

Өөрөө цуглуулагч керр орчин дахь гэрлийн стационар соронзон долгионы фаз ба амплитудын нэгдсэн шинжилгээ, тооцох аргачлал. Блох долгио

О. Нямсүрэн, Г. Очирбат

МУИС-ийн Физик Электроникийн Сургууль

Өөрөө цуглуулагч керр орчин дахь гэрлийн стационар соронзон долгионы диэлектрикийн функцийг олон параметрт шинжилгээг ЭШ бичигт нийтэлснээс хойш багагүй хугацаа өнгөрлөө[1]. Цахилгаан ба соронзон векторын компонент бүрийн амплитуд диэлектрикийн функцээр илэрхийлэгддэг болохлоор үүнийг бас амплитудын шинжилгээ гэж үзэж болно. Асуудлын шийдлийг бүрэн гүйцэд болгоё гэвэл долгионы фазын шинжилгээг бас эрхбиш үйлдэх хэрэгтэй л дээ. Шугаман бус орчинд долгионы амплитуд фаз хоёр хоорондоо нягт шүтэлцээтэй хэмжигдүүн. Амплитудын шинжилгээ нарийн нягт хийгдсэн болохлоор фазыг, уг нь, төвөггүй хийж болох байжээ.

Энэ ажилд өмнөх [1] ажлыг фазын шинжилгээгээр өргөтгөж амплитуд фаз хоёуланг нь тодорхойлох нэгдсэн аргачлал болголоо.

Сэдвийн тавилга. Өмнөх ажилуудад бид Х тэнхлэг дагуу гүйхийн хамт орчны гүн тийш (z – тэнхлэг дагуу) тарах стационар ТМ долгионы оронг

$$E_z = e(z) \exp(i\Phi_e(z))\tau, \quad E_x = iA(z) \exp(i\Phi_A(z))\tau, \quad h_y = h(z) \exp(i\Phi_e(z))\tau, \quad (1)$$

$$\tau = \exp(i\beta kx - i\omega t)$$

гэж дүрсэлсэн. Үүнд $e(z)$, $A(z)$, $-h(z)$ -амплитудууд, $\Phi_e(z)$, $\Phi_A(z)$ -фазууд. β - рефракцийн тогтмол, k - вакуум дахь долгионы векторын модуль.

Ингээд Максвеллийн тэгшитгэлүүдийн хүрээнд долгионы орны байж болох горимуудыг сул параметруудаас хамааруулан аль болох бүрэн гүйцэд олж тогтоох зорилт тавьсан болно.

I ХЭСЭГ

Тэгшитгэлүүд

Энергийн урсгал хадгалагдах хууль

$$\frac{1}{2} A h \sin(\Delta\Phi) = co \quad (2)$$

Үүнд co энергийн урсгалын хэмжээ, тогтмол хэмжигдүүн, орчны гүн тийш (z тэнхлэг дагуу) тарж буй долгионд эерэг утгатай.

Соронзон ба цахилгаан компонентын фазуудын зөрүү

$$\Delta\Phi = \Phi_e - \Phi_A \quad (3)$$

Оронгийн E_z , h_y компонентыг ижил фазтай гэж авснаас болж (эдгээр компонентыг хооронд нь холбосон Максвеллийн тэгшитгэлд) h сөрөг утгатай байхад хүрдэг.

Фазын тэгшитгэлүүд

$$\frac{d\Phi_e}{dz} = 2 \frac{\varepsilon}{h^2} co \quad (4)$$

$$\frac{d\Phi_A}{dz} = 2 \frac{\varepsilon - \beta^2}{\varepsilon A^2} co \quad (5)$$

Энд ε - диэлектрикийн функц. Эерэг керр орчинд

$$\varepsilon = \varepsilon_l + e^2 + A^2 \quad (6)$$

ε_l - диэлектрикийн тогтмол.

