

# Хоёр хэмжээст объектын дифракцын зураг, түүнээс эх объектын дүрсийг сэргээн байгуулах нь

Ж.Ванчинхүү<sup>1\*</sup>, Ж.Эрдэнэтогтох<sup>2</sup>, Б.Дүүрэнбуян<sup>1</sup>, Ж.Долгөөн<sup>1</sup>

<sup>1</sup>МУИС, ШУС, Физикийн тэнхим

<sup>2</sup>ШУА, ФТХ, Биофизикийн лаборатори

Дифракцын гажиг бүхий зургаас объектын жинхэнэ зургийг ялган авах аргын талаарх судалгаа физикийн олон салбарт хийгддэг бөгөөд технологийн хөгжилтэй уялдан сүүлийн үед улам бүр ач холбогдолтой болж байна. Дифракцын зургаас эх объектын зургийг сэргээх хэд хэдэн арга байдгаас Герчберг-Сакстоны алгоритмаар объектын зургийг сэргээн гарган авах тоон арга түлхүү хөгжсөн байна. Энэ аргаар эх зургийг сэргээх судалгааг гүнзгийрүүлэн хийж тоон туршилт хийхэд юуны өмнө дан ганц дифракцын гажигтай, тод дүрслэл бүхий зураг зайлшгүй шаардлагатай байдаг. Иймээс ямар нэг нэмэлт гажиггүй дифракцын зургийг симуляцаар гарган авч түүн дээр эх зургийн сэргээлт хийх аргыг турших нь илүү ач холбогдолтой. Бид Mathematica програм ашиглан объектын Фраунгоферийн дифракцын зургийг байгуулах, энэ зургаас Герчберг-Сакстоны алгоритмыг хэрэглэн эх объектын дүрсийг сэргээн байгуулах судалгааг хийж объектын хэмжээ бага байхад сэргээлт хангалттай явагдаж байгааг үзүүлэв. Харин объектын хэмжээ том байх тохиолдолд сэргээгдсэн зураг зарим гажиг агуулдаг. Энэ судалгааны ажилд хийгддэг тооцоо, симуляц, дүрслэлд Mathematica програмыг ашиглах нь хамгийн тохиромжтой боловч гүйцэтгэлийн хугацаа харьцангуй өндөр байна.

**Түлхүүр үгс:** дифракц, дифракцын симуляц, зургийн сэргээлт, Герчберг-Сакстоны алгоритм, итерацийн алгоритм.

## I. УДИРТГАЛ

Ямарч долгионы хувьд долгионы урт нь саадын шугаман хэмжээтэй жишихүйц бол уг долгион саадыг дайран гарах үедээ түүнийг тойрон тархдаг. Энэ үзэгдлийг дифракцын үзэгдэл гэдэг. Энэ үзэгдлийг Гюйгенс-Френелийн зарчмыг ашиглан онолын хувьд бүрэн тайлбарлаж болно [1]. Объектыг дайран ирж байгаа цахилгаан соронзон долгионыг бүртгэх замаар гарган авч байгаа зурагт дифракцын үзэгдэл муугаар нөлөөлдөг. Тухайлбал, оптик микроскопоор объектын дүрсийг томруулан харахдаа объектын хэмжээг багасаж гэрэлтүүлэгч гэрлийн долгионы урттай жишихүйц болгох үед дифракцын үзэгдлийн улмаас уг объектын дүрс гажигтай болж эх объекттэй огт адилгүй дүрс харагддаг. Дифракцын зургийн хэлбэр, төрх байдал нь объект дээр тусгаж байгаа буюу зураг авч байгаа цахилгаан соронзон долгионы хэлбэр (хавтгай, бөмбөлөг), объект ба гэрэл үүсгэгчийн хоорондох зай, объект ба дэлгэцийн хоорондох зайнаас хамаарч хүчтэй хамаарч байдаг. Үүсэж байгаа дифракцын зургийг төрх байдлаар нь Фраунгоферын ба Френелийн дифракц гэж хоёр ангилдаг. Объектын шугаман хэмжээний ( $d$ ) квадратыг долгионы уртад ( $\lambda$ ) харьцуулсан харьцаа  $\frac{d^2}{\lambda} = L_0$ -г дифракцын урт гэдэг бөгөөд хэрэв энэ урт объектоос үүсгэгч хүртлэх ( $a$ ) ба дэлгэц хүртлэх ( $b$ ) зайнаас олон дахин бага  $L_0 <$

$< a, b$  байвал Френелийн дифракц, эсрэг тохиолдолд Фраунгоферийн дифракц ажиглагддаг. Дифракцын гажиггүй зургийг (гажиг нь үл илрэх гэж ойлгох хэрэгтэй) гарган авахад хэрэглэдэг наад захын арга нь ашиглаж байгаа долгионы уртыг объектын хэмжээнээс нь багасах арга юм. Энэ тохиолдолд дифракц сул ажиглагдах ба илрүүлэхэд амаргүй буюу бараг илэрдэггүй.

Цахилгаан соронзон долгионы янз бүрийн мужид бүртгэх чадвартай шинэ төрлийн бүртгэгчүүд хөгжсөнтэй уялдан бага долгионы урттай долгион, тухайлбал зөөлөн рентген цацраг ашиглан микроскоп хийх ажил нэлээд ирээдүйтэй нэг судалгааны чиглэл болон хөгжиж байна [2, 3]. Микроскопт ашиглаж байгаа цахилгаан соронзон долгионы долгионы урт нь багасах тусам түүнтэй жишихүйц хэмжээтэй объектын дүрсийг тод харах боломж бий болдог. Хэдийгээр, объектийг тод харах хязгаар нь тухайн оптик системийн ялгах чадвараар (ялган харах зайгаараа  $l = \frac{0.61\lambda}{NA}$ ,  $NA = n \sin \alpha$ ) хязгаарлагддаг боловч ялгаж харах хэмжээ долгионы уртаас шууд хамаарч байгаа учраас маш бага болох нь харагддаг. Тухайлбал, рентген цацрагийн долгионы урт 0.01-10нм мужид харгалздаг ба энэ нь ийм хэмжээтэй атом, молекул зэрэг объектыг ялгаж харах боломжтой гэсэн үг юм. Гэхдээ энэ мужид дифракцын үзэгдэл ажиглагдсан хэвээр байх ба гарган авсан

\* j.vanchinkhuu@num.edu.mn

зураг нь дифракцын цагиргаар бүрхэгдэн гажсан байдаг.

