

Өөрөө цуглуулагч керр орчин дахь гэрлийн стационар соронзон долгионы бодлогын шийд тусгай функцээр илэрхийлэгдэх тусгай тохиол

О. Нямсүрэн Г. Очирбат

МУИС-ийн Физик Электроникийн Сургууль

Энэ өгүүлэл чухамдаа [1-2] ийн үргэлжлэл тул та хэрвээ сонирхвол эхлээд[1-2]-г үзээрэй.

I ЕРӨНХИЙ ЗҮЙЛ

Х тэнхлэг дагуу гүйхийн хамт орчны гүн тийш(z – тэнхлэг дагуу) тарах стационар ТМ долгионы оронг бид

$$\begin{aligned} E_z &= e(z) \exp(i\Phi_e(z))\tau, & E_x &= iA(z) \exp(i\Phi_A(z))\tau, & h_y &= h(z) \exp(i\Phi_e(z))\tau, \\ \tau &= \exp(i\beta kx - i\omega t) \end{aligned} \quad (1)$$

гэж дүрсэлсэн. Үүнд $e(z)$, $A(z)$, $-h(z)$ -амплитудууд, $\Phi_e(z)$, $\Phi_A(z)$ -фазууд. β - рефракцийн тогтмол, k - вакуум дахь долгионы векторын модуль Эерэг керр орчинд ϵ -диэлектрикийн функц амплитудаар

$$\epsilon = \epsilon_1 + e^2 + A^2 \quad (2)$$

гэж илэрхийлэгдэнэ. Үүнд ϵ_1 -диэлектрикийн тогтмол. Амплитудууд нь диэлектрикийн функцээрээ дараах томъёонуудаар тодорхойлогдоно.

$$e^2(\epsilon, \epsilon_1, \beta, cnst) = \frac{\beta^2}{2\epsilon(2\beta^2 - \epsilon)} (\epsilon^2 - \epsilon_1^2 - cnst), \quad (3,1)$$

$$A^2(\epsilon, \epsilon_1, \beta, cnst) = \epsilon - \epsilon_1 - e^2(\epsilon, \epsilon_1, \beta, cnst), \quad (3,2)$$

$$h^2(\epsilon, \epsilon_1, \beta, cnst) = \frac{\epsilon^2}{\beta^2} e^2(\epsilon, \epsilon_1, \beta, cnst), \quad (3,3)$$

Үүнд $cnst$ -интегралчлалын тогтмол.

Диэлектрикийн функц Z -тэнхлэг дагуу өөрчлөгдөх “эволюц”ийг тодорхойлох интеграл-томъёо:

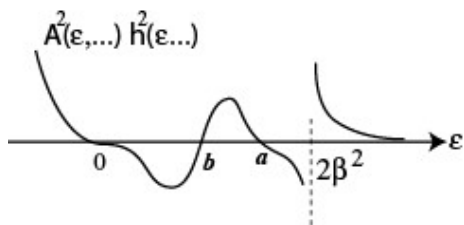
$$z - z(b) = \int_b^\epsilon \frac{\epsilon + 2e^2(\epsilon, \epsilon_1, \beta, cnst)}{2(2\beta^2 - \epsilon)\sqrt{A^2(\epsilon, \epsilon_1, \beta, cnst)h^2(\epsilon, \epsilon_1, \beta, cnst) - 4co^2}} d\epsilon, \quad \epsilon \in [b, a] \quad (4)$$

$z(b)$ бол нэгэн $\epsilon = b$ утгад харгалзуулсан сул утга. интегралын дээд хязгаар ϵ нь b ээс a хүрээд буцаад ухарч хувьсах маягаар холхин өөрчлөгдөхөд түүнийг даган z дэлгэгдэн хувьсах болно Үүнд co энергийн урсгалын хэмжээ, тогтмол хэмжигдүүн.

(4) интеграл нь $\epsilon_1, \beta, cnst, 4co^2$ -дөрвөн сул параметраас хамаарч байгаа. Бид параметруудын ийм олон хэмжээст огторгуйд шийдийн дэлгэрэнгүй шинжилгээ хийж буй. Интегранд дахь язгуур тодорхойлогдох муж нь эерэг керр орчинд $[b, a]$ сегмент хэлбэртэй байдаг.