e^2, A^2, h^2 - хэмжигдүүнүүд диэлектрикийн функцийг утгаар илэрхийлэгддэг

$$e^2(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst) = \frac{\beta^2}{2\varepsilon(2\beta^2 - \varepsilon)} (\varepsilon^2 - \varepsilon_l^2 - cnst), \quad (7)$$

$$A^2(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst) = \varepsilon - \varepsilon_l - e^2(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst), \quad (8)$$

$$h^2(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst) = \frac{\varepsilon^2}{\beta^2} e^2(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst), \quad (9)$$

Эдгээр илэрхийллийг Максвеллийн тэгшитгэлийн анхны интегралыг, (6)-тэй системлэн бодож гаргаж авсан билээ. Үүнд **cnst** -интегралчлалын тогтмол.

	$a < 2\beta^2$ тохиолд	$2\beta^2 < b$ тохиолд
ε -диэлектрикийн функц z -тэнхлэг дагуу b ээс a тийш өсөх үед	$-\frac{\pi}{2} \leq \Delta\Phi < 0$	$-\pi < \Delta\Phi \leq -\frac{\pi}{2}$
ε -диэлектрикийн функц z -тэнхлэг дагуу a аас b тийш буурах үед	$-\pi < \Delta\Phi \leq -\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{2} \leq \Delta\Phi < 0$

Диэлектрикийн функцийг тэгшитгэл

$$\frac{d\varepsilon}{dz} = \frac{(\varepsilon - 2\beta^2)}{\frac{\varepsilon}{2} + e^2(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst)} Ah \cos(\Delta\Phi), \quad (10)$$

(2),(4-5),(10) бол орчин дахь долгионы амплитуд ба фазыг шинжлэхэд бүрэн хүрэлцэх тэгшитгэлүүд бүлгээ. Тэмдэглэл

$$F(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst) = A^2(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst) h^2(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst) \quad (11)$$

Фазын зөрүүг нэгэн утгатай тодорхойлох боломж.

(2)-д h сөрөг утгатайн улмаас $\Delta\Phi$ зөрүү сөрөг утгатай бөгөөд $co \neq 0$ тохиолд $-\pi, 0$ хязгаарын утгадаа хүрэхгүй. (2)тэгшитгэлээс синус функцийг аргумент болж буй $\Delta\Phi$ -г тодорхойлъё гэвэл нэгэн утгатай тодорхойлогдохгүй, $-\frac{\pi}{2}$ оос их, бага хоёр утга гарах болно. Энэ хоёр утгын алийг нь сонгож авах вэ гэсэн асуултанд (10) тэгшитгэл дэх $\cos\Delta\Phi$ -ийн тэмдэгийг шинжилж байж хариу өгч болно.

Эерэг керр орчин дахь ТМ долгионд ε -диэлектрикийн функц (орчны гүн тийш) z -тэнхлэг дагуу хувьсахдаа- $\beta^2, cnst, co$ - параметруудын өгөгдсөн утга бүрд эдгээр утгаар тодорхойлогдох сегмент дээр нааш цааш холхин хувьсдаг ажээ. Сегментийг $[b, a]$ гэж тэмдэглэе, үүнд ε -ийн авах хамгийн бага утга нь b , хамгийн их утга нь a . Энэ сегмент бол

$$\varepsilon \geq \varepsilon_l, \quad e^2(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst) \geq 0, \quad A^2(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst) \geq 0 \quad (12a)$$

$$F(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst) - 4co^2 \geq 0 \quad (12b)$$

нөхцлүүдийг зэрэг хангах муж буюу тодорхойлолтын муж юм (II хэсэг үзнэ үү).

(10) тэгшитгэлд $\frac{d\varepsilon}{dz}$ -уламжлал ε -диэлектрикийн функц z -тэнхлэг дагуу b ээс a тийш өсч буй үед эерэг, харин a аас b тийш буурч буй үед сөрөг байх нь зүйн хэрэг. Үүнтэй уялдан, (10) тэгшитгэлд $\Delta\Phi$ хэмжигдүүн $-\frac{\pi}{2}$ ээс их бага хоёр утгыгаа зөвхөн нэгийг авах боломжтой. Хүснэгт үзнэ үү.