Ийм учраас практикт дифракцын гажигтай зургаас эх объектын зургийг ялган авч объектын тод дүрсийг гарган авах шаардлага зайлшгүй үүсдэг бөгөөд энэ чиглэлийн судалгаа 1960-аад оны үеэс хийгдэж эхэлжээ. Объектын зурагт тоон шинжилгээ хийж дифракцын улмаас зурагт үүсэж бий болсон гажгууд болон зургаас алга болсон хэсгүүдийг сэргээн эх объектын дүрсийг бүрэн төлөөлж чадах зургийг гарган авч болно. Үүнийг товчоор сэргээлт гэдэг. Энэ асуудлыг шийдэх боломжтой хэд хэдэн санаа байдаг [4]. Эдгээрээс Герчберг-Сакстоны алгоритм болон түүнтэй холбогдох бусад аргууд, мөн үүн дээр суурилан хөгжсөн зарим аргуудыг янз бүрийн дүрсийн сэргээлтэнд өргөн ашигладаг [5, 6, 7].

Энэ алгоритмд объект ба бүртгэгч дээрх долгионы далайцыг олж эдгээр функцүүд дээр Фурьегийн шууд ба урвуу хувиргалтыг ээлжлэн хийж тухайн утгууд дээр тавих нэмэлт нөхцөлийг оруулан дараалан дөхөх аргаар объектын дүрсийг гаргадаг. Энэ аргыг судлан үүнд суурилсан програм хангамжийг боловсруулан энгийн хялбархан хямд оптик системтэй хамт хэрэглэснээр өртөг ихтэй төвөгтэй, нийлмэл оптик системийн өгч чадах сайн чанартай дүрсийг ч хямд аргаар гарган авах боломжтой юм.

Ийм сэргээлт хийх үед объектын дифракцын зураг тод, ялгарал сайтай, дифракцаас бусад гажиг нь хамгийн бага байвал сэргээлт хамгийн сайн явагддаг. Ийм учраас зургийн сэргээлт хийх арга замыг дифракцаас өөр гажиггүй зураг дээр боловсруулж шалгаж гаргаад дараа нь бодит зураг дээр турших нь хамгийн зөв зам юм. Хэдийгээр бодит объектын дифракцын зургийг туршлагаар хялбархан гарган авах боломжтой боловч ийм зурагт зураг авсан оптик системийн гажиг (жигд бус гэрэлтүүлэг, элементийн төгс бус чанартай холбоотой гажиг зэрэг) давхар туссан байдаг учраас объектын зургийг сэргээх судалгааны боловсруулалтын шатанд төдийлэн тохиромжтой биш байдаг.

Дифракцын скаляр онолын хүрээнд ямарч объектын дифракцын зургийг ерөнхий тохиолдолд симуляц, тоон тооцоолол хийх замаар гарган авах боломжтой. Ийм зурагт зөвхөн дифракцын нөлөө л туссан байна. Бид

$$G(x', y') \equiv \mathcal{F}[g(x, y)] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} g(x, y) \exp[i(xx' + yy')] dx dy$$

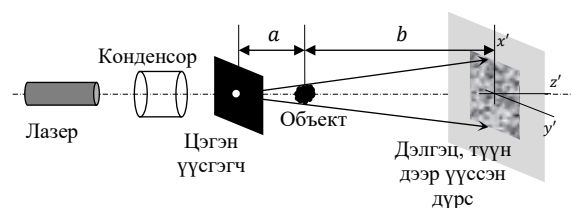
$$g(x, y) \equiv \mathcal{F}^{-1}[G(x', y')] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} G(x', y') \exp[-i(xx' + yy')] dx' dy'$$
(1)

өмнө нь Mathematica платформ дээр симуляцаар янз бүрийн ойролцоололд дифракцын зургийг гарган авах арга замуудыг авч үзсэн бөгөөд эдгээрээс зөвхөн Фраунгоферийн дифракц нь объект дээрх долгионы Фурьегийн хувиргалтаар бүрэн дүрслэгддэг [8].

Бид энэ өгүүлэлд объектын Фраунгоферийн дифракцын зургийг гарган авах тухай болон дифракцын зургаас эх объектын дүрсийг сэргээх тоон тооцооллын аргыг авч үзээд геометрийн зарим дүрсүүдийн сэргээлт хэрхэн явагдаж байгааг харуулсан үр дүнг багтаав.

## II. ДИФРАКЦЫН ЗУРГИЙГ ГАРГАН АВАХ

Дифракцын зураг нь объект дээр туссан гэрлийн Фурьегийн хувиргалтаар үүсдэг [1, 9]. Дифракцын зургийг гарган авах ерөнхий оптик схемийг Зураг 1-д үзүүлээ. Гэрэл үүсгэгчээс гарсан гэрэл конденсор линзийн систем дээр тусаж түүний фокусын цэгт цугларна. Энэ цэг дээр нарийн нүх байрлах ба үүнээс цааш бөмбөлөг долгион тархана. Бөмбөлөг долгион объект дээр тусаж түүний дүрс (проекц) дэлгэц дээр үүснэ. Дэлгэц дээр үүсэж байгаа дүрс тодор



Зураг 1. Дифракц үзэгдлийг ажиглах ерөнхий схем

хой өсгөлттэй байх ба энэ нь  $\frac{a+b}{a}$  харьцаагаар тодорхойлогдоно. Энэ схемийг рентген цацрагийн проекцийн микроскопт хэрэглэдэг [3]. Энэ схемийн дэлгэцийн оронд бүртгэгч байрлана. Бүртгэгчид объектоос ирж байгаа долгионы эрчим бүртгэгддэг бөгөөд долгионы далайц ба фазын тухай мэдээлэл бүртгэгдэлгүй бүрэн алга болдог. Энэ схемийн дагуу туршилт хийхээс гадна симуляц хийх замаар дифракцын зургийг гаргаж авах боломжтой.