II ТОДОРХОЙ ЗҮЙЛ

β^2 – рефракцийн тогтмолын $2\epsilon_1 < \beta^2$ гэсэн дурын өндөр утгад $cnst, co$ параметруудыг $cnst = -\epsilon_1^2$, $co = 0$ гэж сонгож авах юм бол $A^2(\epsilon, \dots) \cdot h^2(\epsilon, \dots)$ үржвэр функцийн график 1 зурагт үзүүлсэн төрхтэй байна.



1 зураг. $A^2(\epsilon, \dots) \cdot h^2(\epsilon, \dots)$ үржвэр функц ϵ -диэлектрикийн функцээс хамаарах хамаарлын бүдүүвч график. $\epsilon = 0$ цэг бол тахийлтын цэг.

$[b, a]$ сегмент дээр $A^2(\epsilon, \dots) \cdot h^2(\epsilon, \dots) \geq 0$ Энэ сегмент дээр (4) интегралын язгуур тодорхойлогдоно(авсан нөхцөл ёсоор $4c\omega^2 = 0$). Тахийлтын цэгийн ачаар (4) интегралын интегранд интеграл авагдахуйц хэлбэрт орно. Интегралыг

авахдаа 2-р төрлийн максимумын цэгийг ашиглан интегралчилдаг аргачлалыг хэрэглэж болно[2]. Учир нь 2-р төрлийн тахийлтын цэг бол, угтаа, 2-р төрлийн максимумын цэг минимумын цэгтэй давхцахад үүссэн болно.

III АРГАЧЛАЛ.

$\epsilon = \xi + x$. ξ -2-р төрлийн тахийлтын цэг. $\xi = 0$. $\rightarrow \epsilon = x$

$$A^2(\epsilon, \dots) \cdot h^2(\epsilon, \dots) = \frac{\text{хуртвэр}}{4(2\beta^2 - \epsilon)^2} \quad (5)$$

$$\text{Хуртвэр} = \epsilon^2 \varphi(\epsilon), \quad \varphi(\epsilon) = -2\epsilon^3 + (2\epsilon_1 + 3\beta^2)\epsilon^2 - 4\epsilon_1\beta^2\epsilon \quad (6)$$

$\varphi(\epsilon) = 0$ куб тэгшитгэлийн дэс дараалсан гурван бодит язгуурыг c, b, a ($c \leq b \leq a$) гэвэл

$$c = 0, \quad b = \frac{2\epsilon_1 + 3\beta^2}{4} - \frac{\sqrt{(2\epsilon_1 + 3\beta^2)^2 - 32\epsilon_1\beta^2}}{4} \quad (7)$$

$$a = \frac{2\epsilon_1 + 3\beta^2}{4} + \frac{\sqrt{(2\epsilon_1 + 3\beta^2)^2 - 32\epsilon_1\beta^2}}{4}$$

(4) интегралын интеграндад

$$\frac{\epsilon}{2} + e^2 = \frac{\epsilon}{2} \left(1 + \frac{\beta^2}{2\beta^2 - \epsilon}\right) \quad (9)$$

Одоо (4) интеграл дараах хэлбэртэй бичигдэнэ.

$$z - z(b) = \frac{1}{\sqrt{2}} \int_b^\epsilon \left(1 + \frac{\beta^2}{2\beta^2 - \epsilon}\right) \frac{d\epsilon}{\sqrt{\epsilon(a - \epsilon)(\epsilon - b)}}, \quad b < \epsilon \leq a \quad (10)$$

Ийм интеграл авагддаг аж[4].

$$z - z(b) = \sqrt{\frac{2}{a}} \left\{ F(\chi, p) + \frac{1}{2(b - 2\beta^2)} \left[-b\Pi(\chi, p^2 \frac{2\beta^2}{b - 2\beta^2}, p) + (b - 2\beta^2)F(\chi, p) \right] \right\} \quad (11)$$

Үүнд $F(\chi, p)$ 1-р төрлийн эллипслэг интеграл, $\Pi(\varphi, n, k)$ 3-р төрлийн эллипслэг интеграл.