$\Delta\Phi$ ийн авах утгын энэхүү тодотголыг анхаарч, (2) тэгшитгэл ашиглан (10) тэгшитгэлээс $\cos\Delta\Phi$ -г зайлуулсны дараа (10) тэгшитгэл нь

$$a < 2\beta^2 \text{ тохиолд } \frac{d\varepsilon}{dz} = \frac{2\beta^2 - \varepsilon}{\frac{\varepsilon}{2} + e^2(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst)} \sqrt{A^2 h^2 - 4co^2}, \quad (13a)$$

$$2\beta^2 < b \text{ тохиолд } \frac{d\varepsilon}{dz} = \frac{\varepsilon - 2\beta^2}{\frac{\varepsilon}{2} + e^2(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst)} \sqrt{A^2 h^2 - 4co^2}, \quad (13в)$$

гэж бичигдэнэ.

Диэлектрикийн функц координатаас хамаарах хамаарал.
 $\varepsilon(z)$ -улиран хувьсдаг функц мөн

(13) тэгшитгэлээс

$$z - z(b) = \int_b^\varepsilon \frac{\varepsilon + 2e^2(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst)}{2|2\beta^2 - \varepsilon| \sqrt{A^2(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst)h^2(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst) - 4co^2}} d\varepsilon, \quad (14)$$

$z(b)$ бол нэгэн $\varepsilon = b$ утгад харгалзуулсан сул утга. Дээр дурдсан $[b, a]$ сегментийг тодорхойлох нөхцлүүдийн хамгийн сүүлчийн (12б) нь энэ интегралын интегранд дахь язгуур дорх илэрхийллийг сөрөг биш байлгах гэсэн нөхцөл ажээ.

(14) интегралын дээд хязгаар ε нь b ээс a хүрээд буцаад ухарч хувьсах маягаар холхин өөрчлөгдөхөд түүнийг даган z дэлгэгдэн хувьсах болно. ε нь b ээс a хүртэл хувьсах бүрд z -нь

$$d = \int_b^a \frac{\varepsilon + 2e^2(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst)}{2|2\beta^2 - \varepsilon| \sqrt{A^2(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst)h^2(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst) - 4co^2}} d\varepsilon, \quad (15)$$

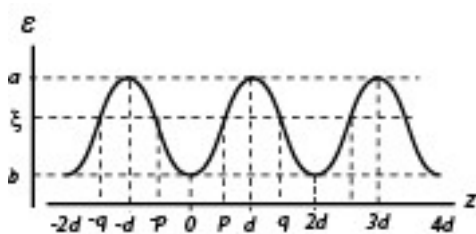
хэмжээгээр өөрчлөгдөнө. ε нь a аас b хүртэл хувьсах бүрд z -нь бас яг тийм хэмжээгээр өөрчлөгдөнө.

ε -г, урвуугаар, $z - z(b)$ ээс хамаарсан функц гэж үзэх юм бол энэ нь $2d$ улиралтай улиран хувьсдаг функц болно, $\varepsilon = \varepsilon(z - z(b))$.

$$\varepsilon(z - z(b)) = \varepsilon(z - z(b) + 2d).$$

Энэ функц бас аль ч $z = z_n = z(b) + nd$, n - дурын бүхэл тоо, цэг дээр тэгш хэмтэй. Иймээс түүнийг d урттай $[z(b), z(b) + d]$ сегмент дээр тодорхойлоход хангалттай.

(14) интеграл ерөнхий тохиолдоо элементар ба тусгай функцээр илэрхийлэгддэггүй, харин тоон тооцоогоор бодоход төвөггүй. Шаардлага гарвал интегралыг эхлээд ε -ийн b -ээс a хүртэл дэс дараалсан хангалттай олон утгад бодож $z - z(b)$ -ийн ε -ээс хамаарах хамаарлын хүснэгт үйлдэнэ. Тэрхүү хүснэгтийг хөрвүүлэхэд $\varepsilon(z - z(b))$ функцийн хүснэгт болно. $\varepsilon(z - z(b))$ функцийн бүдүүвч графикийг 1 зурагаас харна уу.



