2(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst) = \frac{R(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst)}{2\varepsilon(2\beta^2 - \varepsilon)}, \tag{11}$$

$$h^2(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst) = \frac{\varepsilon}{2(2\beta^2 - \varepsilon)} Q(\varepsilon, \varepsilon_l, cnst), \tag{12}$$

$$F(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst) = R(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst) Q(\varepsilon, \varepsilon_l, cnst) / 4(2\beta^2 - \varepsilon)^2, \tag{13}$$

$$z = z_0 + \int_{\varepsilon_0}^{\varepsilon} \frac{\varepsilon + 2e^2(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst)}{2(2\beta^2 - \varepsilon)\sqrt{F(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst) - 4co^2}} d\varepsilon, \tag{14}$$

Интегранд нь $\varepsilon_l, \beta, cnst, 4co^2$ -дөрвөн параметраас хамаарч байна.Эдгээр параметруудын ерөнхий утганд энэ интегралыг элементар ба тусгай функцээр илэрхийлэх боломжгүй.

Тодорхойлолт ёсоор

$$e^2(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta,cnst),\ A^2(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta,cnst),\ h^2(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta,cnst)$$

гурав нэгэн зэрэг сөрөг биш утгатай байхын дээр (14) дэх язгуур дор сөрөг биш тоо байх ёстой.

$$\varepsilon \ge \varepsilon_l,\quad e^2(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta,cnst)\ge 0,\quad A^2(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta,cnst)\ge 0 \qquad (15)$$

$$F(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta,cnst)-4co^2\ge 0 \qquad (16)$$

Дөрвөн нөхцлийг зэрэг хангах ε -ийн утгын мужуудыг $\varepsilon_l,\beta,cnst,4co^2$ -дөрвөн параметрээс хамааруулан тогтоож баймааж (14) интегралаар илэрхийлэгдэх шийдийн параметр шинжилгээ эхэлнэ.

Энэ шинжилгээг сөрөг керр тохиолд хэрэглэсэн оорсдийн методикоор үйлдэх болно. Сөрөг керр тохиолд параметруудыг маш олон мужид хувааж муж бүрд долгионы байж болох горимуудыг тогтоосон билээ. Харин цуглуулагч керр орчны тохиолд шинжилгээ тосор байсан богоод долгионы байж болох хувилбаруудын хувьд ч ядмаг байлаа.

[1]-д хэрэглэсэн нэр томъёо,тэмдэглэл, тодорхойлолтыг энд хэрэглэсэн болно. Жишээ нь (15) нөхцлийг хангах ε -ийн утгын мужийг Ah-муж, (15),(16)-г хангахыг нь зөвшөөрөгдөх муж буюу тодорхойлолтын муж гэж нэрлэнэ.

I. $e^2(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta,cnst)$ функц

Энэ функц хоер полюстай. Полюсийн цэгүүд нь

$\varepsilon=0,\quad \varepsilon=2\beta^2$

Хоёр тэг цэгтэй.Тэр хоёр тэг цэг нь $cnst$ - ийн $cnst\ge-\varepsilon_l^2$ гэсэн мужид бодит утгатай. Бодит тэг цэгүүд нь

$\varepsilon=\chi,\quad \varepsilon=-\chi$

Үүнд

$$\chi=\sqrt{\varepsilon_l^2+cnst} \qquad (17)$$

$cnst$ - параметрийн утгаас хамаарч $e^2(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta,cnst)$ функц сөрөг биш утгатай байх ε аргументийн утгын муж хэд хэдэн хувилбартай. Үүнд

- $cnst<-\varepsilon_l^2$ байхад $(0,2\beta^2)$ гэсэн интервал
- $-\varepsilon_l^2\le cnst<c2m/\beta^2$ байхад $[-\chi,0)$, $[\chi,2\beta^2)$ гэсэн хагас сегментүүд

үүнд

$$c2m=\beta^2(4\beta^4-\varepsilon_l^2) \qquad (18)$$

- $c2m/\beta^2<cnst$ байхад $[-\chi,0),(2\beta^2,\chi]$, гэсэн хагас сегментүүд

II. $A^2(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta,cnst)$ функц

Энэ функц мөн хоер полюстай. Полюсийн цэгүүд нь

$\varepsilon=0,\quad \varepsilon=2\beta^2$

Гурван тэг цэгтэй.Тэр цэгүүд нь , (11) ийн хүртвэр, $R(\varepsilon)$ - ийн тэг цэгүүд юм. Өөрөөр хэлбэл

$$R(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta,cnst)\equiv\beta^2cnst-D(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta)=0 \qquad (19)$$

- куб тэгшитгэлийн язгуурууд юм. Язгууруудын байршил β^2, β^2cnst - параметруудын утгаас хэрхэн хамаарахыг мэдэхийн тулд юуны урьд

$R(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta,cnst)$ илэрхийлэл дэх $D(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta)$, функц β^2 -параметраас хамаарах хамаарлыг нягтлан үзэх хэрэгтэй болчихдог. Энэ функц хоёр экстремумын цэгтэй. Тэдгээр нь

