

## Гэрлийн стационар соронзон босоо долгио. Товчоо

О. Нямсүрэн Г. Очирбат

МУИС-ийн Физик Электроникийн Сургууль

Өмнөх ажилуудад бид  $X$  тэнхлэг дагуу гүйхийн хамт орчны гүн тийш ( $z$  – тэнхлэг дагуу) тарах стационар ТМ долгионы оронг

$$E_z = e(z) \exp(i\Phi_e(z))\tau, \quad E_x = iA(z) \exp(i\Phi_A(z))\tau, \quad h_y = h(z) \exp(i\Phi_e(z))\tau, \quad (1)$$

гэж дүрсэлсэн. Үүнд  $\tau = \exp(i\beta kx - i\omega t)$  үржигдүүн долгио  $X$  тэнхлэг дагуу гүйх байдлыг тусгаж буй.  $\beta$  - рефракцийн тогтмол,  $k$  - вакуум дахь долгионы векторын модуль. Харин

$$e(z) \exp(i\Phi_e(z)), \quad iA(z) \exp(i\Phi_A(z)), \quad h(z) \exp(i\Phi_e(z))$$

Үржигдүүнүүд долгио  $Z$  тэнхлэг дагуу тарах байдлыг үзүүлж буй. Үүнд  $e(z), A(z), -h(z)$  - амплитудууд,  $\Phi_e(z), \Phi_A(z)$  - фазууд.

Бид эерэг керр орчин дахь ТМ долгиог  $Z$  тэнхлэг дагуу тарах байдлаар нь Блох, хавтгай, босоо асимптот, босоо, Брюстерийн босоо гэж ангилсан. Эдгээрээс босоо гэсэн бүхнийг нь түүж энэ ажилд товчооллоо.

Эхлээд босоо долгионы фазын асуудалд тодотгол хийе.

ФАЗ. Фазын тэгшитгэлүүд

$$\frac{d\Phi_e}{dz} = 2 \frac{\varepsilon}{h^2} co, \quad \frac{d\Phi_A}{dz} = 2 \frac{\varepsilon - \beta^2}{\varepsilon A^2} co. \quad (2)$$

Үүнд  $\varepsilon$  бол диэлектрикийн функцийн утга  $co$  бол энергийн  $z$  тэнхлэг дагуу урсгалын хэмжээ, тогтмол хэмжигдүүн:

$$co = \frac{1}{2} Ah \sin(\Delta\Phi) \quad \Delta\Phi = \Phi_e - \Phi_A \quad (3)$$

$$e^2(\varepsilon, \varepsilon_1, \beta, cnst) = \frac{\beta^2}{2\varepsilon(2\beta^2 - \varepsilon)} (\varepsilon^2 - \varepsilon_1^2 - cnst), \quad (4.1)$$

$$A^2(\varepsilon, \varepsilon_1, \beta, cnst) = \varepsilon - \varepsilon_1 - e^2(\varepsilon, \varepsilon_1, \beta, cnst), \quad (4.2)$$

$$h^2(\varepsilon, \varepsilon_1, \beta, cnst) = \frac{\varepsilon^2}{\beta^2} e^2(\varepsilon, \varepsilon_1, \beta, cnst), \quad (4.3)$$

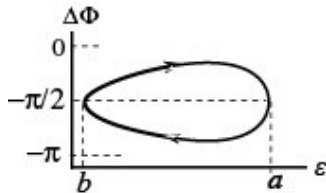
Үүнд  $\varepsilon_1$  - диэлектрикийн тогтмол,  $cnst$  - интегралчлалын тогтмол.

Босоо долгионд энергийн  $z$  тэнхлэг дагуу урсгал байхгүй ( $co = 0$ ) учраас  $\Phi_e(z), \Phi_A(z)$  - фазууд (2) тэгшитгэл ёсоор тогтмол утгатай. Тэхдээ (3) тэгшитгэл ёсоор фазуудын ялгавар(зөрүү):

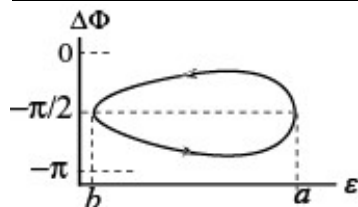
$$\Delta\Phi = \Phi_e - \Phi_A = 0, -\pi$$

Аль тохиолд энэ хоёр утгын алийг сонгох вэ гэдэгт хариулахын тулд блох долгионы фазын зөрүү  $co \rightarrow 0$  хязгаарт ямар байхыг сонирхоё.

