

**ТЕ И ТМ ВОЛНЫ В АНИЗОТРОПНОЙ ПЛЕНКЕ, ГЛАВНЫЕ
ЗНАЧЕНИЯ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ТЕНЗОРА КОТОРЫЕ
ПРОИЗВОЛЬНО ЗАВИСЯТ ОТ ИНТЕНСИВНОСТИ.
СЛУЧАЙ РАССЕЯНИЯ**

Г.Очирбат¹, О.Нямсүрэн²
¹МУИС, Физик-Электроникийн сургууль
²Газар Холдинг компани

*Ключевые слова: Нелинейная Среда, Световая Волна, Анизотропность,
Рассеяние, Волна Брюстера, Плоская Структура*

Резюме. Формальные решения задач ТМ и ТЕ волн в анизотропной плёнке, главные значения диэлектрического тензора которой произвольно зависят от локальной интенсивности, получены в рамках проблемы рассеяния света с помощью приёма предложенного авторами.

Задача распространения световых ТЕ и ТМ волн в изотропной плёнке с нелинейностью типа Керра рассматривалась очень давно и ее аналитическое решение было получено в [1-3]. Последующая попытка перехода к рассмотрению более сложного случая аналитическое решение было получено в [1-3]. анизотропной плёнки была сделана в [4]. В этой работе был исследован самый простой вид анизотропии, где все диагональные элементы диэлектрического тензора одинаково линейно зависят от интенсивности I:

$$\epsilon_i = \epsilon_i + I, \quad i=1,2,3 \quad (1)$$

где ϵ_i - главные значения диэлектрического тензора в линейном приближении. Такая зависимость представляет собой простейший вид изотропной нелинейности типа Керра.

Целью данной статьи является обобщение нашего прежнего результата из [4] на более общий случай зависимости от интенсивности. В данной работе рассматривается плёнка, главные значения диэлектрического тензора которой произвольно зависят от интенсивности.

Электромагнитное поле волны, распространяющейся в плёнке представим в виде

$$E_x = iAe^{i\Phi_1} \varphi + k.c., \quad E_y = e \cdot e^{i\Phi_2} \varphi + k.c., \quad E_z = e_z e^{i\Phi_3} \varphi + k.c., \\ H_x = iHe^{i\Phi_1} \varphi + k.c., \quad H_y = he^{i\Phi_2} \varphi + k.c., \quad H_z = h_z e^{i\Phi_3} \varphi + k.c.,$$

Здесь $\varphi = \exp(-i\omega t + ik_0 \beta x)$, k_0 - модуль волнового вектора, соответствующий вакууму, β - постоянная рефракции, ω - круговая частота, $A > 0$, $e > 0$, $e_z > 0$, $H > 0$, $h < 0$, $h_z > 0$. Амплитуды: A , e , e_z , H , h , h_z а также фазы: Φ_A , Φ_e , Φ_H , Φ_h зависят только от z -координаты.

Свет падает из $z < 0$ среды, то есть из надкладки, на поверхность плёнки, $z = 0$.

В наших обозначениях уравнения Максвелла для анизотропной среды выглядят так:

$$\frac{dh^2}{dz} = -2\epsilon_1 \sqrt{A^2 h^2 - 4c_{01}^2}, \quad (2)$$

$$\frac{dA^2}{dz} = 2 \frac{\epsilon_3 - \beta^2}{\epsilon_3} \sqrt{A^2 h^2 - 4c_{01}^2}, \quad (3)$$

$$\frac{de^2}{dz} = 2 \sqrt{H^2 e^2 - 4c_{02}^2}, \quad (4)$$

$$\frac{dH^2}{dz} = 2(\beta^2 - \epsilon_2) \sqrt{H^2 e^2 - 4c_{02}^2}. \quad (5)$$

Здесь z -обозначает безразмерную z -координату: $k_0 z$; c_{01} , c_{02} - константы, представляющие собой величины поток энергий в ТМ и ТЕ волнах, ϵ_1 , ϵ_2 , ϵ_3 - главные значения диэлектрического тензора, которые произвольно зависят от локальной интенсивности.