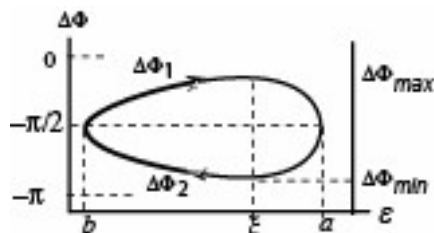
1 зураг. $\varepsilon(z)$ улиран хувьсдаг функц.

Улирал нь $2d$. d -г (15), p -г (16) томъёо гоор тус тус тодорхойлно. ε -ийн авах хамгийн бага утга нь b хамгийн их утга нь a . Графикт нэгэн $\varepsilon = b$ утгад $z(b) = 0$ гэж авчээ (хэрэглэсэн тэгшитгэлүүд z ээс ил хамаараагүй болохлоор z тэнхлэгийн эхийг сул чөлөөтэй сонгох боломжтой). $\varepsilon(z)$ муруй $z = z_n = nd$, n -дурын бүхэл тоо, цэг дээр тэгш хэмтэй. $\varepsilon = \xi$ цэг бол $F(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst)$ функц максимум утга авах цэг, бас $\Delta\Phi$ фазын зөрүү хамгийн их ба бага утгаа авах цэг мөн.

$$p = \int_b^\xi \frac{\varepsilon + 2e^2(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst)}{2|2\beta^2 - \varepsilon| \sqrt{A^2(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst)h^2(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst) - 4co^2}} d\varepsilon, \quad (16)$$

Фазын зөрүү $\Delta\Phi(z)$ -бол улирах функц мөн

(2) тэгшитгэлд A, h нь (8), (9) томъёогоор, ε -ээр илэрхийлэгдэж байгаа. (2) тэгшитгэлээс $\Delta\Phi(\varepsilon, \dots)$ -г 1-р хүснэгт анхаарч нэгэн утгатай тодорхойлж болно. $\Delta\Phi(\varepsilon, \dots)$ хамаарлын бүдүүвч графикийг 2-р зурагт үзүүлэв.



2 зураг. Сумын чиглэл ε - диэлектрикийн функц z -тэнхлэг дагуу өсөх, буурах чиглэлийг зааж буй.

Өсөх чиглэлд фазын зөрөө $-\frac{\pi}{2}$ ээс их харин буурах

чиглэлд $-\frac{\pi}{2}$ ээс бага. $\varepsilon = \xi$ бол $\Delta\Phi$ фазын зөрүү

хамгийн их ба бага утгаа авах цэг. Энэ цэг дээр бас $F(\varepsilon, \varepsilon_1, \beta, cnst)$ функц максимум утгаа авдаг.

Гогцооны дээд ба доод хэсэгт $\Delta\Phi(\varepsilon, \dots)$ функцийн хэлбэр өөр өөр. Дээд хэсэгийхийг нь $\Delta\Phi_1$ доод хэсэгийхийг нь $\Delta\Phi_2$ гэж тэмдэглэжээ.

$a < 2\beta^2$ тохиолд

$$\Delta\Phi_1(\varepsilon, \varepsilon_1, \beta, cnst, co) = -\arcsin \sqrt{\frac{F(b, \varepsilon_1, \beta, cnst)}{F(\varepsilon, \varepsilon_1, \beta, cnst)}}, \quad \varepsilon \in [b, a] \quad (17.1.a)$$

$$\Delta\Phi_2(\varepsilon, \varepsilon_1, \beta, cnst, co) = -\pi + \arcsin \sqrt{\frac{F(a, \varepsilon_1, \beta, cnst)}{F(\varepsilon, \varepsilon_1, \beta, cnst)}}, \quad \varepsilon \in [b, a] \quad (17.1.b)$$