Эерэг керр орчин дахь Блох, босоо долгионы аль алинд диэлектрикийн функц төгслөг  $[b, a]$  сегмент дээр холхин хувьсдаг; диэлектрикийн функцийн авах хамгийн бага утга  $b$  хамгийн их утга  $a$ . Блох долгионы фазын зөрүү 1а, 1б зурагт үзүүлсэн шиг төрхтэй.

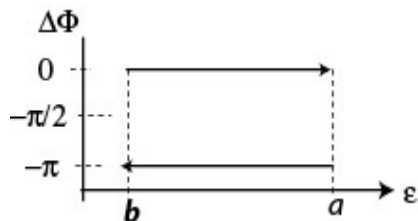


1а зураг.  $a < 2\beta^2$  тохиол. Сумын чиглэл  $\varepsilon$  - диэлектрикийн функц  $z$  - тэнхлэг дагуу өсөх, буурах чиглэлийг зааж буй. Өсөх чиглэлд фазын зөрүү  $-\pi/2$  ээс их, 0 оос бага харин буурах чиглэлд  $-\pi/2$  ээс бага,  $-\pi$  ээс их.

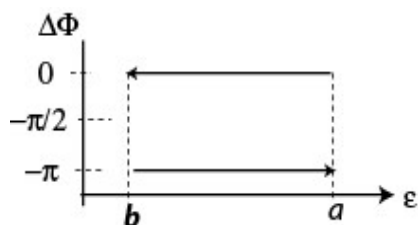


1б зураг.  $b > 2\beta^2$  тохиол. Сумын чиглэл  $\varepsilon$  - диэлектрикийн функц  $z$  - тэнхлэг дагуу өсөх, буурах чиглэлийг зааж буй. Өсөх чиглэлд фазын зөрүү  $-\pi/2$  ээс бага,  $-\pi$  ээс харин буурах чиглэлд  $-\pi/2$  ээс их, 0 оос бага.

Фазын зөрүү  $c\omega \rightarrow 0$  хязгаарт 2а, 2б зурагт үзүүлсэн графикаар дүрслэгдэнэ

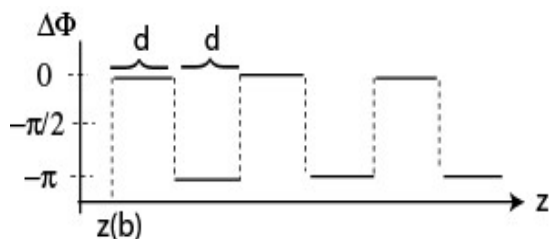


2а зураг.  $a < 2\beta^2$  тохиол.  $c\omega \rightarrow 0$  хязгаар. Сумын чиглэл  $\varepsilon$  - диэлектрикийн функц  $z$  - тэнхлэг дагуу өсөх, буурах чиглэлийг зааж буй. Өсөх чиглэлд  $\Phi_e, \Phi_A$  - фазууд тэнцүү, тогтмол утгатай, харин буурах чиглэлд  $-\pi$  ээр зөрөх тогтмол утгатай. Фазын зөрүү  $\varepsilon = b, a$  цэгүүд дээр ойж  $\pm\pi$  хэмжээгээр үсрэх аж. Фазууд яг энэ цэг дээр тодорхойгүй.



2б зураг.  $2\beta^2 < b$  тохиол.  $c\omega \rightarrow 0$  хязгаар. Сумын чиглэл  $\varepsilon$  - диэлектрикийн функц  $z$  - тэнхлэг дагуу өсөх, буурах чиглэлийг зааж буй. Өсөх чиглэлд  $\Phi_e, \Phi_A$  - фазууд  $-\pi$  ээр зөрөх тогтмол утгатай харин буурах чиглэлд тэнцүү, тогтмол утгатай. Фазын зөрүү  $\varepsilon = b, a$  цэгүүд дээр ойж  $\pm\pi$  хэмжээгээр үсрэх аж. Фазууд яг энэ цэг дээр тодорхойгүй.