Объектоос гарч байгаа долгионы далайцыг  $g(x, y)$ , харин дэлгэц дээр очиж тусаж байгаа долгионы далайцыг  $G(x', y')$  гэж тэмдэглэвэл эдгээр нь харилцан бие биенээ Фурьегийн шууд ба урвуу хувиргалтаар дараах байдлаар илэрхийлдэг:

Энэ хувиргалтыг Фраунгоферийн дифракцын интегралтай [1, 9] жишвэл бүртгэгч дээрх цэгүүдийн координат  $\left(\frac{kx}{l}, \frac{ky}{l}\right)$  хэмжээсээр өгөгдөхийг харж болно. Дифракцын интегралын өмнөх үржигдэхүүн фазд нөлөөлөхгүй, зөвхөн зургийн эрчимд нөлөөлөх учраас үүнийг тогтмол тоогоор төлөөлүүлж болно. Объектын хэлбэр аналитик функцээр өгөгдөх зарим тохиолдолд эдгээр интеграл аналитик хэлбэрээр илэрхийлэгддэг бөгөөд энэ тохиолдолд дээрх интегралыг аналитик аргаар интегралчлан дифракцын зургийг гарган авч болно. Үүнийг Mathematica програм 35 минут хугацаанд гүйцэтгэдэг.

Хэдийгээр объектын хэлбэр аналитик илэрхийллээр өгөгдсөн боловч дээрх интегралууд аналитик аргаар илэрхийлэгдэхгүй байх тохиолдол олон байдаг. Энэ тохиолдолд интеграл илэрхийллүүдийг тоон аргаар интегралчлах замаар дифракцын зургийн хэлбэрийг бүрэн гаргаж болно. Тоон аргаар интегралчлах үед ч үр дүн гарах боловч бас тооцооллын хугацаа хэдэн арван цаг үргэлжилдэг. Тухайлбал, тэгш өнцөгт болон дугуй нүхнээс үүсэх дифракцыг тоон аргаар интегралчлан тооцоолон гаргахад 12.1 цаг, харин илүү төвөгтэй дүрсийн хувьд илүү урт хугацаа шаардагддаг.

Ийм учраас бид дараах шинэ зарчмыг дэвшүүлэн энэ асуудлыг бараг бүрэн шийдвэрлээд байна. Үүнийг хийхдээ эхлээд апертурыг тодорхойлж байгаа функцийг зураг хэлбэрээр оруулж өгөөд дараа нь массив хэлбэрт шилжүүлж тодорхойлно. Дараагийн шатанд тоон хэлбэрээр тодорхойлогдсон энэ өгөгдөлд Фурьегийн хувиргалт гүйцэтгэнэ. Бид тоон тооцоолол хийхдээ Фурьегийн дискрет хувиргалтыг ашигладаг [10, 11]:

$$F[m, n] = \sum_{k, l=0}^{N-1} f[k, l] e^{-i \frac{2\pi}{N}(km+ln)},$$

$$f[k, l] = \frac{1}{N} \sum_{m, n=0}^{N-1} F[m, n] e^{i \frac{2\pi}{N}(mk+nl)},$$
(2)

Энд  $k, l, m, n = 0, \dots, N-1$  утга авах ба  $N$  нь зургийн пикселиэр илэрхийлэгдсэн хэмжээ юм.

### Ш. ДИФРАКЦЫН ЗУРГИЙН ШИНЖИЛГЭЭ, ГЕРЧБЕРГ-САКСТОНЫ АЛГОРИТМ

Дифракцын зургаас эх объектын зургийг сэргээх судалгаа 1950-аад оноос хийгдэж эхэлжээ. Гэвч 1970 он хүртэл энэ асуудлыг шийдэх бараг боломжгүй гэж үзэж байв [12]. Хэрэв бид

дифракцын зургийг өгч байгаа долгионы эрчмээс гадна далайц ба фазын аль нэгийг бүртгэж чаддаг байсан бол энэ асуудал ямарч төвөггүй шийдэгдэх байсан билээ. Гэтэл бүртгэгдсэн дифракцын зурагт фазын мэдээлэл мөн л алга болсон хэвээрээ байдаг. Иймээс зургийг өгч байгаа зөв долгионыг дараалан дөхөж ойртох замаар олох ба үүндээ Герчберг, Сакстон нарын гаргасан алгоритмыг хэрэглэдэг [4, 5]. Энэ аргад дифракцын зургийг тухайн объектын Фурье хувиргалтаар үүсдэг гэж үзээд дифракцын зурагт Фурьегийн шууд ба урвуу хувиргалтыг ашиглан итерац хийх замаар эх объектын зургийг гарган авч болно гэж үздэг. Иймээс заримдаа энэ аргыг товчлон зүгээр л итерацын арга гэж нэрлэн хэрэглэдэг. Цаашид бид энд итерацын арга нэршлийг ашиглах болно. Энэ алгоритмыг илүү дэлгэрэнгүй авч үзье.  $f(x, y)$  функц  $F(x', y')$  гэсэн Фурье хувиргалттай (өөрөөр хэлбэл, эдгээр функцүүд Фурье хувиргалт юмуу эсвэл өөр ямар нэг хувиргалтаар хоорондоо холбогддог) бөгөөд эдгээрийн модулиуд  $|f(x, y)|$  ба  $|F(x', y')|$  өгөгдсөн гэж саная. Эдгээр модулиуд нь зургийн массив өгөгдлийн квадрат язгуур утга эсвэл хэмжигдсэн эрчмийн квадрат язгуур утга байх юм. Алгоритм объектын огторгуй дахь орныг (объект дээрх долгион гэсэн үг) таамаглахаас эхлэдэг ба долгионыг  $|f(x, y)|$  гэсэн өгөгдсөн далайцтай, харин  $\phi(x, y)$  гэсэн санамсаргүй фазтайгаар  $g(x, y) = |f(x, y)| \exp[i\phi(x, y)]$  гэж авна. Үүний дараа дараах алхмуудыг хийнэ. Үүнд:

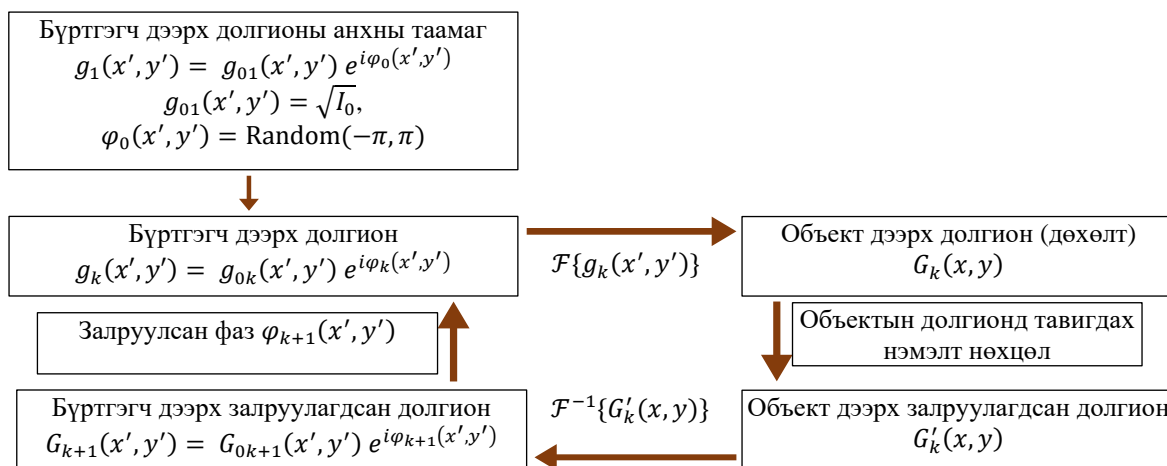
1. Энэ таамагласан  $g(x, y) = |f(x, y)| \times \exp[i\phi(x, y)]$  орны Фурье хувиргалт  $G(x', y') = |G(x', y')| \exp[i\theta(x', y')]$ -г олно ( $g(x, y)$  дээр Фурье хувиргалт хийнэ гэсэн үг).
2. Олсон энэ орноо дүрсийн огторгуй дахь (долгионы) хэмжигдсэн орныг буюу модулийг өгч байхаар  $|F(x', y')| \exp[i\theta(x', y')]$  гэж өөрчлөнө.
3. Өмнө олсон орондоо урвуу Фурье хувиргалт хийж объектын огторгуй дахь дүр  $g'(x, y) = |g'(x, y)| \exp[i\phi'(x, y)]$  буюу объектын орныг гарган авна.
4. Энэ гарган авсан  $g'(x, y) = |g'(x, y)| \times \exp[i\phi'(x, y)]$  объектын орныхоо фазыг хэвээр үлдээн объектын орны далайцын хэмжигдсэн утга  $f(x, y)$ -ыг өгч  $g(x, y) = |f(x, y)| \times \exp[i\phi'(x, y)]$  гарган авна.

Эдгээрийг гүйцэтгэснээр алгоритмын нэг алхам бүрддэг. Энэ тооцооллыг гүйцэтгэх алгоритмыг Зураг 2-т схемээр үзүүлэв. Энэ алгоритмын үр

дүн үргэлж нийлдэг бөгөөд хоёр хэмжээст тохиолдолд нэгэн утгатай үр дүнд хүргэдэг байна [4]. Ийм учраас энэ алгоритмыг гүйцэтгэхдээ шалгуурыг заавал шалгах шаардлагагүй шууд програмчлах боломжтой байдаг. Үүнийг өгөгдсөн объектын хувьд шалгаж болно. Оройгоороо нийлсэн хоёр гурвалжны дифракцын зурагт энэ алгоритмыг хэрэглэн итерацийн  $m = 10, 20, 40, 80, 160$  дугаар

алхамд харгалзах сэргээгдсэн зургуудийг гаргаж Зураг 3-т үзүүлэв. Энэ үр дүнгээс итерацийн үр дүнд гарч буй зураг итерацийн тоо ихсэх тутам объектын эх дүрс рүү аажмаар нийлж байгаа нь тодорхой харагдаж байна.

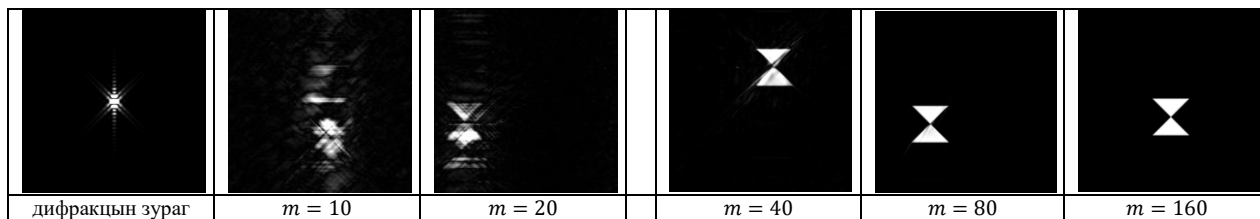
Энэ арга 2000-аад он хүртэл тодорхой судлаачдын хүрээнд хэрэглэгдэж байсан боловч 2010-аад оноос дахин янз бүрийн чиглэлээр судалгаа хийж байгаа олон судлаачдын



Зураг 2. Герцберг-Сакстоны алгоритм. Энэ схемд  $\mathcal{F}\{g(x, y)\}$ ,  $\mathcal{F}^{-1}\{G(x, y)\}$ -Фурьегийн шууд ба урвуу хувиргалтыг төлөөлдөг.