Из этих уравнений получено уравнение эволюции для интенсивности I по координатам:

$$\frac{dI}{dz} = \frac{2((\epsilon_3^2 - \beta^2(\epsilon_1 + \epsilon_3)) \sqrt{A^2 h^2 - 4c_{01}^2} + \epsilon_3^2 \sqrt{H^2 e^2 - 4c_{02}^2})}{\epsilon_3^2 + 2\beta^2 \frac{d}{dI} \epsilon_3 h^2}. \quad (6)$$

которое разделением переменных приводится к квадратуре в том случае, если найдены зависимости величин A^2 , h^2 , H^2 , и e^2 от локальной интенсивности I .

Если предположить, что A^2 и h^2 являются функциями от I то уравнения (2) и (3) станут

$$\frac{dh^2}{dI} = -\frac{2}{F(I)} \epsilon_1 \sqrt{A^2 h^2 - 4c_{01}^2}. \quad (7)$$

$$\frac{h^2}{l} = \frac{2}{F(l)} \frac{\epsilon_3 - \beta^2}{\epsilon_3} \sqrt{A^2 h^2 - 4c_{01}^2} . \quad (8)$$

Здесь $F(l)$ обозначает правую часть уравнения (6). А также полагая, что Q , $H(l)$ являются функциями от l вместо (4), (5) имеем

$$\frac{h^2}{l} = \frac{2}{F(l)} \sqrt{H^2 e^2 - 4c_{02}^2} . \quad (9)$$

$$\frac{H^2}{dl} = \frac{2}{F(l)} (\beta^2 - \epsilon_2) \sqrt{H^2 e^2 - 4c_{02}^2} . \quad (10)$$

Из (7) и (8) находим, что

$$l \frac{dA^2}{dl} + \frac{\epsilon_3 - \beta^2}{\epsilon_1 \epsilon_3} \frac{dh^2}{dl} = 0 . \quad (11)$$

Из (9) и (10) находим, что

$$\frac{dH^2}{dl} + (\epsilon_3 - \beta^2) \frac{de^2}{dl} = 0 . \quad (12)$$

Теперь введем вспомогательные функции по формуле

$$Q = A^2 + \frac{\epsilon_3 - \beta^2}{\epsilon_1 \epsilon_3} h^2 . \quad (13)$$

$$q = H^2 + (\epsilon_2 - \beta^2) e^2 . \quad (14)$$

Тогда с помощью этих функций исходные функции h^2 , A^2 , e^2 и H^2 выражаются следующим образом

$$h^2 = \frac{Q}{f} , \quad f = \frac{\epsilon_3 - \beta^2}{\epsilon_1 \epsilon_3} . \quad (15)$$

$$A^2 = Q - f \frac{\dot{Q}}{f} \quad (16)$$

$$e^2 = \frac{\dot{q}}{\dot{\epsilon}_2} \quad (17)$$

$$H^2 = q + \frac{\beta^2 - \epsilon_2}{\dot{\epsilon}_2} \dot{q} \quad (18)$$

Здесь и дальше точка над буквами обозначает производную по I . Эти функции должны согласоваться между собой:

$$I = A^2 + |E_z|^2 + e^2 = Q + \left(\frac{\beta^2}{\epsilon_3^2} - f \right) \frac{\dot{Q}}{f} + \frac{\dot{q}}{\dot{\epsilon}_2} \quad (19)$$

Это уравнение представляет собой дифференциальную связь между двумя вспомогательными величинами Q и q .

Заметим что уравнение связи сразу интегрируется в следующих двух случаях нелинейностей:

а) первый случай, когда

$$\dot{\epsilon}_1 = \dot{\epsilon}_2 = \dot{\epsilon}_3$$

то есть

$$\epsilon_1 = \epsilon_1 + g(I), \quad \epsilon_2 = \epsilon_2 + g(I), \quad \epsilon_3 = \epsilon_3 + g(I)$$

причём $g(I)$ - произвольная функция и $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$ - постоянные.

б) второй случай, когда

$$\dot{\epsilon}_1 = \dot{\epsilon}_3 = \frac{\dot{\epsilon}_2}{\gamma},$$

то есть

$$\epsilon_1 = \epsilon_1 + G(I), \quad \epsilon_2 = \epsilon_2 + \gamma G(I), \quad \epsilon_3 = \epsilon_3 + G(I)$$

причём $G(I)$ - произвольная функция и $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3, \gamma$ - постоянные.