Фазын зөрүү  $Z$  тэнхлэг дагуу хэрхэн хувьсахыг 3-р зурагт үзүүлэв.



3 дугаар зураг.  $a < 2\beta^2$  тохиол.  $c\omega \rightarrow 0$  хязгаар.  $z(b)$  бол нэгэн  $\varepsilon = b$  цэгд харгалзах  $z$ -координат.  $Z$ -тэнхлэг дээр диэлектрикийн функц өсөх  $d$  урттай (5-томъёо) интервал дээр  $\Phi_e, \Phi_A$  - фазууд тэнцүү, тогтмол утгатай, харин буурах  $d$  урттай (5-томъёо) интервал дээр  $-\pi$  ээр зөрөх тогтмол утгатай.  $z = z(b) + nd$ ,  $n$  - дурын бүхэл тоо, цэг бүрд

фазын зөрүү тодорхой биш бөгөөд  $\pm\pi$  хэмжээгээр үсэрч буй.

Одоо босоо долгионы диэлектрикийн функцийг авч үзье.

### ДИЭЛЕКТРИКИЙН ФУНКЦ.

Босоо долгионы диэлектрикийн функц  $Z$ -тэнхлэг дээр  $2d$  улиралтай улиран хувьсдаг функц ( $d$ -г 5-томъёо тодорхойлно). Энэ функцийг тодорхойлох байдал нь Блох долгионыхоос ялгарах юмгүй. Гагцхүү  $c\omega$  параметрт тэг утга өгөх хэрэгтэй ( $4c\omega^2 = 0$ ). [1]-г үзнэ үү. Диэлектрикийн функцийг координатаас хамаарах хамаарлыг тодорхойлох интеграл томъёо:

$$z - z(b) = \int_b^\varepsilon \frac{\varepsilon + 2e^2(\varepsilon, \varepsilon_1, \beta, cnst)}{2(2\beta^2 - \varepsilon)\sqrt{A^2(\varepsilon, \varepsilon_1, \beta, cnst)h^2(\varepsilon, \varepsilon_1, \beta, cnst) - 4c\omega^2}} d\varepsilon, \quad \varepsilon \in [b, a] \quad (5)$$

$$d = \int_b^a \frac{\varepsilon + 2e^2(\varepsilon, \varepsilon_1, \beta, cnst)}{2(2\beta^2 - \varepsilon)\sqrt{A^2(\varepsilon, \varepsilon_1, \beta, cnst)h^2(\varepsilon, \varepsilon_1, \beta, cnst) - 4c\omega^2}} d\varepsilon, \quad (6)$$

Эдгээр интегралыг тодруулах, өөрөөр хэлбэл,  $[b, a]$  сегментийг  $\varepsilon_l, \beta^2, cnst$  параметруудын утгаас хамааруулан тодорхойлох хэрэгтэй. Хэрхэн тодорхойлсныг товчоолъё. Товчоонд дараах тэмдэглэлүүдийг хэрэглэсэн болно.

$$\chi = \sqrt{\varepsilon_l^2 + cnst} \quad (7a) \quad c2m = \beta^2 (4\beta^4 - \varepsilon_l^2) \quad (7б)$$

$$ce = \frac{1}{3} \varepsilon_l^2 (\beta^2 - \frac{8}{9} \varepsilon_l) \quad (7в) \quad cb = -\beta^2 (\beta^2 - \varepsilon_l)^2 \quad (7г)$$

$$\beta^2 cnst - (\varepsilon_l - \varepsilon)(2\varepsilon(2\beta^2 - \varepsilon) - \beta^2(\varepsilon_l + \varepsilon)) = 0 \quad (8)$$

гэсэн куб тэгшитгэлийн дэс дараалсан гурван бодит язгуур:

$$\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3, \quad \Delta_1 \leq \Delta_2 \leq \Delta_3 \quad (9)$$

Хэрвээ ганц бодит язгууртай байхад хүрвэл тэр ганц бодит язгуурыг нь мөн  $\Delta_3$  гэж тэмдэглэж байгаа.