$2\beta^2 < b$ тохиолд

$$\Delta\Phi_1(\varepsilon, \varepsilon_1, \beta, cnst, co) = -\pi + \arcsin \sqrt{\frac{F(b, \varepsilon_1, \beta, cnst)}{F(\varepsilon, \varepsilon_1, \beta, cnst)}}, \quad \varepsilon \in [b, a] \quad (17.2.a)$$

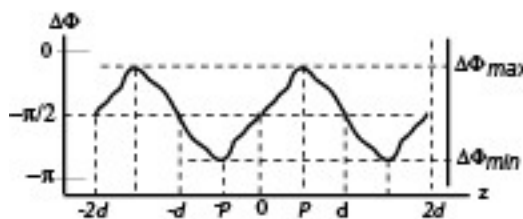
$$\Delta\Phi_2(\varepsilon, \varepsilon_1, \beta, cnst, co) = -\pi + \arcsin \sqrt{\frac{F(a, \varepsilon_1, \beta, cnst)}{F(\varepsilon, \varepsilon_1, \beta, cnst)}}, \quad \varepsilon \in [b, a] \quad (17.2.b)$$

Аль ч тохиолд

$$\Delta\Phi_{\max} = \Delta\Phi_1(\xi, \dots), \quad \Delta\Phi_{\min} = \Delta\Phi_2(\xi, \dots), \quad \xi \in [b, a] \quad (18)$$

Үүнд ξ – бол $F(\varepsilon, \dots)$ функцийн максимумын цэг.

Фазын зөрүү ε ээр илэрхийлэгдэхийн чацуу ε өөрөө z – координатаар улиран хувьсах тул фазын зөрүү бас z – координатаар улиран хувьсдаг функц бүлгээ. $\Delta\Phi(z)$ функцийн бүдүүвч графикийг 3 -р зурагт үзүүлэв.



3-р зураг. $\Delta\Phi(z)$ функцийн бүдүүвч график ($a < 2\beta^2$ тохиол). $\Delta\Phi(z)$ бол z – тэнхлэг дагуу, улиран хувьсдаг функц, улирал нь $2d$ (d нь (15) томъёогоор, p нь (16) томъёогоор тус тус бодогдоно) z – координатын эхийг ($z=0$ -г) 1-р зурагд үзүүлсэн графиктай нийцүүлэн авчээ.

Оронгийн соронзон компонентийн фаз

Оронгийн соронзон ба цахилгаан компонентийн фазын зөрүүг сая дэлгэрэнгүй авч үзэв. Зөрүү z – тэнхлэг дагуу улиран хувьсдаг болохноор нь компонент тус бүр бас z – тэнхлэг дагуу улиран хувьсдаг болов уу гэж бодмоор, гэтэл тийм биш ажээ. (5) тэгшитгэлийн баруун тал эерэг хэмжигдүүн, тэгэхлээр $\Phi_e(z)$ фаз z – дагуу монотонно өсөх (дэлгэгдэх) хэмжигдүүн

байх болж байгаа юм. z – координат дагуудаа $2d$ -хэмжээгээр өөрчлөгдөх бүр $\Phi_e(z)$ функц тогтмол $\delta\Phi$ хэмжээгээр нэмэгдэнэ.

$$\Phi_e(z+d) = \Phi_e(z) + \delta\Phi$$

үүнд

$$\delta\Phi_e = 2 \int_b^a \frac{2\varepsilon}{h^2} co \frac{0.5\varepsilon + e^2}{|2\beta^2 - \varepsilon| \sqrt{F(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst) - 4co^2}} d\varepsilon \quad (19)$$

Блохын долгионы “вектор” тодорхойлъя:

$$K = \frac{\delta\Phi_e}{2d} \quad (20)$$

Фазаас Kz хэмжээгээр суутгаж богиносгоё:

$$\psi_e(z) = \Phi_e(z) - Kz \quad (21)$$

Богиносгосон фаз $2d$ улирал бүхий улирах функц мөн. $\psi_e(z+n2d) = \psi_e(z)$, n – дурын бүхэл тоо.

$$\Phi_e(z) = \psi_e(z) + Kz \quad (22)$$

Соронзон компонентийн фаз 2 хэсгээс тогтоно. Үүнд

- z – тэнхлэг дагуу улиран хувьсдаг хэсэг,
- z – тэнхлэг дагуу дэлгэгдэх хэсэг(Блохын фаз).