Отметим что исследованная нами нелинейность типа Керра на возможность интегрирования полной системы уравнений Максвелла[5] является частным случаем нелинейностей вида а). Мы ещё вернемся к вопросу интегрируемости полной системы уравнений Максвелла в другой работе.

Теперь рассмотрим ТМ и ТЕ волны в анизотропной пленке, главные значения диэлектрического тензора которой зависят от интенсивности произвольно.

ТМ волна. Положим что $Q \neq 0$, $q = 0$. Тогда $H^2 = e^2 = c_{02} = 0$. В этом случае уравнение (15) интегрируется элементарно. Перепишем это уравнение в виде

где

$$\dot{Q} + p(I)Q = Ip(I) \quad (20)$$

где

$$p(I) = \frac{1}{\epsilon_1} ((\beta^2 - \epsilon_3) \epsilon_3 \dot{\epsilon}_1 + \beta^2 \epsilon_1 \dot{\epsilon}_3) (\beta^2 (\epsilon_1 + \epsilon_3) - \epsilon_3^2)^{-1}$$

Решение уравнения (20)

$$Q = \left(\int_0^I \frac{Ip(I)}{S(I)} dI + c \right) S(I), \quad S(I) = \exp \left(- \int_0^I p(I) dI \right), \quad (21)$$

где c -константа, которая может быть определено из (13) при граничном значении поля. Теперь (15) и (16) приобретают вид

$$h^2 = \frac{I - Q}{\beta^2 - \epsilon_3^2 f} \epsilon_3^2, \quad A^2 = \frac{\beta^2 Q - I \epsilon_3^2 f}{\beta^2 - \epsilon_3^2 f} \quad (22)$$

С учётом этих выражений уравнение (6) интегрируется:

$$z = d \pm \frac{1}{2} \int_{I_d}^I \frac{\epsilon_3^3 + 2\beta^2 (d\epsilon_3 / dI) h^2}{(\epsilon_3^3 - \beta^2 (\epsilon_1 + \epsilon_2) \epsilon_3) \sqrt{A^2 h^2 - 4c_{01}^2}} dI, \quad (23)$$

где I_d - величина интенсивности света на соприкасающейся с подложкой поверхности плёнки, d - ширина пленки. Таким образом задача ТМ волн формально решается.

ТЕ волна. Положим что $q \neq 0$, $Q = 0$. Тогда $h^2 = A^2 = c_{01} = 0$. Из (19) находим что

$$q = I\epsilon_2 - \int_0^I \epsilon_2(I) dI + c, \quad (24)$$

где c -константа, которая может быть определено из (14) при граничном значении поля. Тогда (17) и (18) приобретают вид

$$e^2 = I, \quad H^2 = \beta^2 I - \int_0^I \epsilon_2(I) dI + c. \quad (25)$$

С учётом этих выражений, интегрируя (6) находим что

$$z = d \pm \frac{1}{2} \int_{I_d}^I \frac{dI}{\sqrt{H^2 e^2 - 4c_{02}^2}}, \quad (26)$$

где I_d -величина интенсивности света на, $z = d$, соприкасающейся с подложкой плоскости пленки.

Дүгнэлт

Диэлектрикийн тензорын диагоналийн элементүүд нь эрчмээс чөлөөтэй хамаарах анизотроп илтэс доторхи ТМ ба ТЕ долгионы бодлогын формаль шийдүүдийг зохиогчид сэдсэн аргаараа гэрэл сарних асуудлын хүрээнд олов.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Каплан А.Е., Письма в ЖЭТФ, 1976, Т. 24, с. 132-137.
- [2] Leung K.M., Lin R.I., Phys. Rev., 1991, V44., N 10, p. 5007.
- [3] Очирбат Г., Препринт ОИЯИ, 1991, P17-91-358., Дубна.
- [4] Очирбат Г., и др., Препринт ОИЯИ, 1996, P17-96-382, Дубна.
- [5] Очирбат Г., К вопросу интегрирования задачи распространения световых волн общей поляризации в нелинейной плоской пленке. В этом же номере ЭШБ

Abstract

Formal solutions for light TM and TE waves in anisotrop and nonlinear films, whose diagonal elements of dielectric tensor arbitrarily depend upon local intensity are obtained within the problem of light scattering with help of method suggested by the authors