- $2\beta^2 \leq \varepsilon_l$  тохиол.  $\beta^2 cnst$  ийн тэгээс их утга бүрд  $b = \Delta_3, a = \chi$
- $\frac{\varepsilon_l}{2} < \beta^2 \leq \varepsilon_l$  тохиол. а)  $\beta^2 cnst \in (0, c2m)$  бүрд  $b = \chi, a = \Delta_3$  б)  $\beta^2 cnst$  ийн  $c2m$ -ээс их утга бүрд  $b = \Delta_3, a = \chi$
- $\beta^2 > \varepsilon_l$  тохиол. а)  $\beta^2 cnst = cb$  бол  $a = b = \beta^2$  буюу  $\varepsilon = \beta^2$  гэсэн ганц цэг. Энэ бол онцгой тохиол. б)  $\beta^2 cnst \in (cb, 0)$  бүрд  $b = \Delta_2, a = \Delta_3$

в)  $\beta^2 cnst = 0$  бол  $b = \Delta_2 = \varepsilon_l, a = \Delta_3$   $b$  нь  $\varepsilon_l$  тэй тэнцүү энэ тохиол бол бас онцгой тохиол мөн.

г)  $\beta^2 cnst \in (0, c2m)$  бүрд  $b = \chi, a = \Delta_3$

д)  $\beta^2 cnst$  ийн  $c2m$ -ээс их утга бүрд  $b = \Delta_3, a = \chi$

Эдгээр дурдсан хувилбаруудын онцгой гэсэн тодотголтой хоёроос бусад нь босоо долгио дүрсэлнэ. Босоо долгионы фазын шинжийг бид дээр тодорхойлсон. Онцгой гэсэн тодотголтой сүүлчийн тохиол нь асимптот босоо долгио дүрсэлнэ.

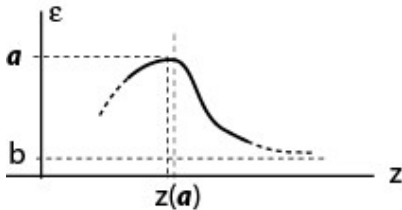
### АСИМПТОТ БОСОО ДОЛГИО.

Параметрууд нь

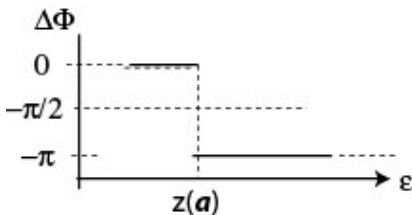
$$\beta^2 > \varepsilon_l, \beta^2 cnst = 0 \quad co = 0 \quad b = \Delta_2 = \varepsilon_l, \quad a = \Delta_3$$

Гол онцлог нь гэвэл диэлектрикийн функц нь  $(\varepsilon_l, \Delta_3]$  хагас сегмент дээр утга авах боломжтой бөгөөд  $z \rightarrow \infty$  хязгаарт  $\varepsilon = \varepsilon_l$  гэсэн утга руугаа асимптотоор тэмүүлнэ. Асимптот босоо долгионы асимптот шинжийг бид тусгайлан авч үзсэн[2].

Асимптот босоо долгионд диэлектрикийн функц, фаз  $Z$ -тэнхлэг дагуу хэрхэн хувьсдаг болохыг бүдүүвч графикаар харуулъя.



4 дүгээр зураг. Асимптот босоо долгионд диэлектрикийн функц  $Z$ -тэнхлэг дагуу хэрхэн хувьсдаг болохыг харуулсан бүдүүвч график



5 дүгээр зураг. Асимптот босоо долгионд фазын зөрүү  $Z$ -тэнхлэг дагуу хэрхэн хувьсдаг болохыг харуулсан бүдүүвч график. Асимптот босоо долгионд  $(b, a]$  муж  $\varepsilon = 2\beta^2$  цэгээс зүүн тийш оршидог болой.

Одоо нөгөө нэг онцгой босоо долгиог авч үзье. Энэ бол Брюстерийн босоо долгио мөн.