Ийнхүү оронгийн соронзон компонент нь z – тэнхлэг дагуу(орчны гүн тийш) Блох долгио хэлбэртэй тарах аж.

Одоо улиран хувьсдаг хэсэг $\psi_e(z)$ -г тодорхой авч үзье. Түүнийг $[-d, d]$ мужид дараах байдлаар тодорхойлъя.

$z \in [-d, 0]$ байхад

$$\begin{aligned} \Phi_e - \Phi_e(0) &= \int_{\varepsilon}^b \frac{2\varepsilon}{h^2} co \frac{0.5\varepsilon + e^2}{|2\beta^2 - \varepsilon| \sqrt{F(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst) - 4co^2}} d\varepsilon = \\ &= - \int_b^{\varepsilon} \frac{2\varepsilon}{h^2} co \frac{0.5\varepsilon + e^2}{|2\beta^2 - \varepsilon| \sqrt{F(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst) - 4co^2}} d\varepsilon \end{aligned} \quad (23a)$$

$z \in [0, d]$ байхад

$$\Phi_e - \Phi_e(0) = \int_b^{\varepsilon} \frac{2\varepsilon}{h^2} co \frac{0.5\varepsilon + e^2}{|2\beta^2 - \varepsilon| \sqrt{F(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst) - 4co^2}} d\varepsilon \quad (23b)$$

$\Phi_e - \Phi_e(0)$ ялгавар, ε – ээр, $[-d, d]$ мужид сондгой функц юм.

(14), (23) хамтдаа $\Phi_e - \Phi_e(b)$ -фаз z – координатаас хамаарах хамаарлын параметр тэгшитгэл юм.

Оронгийн соронзон компонентийн Блох долгио

$$h_y(z) = -\sqrt{h^2(\varepsilon(z))} \exp(i\psi_e + iKz) \quad (24)$$

Оронгийн цахилгаан компонентийн фаз

Цахилгаан компонентийн фаз нь соронзон компонентийн $\Phi_e(z)$ - фаз ба фазын $\Delta\Phi(z)$ - зөрүүгээр илэрхийлэгдэнэ.

$$\Phi_A(z) = \Phi_e(z) - \Delta\Phi(z)$$

(22) –г орлуулсны дараа

$$\Phi_A(z) = \psi_A(z) + Kz \quad (25)$$

гэж бичигдэнэ. Үүнд

- $\psi_A(z) = \psi_e(z) - \Delta\Phi(z)$ -богиносгосон фаз(улиран хувьсдаг хэсэг),
- Kz дэлгэгддэг хэсэг(Блохын фаз).

Ийнхүү цахилгаан компонент нь z – тэнхлэг дагуу(орчны гүн тийш)

Блох долгио хэлбэртэй тарна. Соронзон ба цахилгаан компонентын Блохын фаз ижил ажээ.

Цахилгаан компонентын Блох долгио

$$A(z) = \sqrt{A^2(\varepsilon(z))} \exp(i\psi_A(z) + iKz) \quad (27)$$

Блох долгио z – тэнхлэг дагуу чиглэсэн энергийн урсгал байгаа ($co \neq 0$) тохиолд үүснэ. Энэ долгио тодорхой нөхцөлд хавтгай долгио болж хувирна.

Бид фазын ерөнхий шинжийг гаргав. Одоо $\beta^2, cnst, co$ параметр-ийн утгаас хамаарсан диэлектрикийн функц фаз хоёрын хавсарсан дэлгэрэнгүй шинжилгээнд шилжье. Үүнд, гол нь (14), (23б) эер илэрхийлэгдэх хоёр интегралыг эдгээр параметруудаас хамааруулан нухацтай тодорхойлох асуудал юм.