анхааралд орж өргөнөөр хэрэглэгдэж судлагдах болсон байна [13-15]. Энэ алгоритмд объект дээрх долгионы далайцын мэдээллийг өөр арга, туршилтаар олж алгоритмд хэрэглэн сэргээлт хийх боломжтой боловч энэ нь бүрэн гүйцэд шийдэл биш, өөрөөр хэлбэл дүрсийн сэргээлт

өөр төрлийн хэмжилт, туршилтаас хамааралтай болж бие даасан чанараа алддаг. Гэхдээ далайцын анхны мэдээллийг объектоос авахад дүрсийн сэргээлт түргэн явагддаг давуу талтай. Тухайлбал, хэлбэр хэмжээ нь тодорхой объектын хувьд объектоос цацарч байгаа хоёр-



Зураг 3. Итерацийн  $m = 10, 20, 40, 80, 160$  дугаар алхамд харгалзах сэргээгдсэн зургууд (Эхний баганад объектын дифракцын зургийг харин дараагийн багануудад тухайн  $m$  дугаар алхамд харгалзах сэргээгдсэн зургийг үзүүлэв).

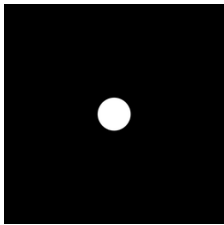
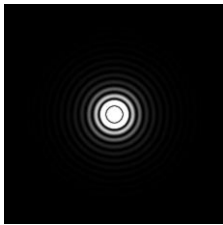
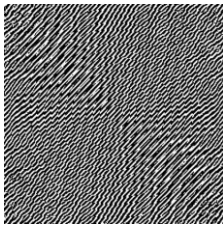
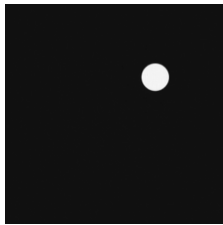
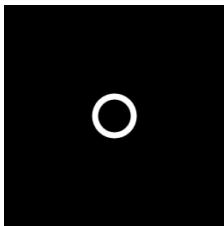
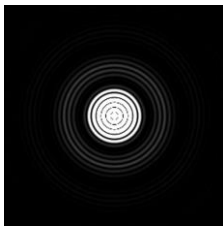
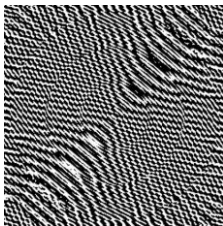
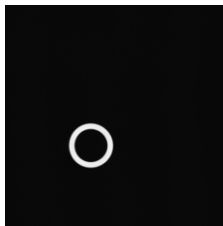
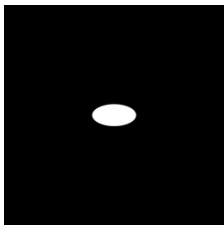
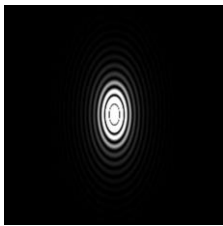
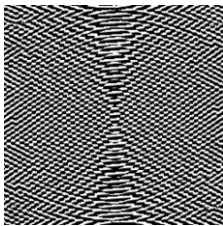
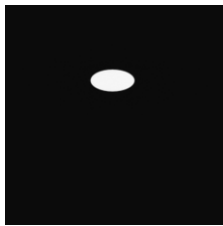
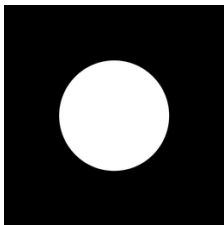
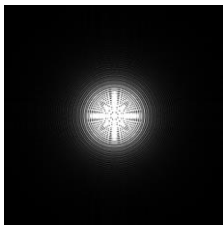
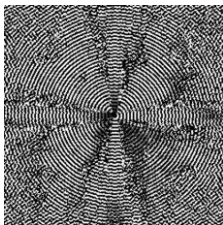
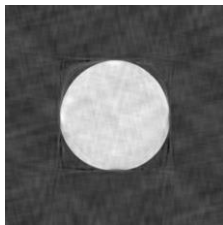
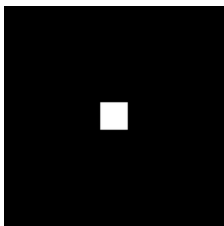
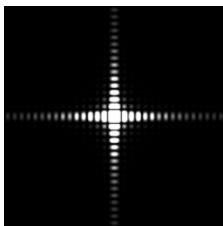
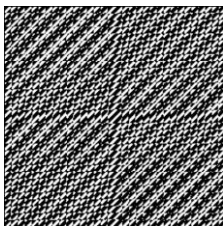
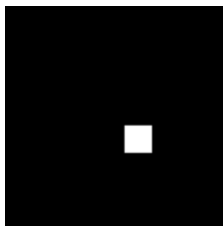
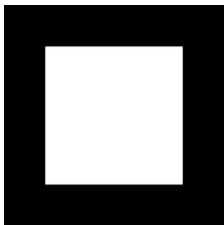
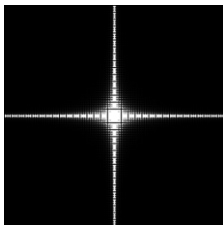
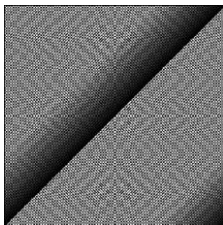
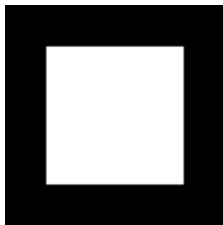
догч долгионы далайц тодорхой байдаг. Мөн объектын дифракцын зургийг симуляц хийж гарган авах үед энэ долгион бүрэн өгөгддөг. Харин ерөнхий тохиолдолд объектоос гарч байгаа долгионы далайцын мэдээлэл шууд олдох боломжгүй. Иймээс далайцын анхдагч мэдээллийг гаргах шаардлагатай болдог. Далайц анхдагч мэдээллийг дифракцын зургаас гарган авч болно. Үүнд Фурьегийн урвуу хувиргалтыг ашиглана.