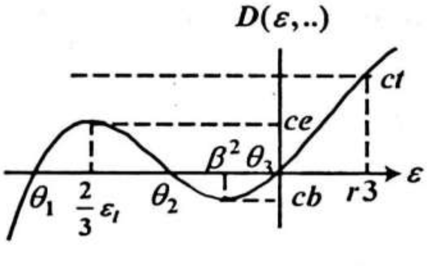
$$\varepsilon = \frac{2}{3}\varepsilon_l, \quad \varepsilon = \beta^2$$

Эдгээр цэг дээрх уг функцийн утгуудыг ce, cb гэж тэмдэглэе.

$$ce = D(\frac{2}{3}\varepsilon_l, \varepsilon_l, \beta) = \frac{1}{3}\varepsilon_l^2(\beta^2 - \frac{8}{9}\varepsilon_l) \quad (20)$$

$$cb = D(\beta^2, \varepsilon_l, \beta) = -\beta^2(\beta^2 - \varepsilon_l)^2 \quad (21)$$

$D(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta)$, функц β^2-параметраас хамаарах хамаарлын бүдүүвч графикуудыг хавсралтаас харна уу. Эдгээрийн дотроос хамгийн чухал нэгэн тохиол (X5)-ыг 1 -р зурагт арай илүү тодорхой болгож тусад нь үзүүлэв.



1-р зураг. $\beta^2 > \varepsilon_l$ тохиол. $D(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta)$, функц гурван бодит тэгтэй. Тэдгээрийг $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ -ээр тэмдэглэв. Үүнд

$$\theta_1 = (3/4)\beta^2 - (1/4)\sqrt{9\beta^4 - 8\beta^2\varepsilon_l}, \quad (22)$$

$$\theta_2 = \varepsilon_l,$$

$$\theta_3 = (3/4)\beta^2 - (1/4)\sqrt{9\beta^4 - 8\beta^2\varepsilon_l}, \quad (23)$$

$\varepsilon = \frac{2}{3}\varepsilon_l$, $\varepsilon = \beta^2$ *цэгүүд дээр максиум,миниумтай байна.Функцийн максиум,миниум утгыг* ce, cb *ээр тэмдэглэжээ((20),(21)-г харна уу). Энэ тохиолд*

$$\theta_1 < \frac{2}{3}\varepsilon_1 < \theta_2 < \beta^2 < \theta_3 \quad (24)$$

$\beta^2 cnst$ *- сул тогтмолын утгыг товчлон* ct *-ээр тэмдэглэв:* $ct = \beta^2 cnst$.

Зураг дээр $ct > ce$ байх үе дүрслэгджээ. Хэвтээ шугам $D(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta)$ функцийн графикийг ганц цэгт огтолжээ. Огтолсон цэгийн абсцисс $r3$ бол (19) тэгшитгэлийн ганц бодит язгуур. Ногөө хоёр язгуур нь хуурмаг болой. Хэрвээ ct -г $cb \le ct \le ce$ нохцол хангаж байхаар авах юм бол $ct = \beta^2 cnst$ - хэвтээ шугам $D(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta)$, функцийн графикийг гурван цэгт огтлох болно. Тэдгээр цэгүүд нь (19)тэгшитгэлийн гурван бодит язгуурууд мөн. Эдгээр бодит язгуурыг $r1$, $r2$, $r3$ гэж тэмдэглэн $r1 < r2 \le r3$ гэж журамлая.

$ct = 0$ **үед** $r1 = \theta_1$, $r2 = \theta_2$, $r3 = \theta_3$ **болчихно.**

$\varepsilon \ge \varepsilon_l$, $A^2(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst) \ge 0$ **нохцлүүд хангах** ε **-ийн** утгын муж нь:

- $cb \le ct \le 0$ байхад $[r2, r3]$
- $0 < ct < c2m$ байхад $[\varepsilon_l, r3]$ **сегмент болно** $(r3 < 2\beta^2)$.
- $ct > c2m$ байхад $[r3, \infty)$ **болно** $(2\beta^2 < r3)$.

III. $F(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst)$ функц

Тухайн Ah-муж дээр $F(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst)$ функцийн min, max -уудыг мэдэх нь $4co^2$ параметрийн авах утгуудын хил хязгаарыг тогтоох болон $4co^2$-ийн өгөгдсөн утгад $\varepsilon(z)$ функцийн хэлбэр төрхийг мэдэхэл гол үүрэг гүйцэтгэнэ.

$\varepsilon_l, \beta^2, cnst$ параметруудын өгөгдсөн холбогдолд $F(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst)$ функцийн стационар утга авах цэгийг ξ гэе. ξ нь $\varepsilon_l, \beta^2, cnst$ параметруудын холбогдлоор илэрхийлэгдэх ёстой.

$$\xi = \xi(\varepsilon_l, \beta, cnst)$$