Тэмдэглэл

$$D(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta) = (\varepsilon_l - \varepsilon)(2\varepsilon(2\beta^2 - \varepsilon) - \beta^2(\varepsilon_l + \varepsilon)), \quad (28)$$

$$R(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst) = \beta^2 cnst - D(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta), \quad (29)$$

$$Q(\varepsilon, \varepsilon_l, cnst) = \varepsilon^2 - \varepsilon_l^2 - cnst. \quad (30)$$

Тэхэд

$$e^2(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst) = \frac{\beta^2}{2\varepsilon(2\beta^2 - \varepsilon)} Q(\varepsilon, \varepsilon_l, cnst), \quad (31)$$

$$A^2(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst) = \frac{R(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst)}{2\varepsilon(2\beta^2 - \varepsilon)}, \quad (32)$$

$$h^2(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst) = \frac{\varepsilon}{2(2\beta^2 - \varepsilon)} Q(\varepsilon, \varepsilon_l, cnst), \quad (33)$$

$$F(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst) = R(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst) Q(\varepsilon, \varepsilon_l, cnst) / 4(2\beta^2 - \varepsilon)^2, \quad (34)$$

(14) (23б) интегралуудын интегранд нь $\varepsilon_l, \beta, cnst, 4co^2$ -дөрвөн сул параметраас хамаарч байгаа. Эдгээр интегралуудаар илэрхийлэгдэх шийдийн параметр шинжилгээ (12) дөрвөн нөхцлийг зэрэг хангах ε -ийн утгын мужуудыг $\varepsilon_l, \beta, cnst, 4co^2$ дөрвөн параметрээс хамааруулан тогтоохоос эхэлнэ.

II ХЭСЭГ

[1-2] -д хэрэглэсэн нэр томъёо, тэмдэглэл, тодорхойлолтыг энд хэрэглэлээ. Жишээ нь (12а) нөхцлийг хангах ε -ийн утгын мужийг Ah-муж, (12а), (12б)-г зэрэг хангахыг нь зөвшөөрөгдөх муж буюу тодорхойлолтын муж гэж нэрлэнэ.

Эерэг сөрөг аль ч керр тохиолд параметруудыг оновчтой мужлан хувааж болдог. Энэ нь юу гэсэн үг вэ гэвэл хуваалтын дүнд үүссэн муж бүрд долгионы тодорхой нэгэн горим харгалзаж байхаар тооцож хувааж болдог гэсэн үг.

I. $e^2(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst)$ функц

Энэ функц хоёр полюстай. Полюсийн цэгүүд нь

$$\varepsilon = 0, \quad \varepsilon = 2\beta^2$$

Хоёр тэг цэгтэй. Тэр хоёр тэг цэг нь $cnst$ - ийн $cnst \geq -\varepsilon_l^2$ гэсэн мужид бодит утгатай. Бодит тэг цэгүүд нь

$$\varepsilon = \chi, \quad \varepsilon = -\chi$$

Үүнд

$$\chi = \sqrt{\varepsilon_l^2 + cnst} \quad (35)$$

$cnst$ - параметрийн утгаас хамаарч $e^2(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst)$ функц сөрөг биш утгатай байх ε аргументийн утгын муж хэд хэдэн хувилбартай. Үүнд

- $cnst < -\varepsilon_l^2$ байхад $(0, 2\beta^2)$ гэсэн интервал

- $-\varepsilon_l^2 \leq cnst < c2m / \beta^2$ байхад $[-\chi, 0), [\chi, 2\beta^2)$ гэсэн хагас сегментүүд үүнд

$$c2m = \beta^2(4\beta^4 - \varepsilon_l^2) \quad (36)$$

- $c2m / \beta^2 < cnst$ байхад $[-\chi, 0), (2\beta^2, \chi]$, гэсэн хагас сегментүүд

II. $A^2(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst)$ функц

Энэ функц хоёр полюстай. Полюсийн цэгүүд нь

$$\varepsilon = 0, \quad \varepsilon = 2\beta^2$$

Гурван тэг цэгтэй. Тэр цэгүүд нь, (32) ийн хүртвэр, $R(\varepsilon)$ -ийн тэг цэгүүд юм. Өөрөөр хэлбэл

$$R(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst) \equiv \beta^2 cnst - D(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta) = 0 \quad (37)$$