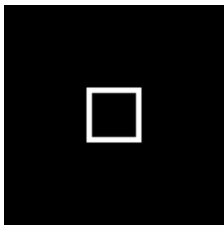
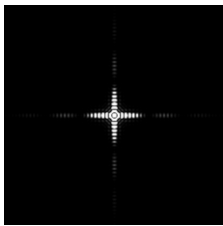
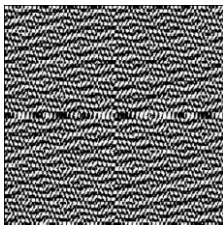
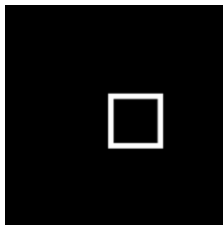
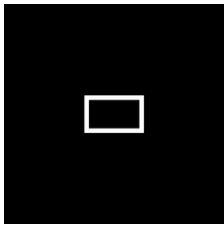
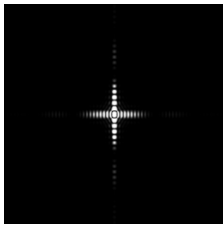
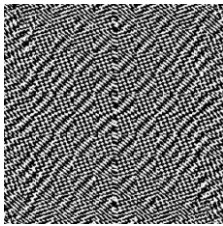
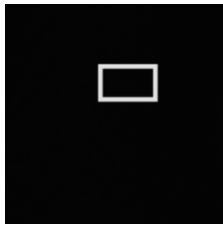
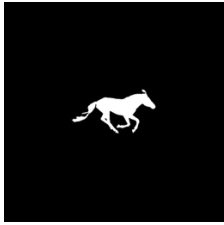
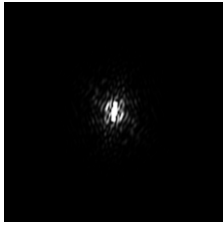
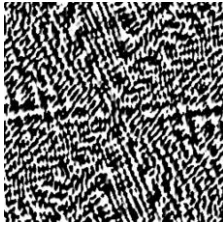
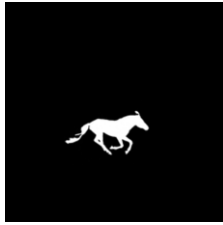

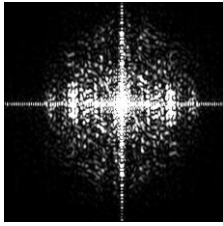
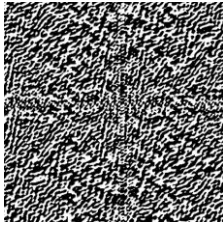

#### IV. ТООЦООЛОЛ БА ҮР ДҮН

Бид энэ тооцоололд хэрэглэсэн геометрийн дүрсүүдийг Mathematica програм ашиглан зурав. Харин уран сайхны зургийг өөр програмаар зураад програмд дуудан оруулж болно. Эдгээр зургийн пиксель хэмжээ, өнгө зэргийг програмын үндсэн функцүүдийг ашиглан хүссэнээрээ өөрчилж болно. Зургийн хэмжээ, өнгө, хар цагааны зэрэг, ялгарал гэх мэт элемент бүр програмд тоон мэдээлэл болон тусгагдаж тооцоололд ашиглагддаг учраас тооцооллын

хугацааг хэмнэх зорилгоор энэ судалгаанд бүх зургийг 256x256 хэмжээтэй, хар цагаан зураг болгон өөрчилсөн болно. Энэ судалгаанд хэрэглэсэн дүрсүүдийг Зураг 4-ийн I баганад үзүүлээ.

Математика програмд Фурьегийн дискрет хувиргалтыг хийж чадах өөрийн функц бий. Гэвч объектын дифракцын зургийг тоон тооцооллоор гарган авахад хэрэглэх (2) илэрхийлэл Mathematica програмд арай өөр хэлбэртэйгээр тодорхойлогдсон байдгаас гадна

№	Объектын хэлбэр	Объектоос үүсэх дифракцын зураг	Дифракцын зургаас сэргээгдсэн фаз	Дифракцын зургаас сэргээсэн объектын зураг
1				
2				
3				
4				
5				
6				

№	Объектын хэлбэр	Объектоос үүсэх дифракцын зураг	Дифракцын зургаас сэргээгдсэн фаз	Дифракцын зургаас сэргээсэн объектын зураг
7				
8				
9				
10				

Зураг 4. Янз бүрийн хэлбэртэй апертур (I багана), тэдгээрийн Фраунгоферийн дифракцын зураг (II багана), дифракцын зургаас итерацын аргаар тооцоолж гарган авсан фазын дүрслэл (III багана) болон эх объектын зураг (IV багана)

төвлөөгүй буюу тэг давтамжид харгалзах утга нь эхэндээ өгөгдсөн байдаг. Иймээс тодорхойлогдсон функцийг ашиглахын тулд хувиргалтаар гарсан үр дүнг зайлшгүй эхлээд төвлөх хэрэгтэй болдог [16]. Үүнийг бид Фурьегийн хувиргалт хийхдээ хувиргалтанд орж байгаа тоон массивыг  $M = (-1)^{i+j}$ ,  $(i, j = 1, \dots, N)$  гэсэн төвлөх үржигдэхүүнээр үржүүлж гүйцэтгэв. Энэ үйлдлээр гарах массив мөн л төвлөөгүй байх учраас үр дүнг дахин энэ үржигдэхүүнээр үржүүлэх ёстойг санах хэрэгтэй. Үүнээс гадна (1) илэрхийллээр өгөгдөх тасралтгүй хувиргалтаас (2)-оор өгөгдөх дискрет хувиргалтад шилжихдээ координатуудыг пикселийн дугаараар илэрхийлэн төвлөгдсөн хувиргалтыг байгуулах функц зохиож болно [15]. Гэхдээ энэ нь Mathematica програмд оруулсан хэрэглэгчийн функц болох бөгөөд кодын гүйцэтгэлийн хугацааг ихэсгэхэд хүргэдэг.