БРЮТЕРИЙН БОСОО ДОЛГИОНЫ ОЦЛОГ ГЭВЭЛ ДИЭЛЕКТРИКИЙН ФУНКЦ, ФАЗУУД ТОГТМОЛ.

$$\text{Тэхдээ } \Phi_e = \Phi_A - \frac{\pi}{2}.$$

Сонирхолтой нь гэвэл түүнийг хавтгай долгионы хязгаар гэж үзэж болдог аж. Харуулъя. Хавтгай долгио авч үзье.  $\beta^2 > \varepsilon_l$  байг.  $cnst$  параметрд нэгдүгээр төрлийн максимумын цэг  $\xi (\varepsilon = \xi)$  д харгалзах утгыг нь авъя.

$$cnst = (\xi - \varepsilon_l)(3\xi + \varepsilon_l - 4\beta^2)$$

Мөн  $4co^2$  параметрийг

$$4co^2 = A^2(\xi, \varepsilon_l, \beta, cnst) \cdot h^2(\xi, \varepsilon_l, \beta, cnst)$$

гэж авъя. Тэхэд шийд хавтгай долгио дүрсэлдэг. Түүний диэлектрикийн функц тогтмол  $\varepsilon = \xi$ . Фазууд нь

$$\Phi_e = \Phi_e(0) + \sqrt{\xi^2 - \beta^2} z, \quad \Phi_A = \Phi_A(0) + \sqrt{\xi^2 - \beta^2} z$$

Амплитудууд нь

$$e^2 = \beta^2(\xi - \varepsilon_l) / \xi, \quad A^2 = (\xi - \varepsilon_l)(\xi - \beta^2) / \xi, \quad h^2 = \xi(\xi - \varepsilon_l)$$

Хэрвээ  $\xi \rightarrow \beta^2$  хязгаарт шилжвэл  $[\Delta_2, \Delta_3]$  сегмент  $\varepsilon = \beta^2$  цэг болж хувирна. Амплитудууд

$$e^2 = \beta^2 - \varepsilon_l, \quad A^2 = 0, \quad h^2 = \beta^2(\beta^2 - \varepsilon_l)$$

тус тус болно. Нэгэнт  $A^2 = 0$  болсон тул  $4co^2 = 0$ .

Ийнхүү  $\xi \rightarrow \beta^2$  хязгаарт хавтгай долгио Брюстерийн босоо долгиод шилжив.

Жич тэмдэглэвээс, асимптот босоо долгиог ч гэсэн, үүний адилаар, босоо долгионы  $\xi \rightarrow \xi_0, \xi_0 = (4\beta^2 - \varepsilon_l) / 3$  хязгаар гэж үзүүлж болно.

## ВЫВОД

Отобраны все возможные варианты стационарных стоячих магнитных волн в самофокусирующей керр среде. Уточнены фазовые свойства этих волн и показано что имеет место отражение(скачка) фаз. Показано что Брюстеровская стоячая волна может рассматриваться как некий предел плоской волны. Асимптотическая стоячая волна также является неким пределом стоячей волны.

## ДҮГНЭЛТ

Өөрөө цуглуулагч керр орчин дахь гэрлийн стационар соронзон долгионы бололцоот бүх хувилбаруудыг түүж товчооллоо. Эдгээр долгионы фазын шинжийг тодотгож үзээд фазын ойлт(үсрэлт) байдгийг тогтоолоо. Мөн Брюстерийн босоо долгиог хавтгай долгионы хязгаар гэж үзэж болно гэж харуулав. Асимптот босоо долгио ч гэсэн босоо долгионы нэг янзын хязгаар ажээ.

## ИШЛЭЛ.

- [1]. О. Нямсүрэн Г. Очирбат, Өөрөө цуглуулагч керр орчин дахь гэрлийн стационар соронзон долгионы фаз ба амплитудын нэгдсэн шинжилгээ, тооцох аргачлал.Блох долгио. МУИС ЭШБ ийн энэ дугаарт.
- [2]. Г. Очирбат, О. Нямсүрэн, Өөрөө цуглуулагч керр орчин дахь гэрлийн стационар ТМ асимптот долгио. МУИС ЭШБ 282(14) 2006 Улаанбаатар.