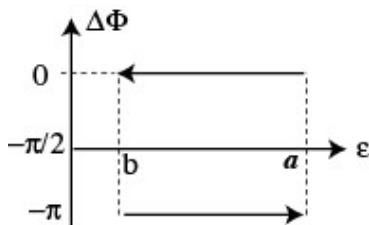
$$\chi = \arcsin \sqrt{\frac{a(\epsilon - b)}{(a - b)\epsilon}}, \quad p = \sqrt{\frac{a - b}{a}}, \quad \epsilon \in (b, a)$$

a, b -г (7) томъёогоор бодно. $4c\omega^2 = 0$ гэж авсан тул энэ шийд босоо долгионыг дүрсэлнэ.

Асимптот босоо долгионоос ялгаатай. Асимптот босоо долгио $cnst = 0, 4c\omega^2 = 0$ -д үүсдэг бөгөөд

$z \rightarrow \infty$ хязгаарт унтардаг бол энэ босоо долгио $cnst \neq 0, 4c\omega^2 = 0$ -д үүсдэг бөгөөд $\epsilon(z)$ -

диэлектрикийн функц нь Z-гэнхлэг дээр улиран хувьсадаг. ФАЗ нь ч диэлектрикийн функцээ дагаад улиран хувьсадаг шаталсан функц байдаг. Фазын шинж нь $2\beta^2 < b$ тохиолд хамаарагдана. [3]-г үзнэ үү.



$\Phi_e(\epsilon), \Phi_A(\epsilon)$ фазуудын зөрүүг, $\Delta\Phi = \Phi_e(\epsilon) - \Phi_A(\epsilon)$ -г, 2-р

зурагт бүдүүвч графикаар харуулав.

2-р зураг. $\Phi_e(\epsilon), \Phi_A(\epsilon)$ фазууд $b \rightarrow a$ “зам” зам дээр

тогтмол бөгөөд $\Phi_e = \Phi_A - \pi$ харин

$a \rightarrow b$ “зам” дээр тэнцүү, тогтмол. $\epsilon = b, a$ цэгүүд дээр фаз тодорхой биш.

ДҮГНЭЛТ.

Цуглуулагч керр орчин дахь гэрлийн стационар соронзон долгионы бодлогод бидний урьд олсон битүү квадратур шийд дөрвөн сул тогтмол агуулдаг. Үүнд, β - рефракцийн тогтмол, ϵ_l -шугаман диэлектрикийн тогтмол, $cnst, co$ -интегралчлалын тогтмол. Эдгээр сул параметруудын дараахь харьцаанд

$$\beta^2 > 2\epsilon_l, co = 0, cnst = -\epsilon_l^2$$

квадратур томъёо хялбаршан эллипслэг интегралуудаар илэрхийлэгдэнэ.

ВЫВОД

Формальное квадратурное решение полученное нами раньше в задаче стационарных ТМ волн в самофокусирующей керр среде содержит 4 постоянных: β - рефракционная постоянная, ϵ_l - линейная диэлектрическая постоянная, ещё $cnst, co$ -константы интегрирования.

При следующих соотношениях этих свободных параметров

$$\beta^2 > 2\epsilon_l, co = 0, cnst = -\epsilon_l^2$$

квадратурная формула упрощается и выражается через эллиптические интегралы.

ИШЛЭЛ.

- [1]. 1. Г. Очирбат, О. Нямсүрэн, Өөрөө цуглуулагч керр орчин дахь гэрлийн стационар тм долгионы оронд диэлектрикийн функц параметруудаас хамаарах нь. ЭШБ-282(14) 2006 Улаанбаатар
- [2]. 2. Г. Очирбат, О. Нямсүрэн, Өөрөө цуглуулагч керр орчин дахь гэрлийн стационар тм долгионы диэлектрикийн функц тусгай функцээр илэрхийлэгдэх тохиол. ЭШБ-282(14) 2006 Улаанбаатар
- [3]. 3. О. Нямсүрэн ,Г. Очирбат, Гэрлийн стационар соронзон босоо долгио.Товчоо. ЭШБ ийн энэ дугаарт
- [4]. 4. И. С. Градштейн и И. М. Рыжик, Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений, 1963, ФМ, Москва.