Энэ өгүүлийн II хэсгийн төгсгөлд өгүүлсний дагуу объектын хэлбэрийг зургаар оруулж түүнд харгалзах тоон массивт дээр өгүүлсэн төвлөгдсөн Фурьегийн дискрет хувиргалт хийснээр уг объектын дифракцын зургийг өгөх долгион буюу бүртгэгч дээрх долгион олдоно. Энэ долгионы модулийн квадрат нь дэлгэц дээр тусаж байгаа долгионы эрчим байх учраас эрчмийн түгэлтийг хавтгай дээр дүрсэлбэл объектын дифракцын зураг гарна. Бид ийм замаар Зураг 4-ийн I баганад үзүүлсэн дүрсүүдийн дифракцын зургийг байгуулж хоёрдугаар баганад нь үзүүллээ. Зургийг байгуулахдаа бид Mathematica програмын өөрийнх нь Image, ArrayPlot, DensityPlot, DiscreDesityPlot функцүүдийг ашиглав. Тухайн нэг объектын хувьд энэ бүх тооцооллыг хийх хугацаа 5 секундээс бага байдаг. Дифракцын зургаас эх объектын зургийг гаргахдаа III хэсэгт өгүүлсэн Герчберг-Сакстоны

алгоритм дагуу дурын хэл дээр тооцооллын програм бичиж тооцоолол хийнэ. Энэ шатанд фазын санамсаргүй утгыг авах шаардлага гардаг. Бид энэ тооцоололд Mathematica програмыг дахин ашиглав. Энэ програм 6000 гаруй функц бүхий баялаг сантай учраас энэ судалгаанд хэрэглэгдэж байгаа аналитик болон тоон тооцоолол, тэдгээрийн дүрслэлийг гаргахад хэрэглэхэд тун тохиромжтой. Мөн фазын санамсаргүй утгыг гаргах функц ч бий. Гэхдээ аль ч төрлийн функциональ програмд байдгийн адил гүйцэтгэлийн хугацаа их шаарддаг. Ялангуяа аналитик тооцоололд шаардагдах хугацаа нэн өндөр байдаг. Ийм учраас энэ тооцооллыг хийхдээ тухайн тооцоололд тохирсон үндсэн (built-in) функцүүдийг ашиглах нь илүү тохиромжтой байдаг. Энэ алгоритмаар бүрэн танигдахуйц дүрс гарган авах итерацийн тоо  $m = 200$ -аас доошгүй байдаг ба үүнд зарцуулагдах хугацаа 1.5 минут орчим байна. Анхны фазыг санамсаргүйгээр сонгон авдаг учраас энэ хугацаа янз бүр байж болно.

Объектын Фраунгоферийн дифракцийн зургаас Герцберг-Сакстоны алгоритмын дагуу бичсэн програмаар сэргээн гарган авсан бүртгэгч дээрх долгионы фаз болон объектын дүрслэлийг Зураг 4-ийн III, IV баганад үзүүлэв. Эх объект ба түүний сэргээгдсэн зургийн хэмжээ ижил масштабтай болно.

Эдгээр үр дүнгээс объектын дифракцын зургаас итерацийн аргаар тооцоолж гарган авсан зураг эх объектын дүрстэйгээ хэлбэр хэмжээний хувьд бүрэн таарч байгаа нь харагдаж байна. Мөн объектын зургуудын өгч байгаа дифракцын зургуудаас нэгийг санамсаргүй байдлаар сонголт хийж авахаар (ямар объектын зураг болохыг мэдэхгүй) програмчлан уг дифракцын зургаас сэргээн гаргасан зургийг эх объектын зурагтай харьцуулахад яг тохирдог. Энэ нь бидний хийж байгаа симуляц үнэн зөв болохыг харуулдаг. Хэдийгээр бүх зургийн хэлбэр тохирох боловч том хэмжээтэй объектын хувьд сэргээгдсэн зураг нь эх объектын зургаасаа гажсан байх тохиолдол ажиглагддаг (Зураг 4-ийн 4, 6 дугаар мөр). Ийм зургийн хувьд  $L_0/a$  харьцаа 1-д ойрхон эсвэл 1-ээс их утгатай байдаг. Энэ нь Френелийн дифракцын зургаас энд өгүүлсэн схемийн дагуу сэргээлт хийвэл төдийлэн хангалттай үр дүнд хүрэхгүй гэдгийг харуулж байгаа хэрэг юм.

## V. ДҮГНЭЛТ

Фраунгоферийн дифракц нь объект дээрх долгионы Фурьегийн хувиргалтаар бүрэн дүрслэгддэг. Энэ тохиолдолд бид дифракцын

зургийг Фурьегийн хувиргалт ашиглан симуляц хийх замаар шууд гарган авч болно. Энэ тохиолдолд тооцооллын хугацаа маш бага байдаг. Энэ ажилд бид төрөл бүрийн объектын Фраунгоферийн дифракцын зургийг гарган авах тооцооллыг Mathematica функциональ програм ашиглан гүйцэтгэж үр дүнг тайлбарлав. Мөн Фраунгоферийн ба Френелийн дифракцыг зааглах хил ( $L_0 \approx a, b$ ) дээр дифракцын зургийг гаргаж шинжлэв. Mathematica програм интегралчлах, интеграл хувиргалт хийх, зурагтай ажиллах өөрийн функцүүдтэй учраас манай судалгааны ажилд ашиглахад нэлээд тохиромжтой боловч функциональ програмд байдаг гол дутагдал болох гүйцэтгэлийн хугацаа өндөртэй байдаг. Энэ өгүүлэлд авч үзсэн тооцоолол, шинжилгээнээс үзэхэд Математика програм ашиглан дифракцын зургийг гарган авч болох боловч энэ нь тооцооллын их нөөц буюу их хэмжээний ой санамж шаарддагийн зэрэгцээ тооцооллын хугацаа нь урт байна.

Дифракцын зургийг сэргээх итерацийн арга зөвхөн Фраунгоферын дифракцын тохиолдолд бүрэн ажиллаж объектын эх зургийг сэргээж чадаж байгаа нь харагдаж байна. Энэ арга Френелийн дифракцын зургаас эх зургийг бүрэн сэргээж чадахгүй байгаа тул цаашид бид Френелийн дифракцыг аль ч тохиолдолд, дор хаяж шалгуурын хил орчимд харгалзах дифракцын зургаас эх объектын зургийг гажигтгүйгээр бүрэн сэргээж чадах арга замыг боловсруулах зорилго тавих болно.

Энэ өгүүлэлд бид дан апертурын дифракцыг авч үзлээ. Харин гэрэл үл нэвтрүүлэх объектын дифракцын зургийг бид Бабины зарчмыг ашиглан байгуулж болох ба харин тэдгээрийн дүрсийг энэ алгоритмыг ашиглан сэргээн гарган авч болох боловч зарим нэмэлт нөхцөлүүд тавих шаардлага гардаг. Энэ ажлын үр дүнг цаашид дифракцын зургаас объектын гажиггүй эх зургийг сэргээн гарган авах судалгаанд хэрэглэх болно.

## АШИГЛАСАН МАТЕРИАЛ

- [1] Born, M., Wolf, E., Principles of Optics: 60th Anniversary Edition, 7<sup>th</sup> Edition. Cambridge University Press, London (2019)
- [2] Shinohara, K., Ito, A., Honda, T., Yoshimura, H., Yada, K., Development of an X-ray projection microscope using synchrotron radiation. AIP Conference Proceedings 507, 346–349 (2000). <https://doi.org/10.1063/1.1291169>
- [3] Shiina, T., Suzuki, T., Honda, T., Ito, A., Kinjo, Y., Yoshimura, H., Yada, K., Shinohara, K., Fresnel diffraction correction by phase-considered iteration

- procedure in soft X-ray projection microscopy • Journal of Physics: Conference Series (IOP) 186 12059–3 (2009). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/186/1/012059>
- [4] Fienup, J.R., Reconstruction of an object from the modulus of its Fourier transform. Opt. Lett. 3(1), 27–29 (1978). <https://doi.org/10.1364/OL.3.000027>
- [5] Gerchberg, R.W., Saxton, W.O., A practical algorithm for the determination of phase from image and diffraction plane pictures. Optik 35(2), 237–246 (1972)
- [6] Fienup, J.R., Phase retrieval algorithms: a comparison. Appl. Opt. 21(15), 2758–2769 (1982). <https://doi.org/10.1364/AO.21.002758>
- [7] Latychevskaia, T. Reconstruction of missing information in diffraction patterns and holograms by iterative phase retrieval. Optics Communications 452, 56–67 (2019). <https://doi.org/10.1016/j.optcom.2019.07.021>
- [8] Ж.Ванчинхүү, Ж.Эрдэнэтогтох • Б.Дүүрэнбуян, Хоёр хэмжээст объектын дифракцын зургийг математик тооцооллоор гарган авах аргууд, Mongolian Journal of physics supplement v4, pp. 26-27, October 2022 (МФН-ийн Эрдэм шинжилгээний хурал, 2022.10.20-21, Улаанбаатар)
- [9] М.А.Матвеев, Оптика, Высшая школа, Москва, (1985).
- [10] R.N.Bracewell, The Fourier Transform and Its Applications, McGraw-Hill, Boston, (2000).
- [11] Tatiana Latychevskaia and Hans-Werner Fink, Practical algorithms for simulation and reconstruction of digital in-line holograms, Appl. Opt. 54, 2424-2434 (2015). <https://doi.org/10.1364/AO.54.002424>
- [12] D.Russell Luke, James V. Burke, and Richard G.Lyon, Optical Wavefront Reconstruction: Theory and Numerical Methods, SIAM Review, 44:2, 169-224, (2002) <https://doi.org/10.1137/S003614450139075>
- [13] Y. Shechtman, Y. C. Eldar, O. Cohen, H. N. Chapman, J. Miao and M. Segev, Phase Retrieval with Application to Optical Imaging: A contemporary overview, IEEE Signal Processing Magazine, vol. 32, no. 3, pp. 87-109, May 2015, <https://doi.org/10.1109/MSP.2014.2352673>
- [14] Tatiana Latychevskaia, Iterative phase retrieval in coherent diffractive imaging: practical issues, Appl. Opt. 57, 7187-7197 (2018) <https://doi.org/10.1364/AO.57.007187>
- [15] P Kliuiev *et al.*, Application of iterative phase-retrieval algorithms to ARPES orbital tomography, *New J. Phys.* **18**, 093041 (2016) <https://doi.org/10.1088/1367-2630/18/9/093041>
- [16] D. H. Mugler, The Centered Discrete Fourier Transform and a parallel implementation of the FFT, *2011 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, pp. 1725-1728, (2011) <https://doi.org/10.1109/ICASSP.2011.5946834>