- куб тэгшитгэлийн язгуурууд юм. Язгууруудын байршил β^2 , $\beta^2 cnst$ - параметруудын утгаас хэрхэн хамаарахыг мэдэхийн тулд юуны урьд

$R(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst)$ илэрхийлэл дэх $D(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta)$, функц β^2 -параметраас хамаарах хамаарлыг нягтлан үзэх хэрэгтэй болчихдог. Энэ функц хоёр экстремумын цэгтэй. Тэдгээр нь

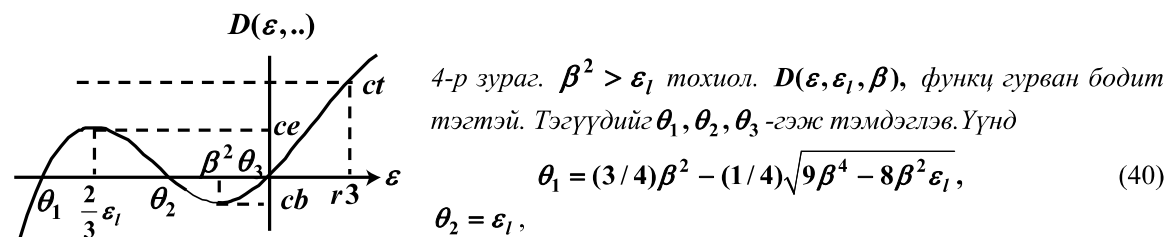
$$\varepsilon = \frac{2}{3}\varepsilon_l, \quad \varepsilon = \beta^2$$

Эдгээр цэг дээрх уг функцийг ce , cb гэж тэмдэглэе.

$$ce = D\left(\frac{2}{3}\varepsilon_l, \varepsilon_l, \beta\right) = \frac{1}{3}\varepsilon_l^2(\beta^2 - \frac{8}{9}\varepsilon_l) \quad (38)$$

$$cb = D(\beta^2, \varepsilon_l, \beta) = -\beta^2(\beta^2 - \varepsilon_l)^2 \quad (39)$$

$D(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta)$, функц β^2 -параметраас хамаарах хамаарлын бүдүүвч графикуудыг хавсралтаас харна уу. Эдгээрийн дотроос хамгийн чухал нэгэн тохиол (X5)-ыг 4-р зурагт арай илүү тодорхой болгож тусад нь үзүүлэв.



$$\theta_1 = (3/4)\beta^2 - (1/4)\sqrt{9\beta^4 - 8\beta^2\varepsilon_l}, \quad (40)$$

$$\theta_2 = \varepsilon_l,$$

$$\theta_3 = (3/4)\beta^2 - (1/4)\sqrt{9\beta^4 - 8\beta^2\varepsilon_l}, \quad (41)$$

$\varepsilon = \frac{2}{3}\varepsilon_l$, $\varepsilon = \beta^2$ цэгүүд дээр максимум, минимумтай байна. Функцийн максимум, минимум утгыг ce , cb ээр тэмдэглэжээ ((38), (39)-г харна уу). Энэ тохиолд

$$\theta_1 < \frac{2}{3}\varepsilon_l < \theta_2 < \beta^2 < \theta_3 \quad (42)$$

$\beta^2 cnst$ - сул тогтмолын утгыг товчлон ct -ээр тэмдэглэв: $ct = \beta^2 cnst$. 4 зураг дээр $ct > ce$ байх үе дүрслэгдэжээ. Хэвтээ шугам $D(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta)$ функцийг графикийг ганц цэгт огтолжээ. Огтолсон цэгийн абсцисс $r3$ бол (37) тэгшитгэлийн ганц бодит язгуур. Нөгөө хоёр язгуур нь хуурмаг болой. Хэрвээ ct -г $cb \leq ct \leq ce$ нөхцөл хангаж байхаар авах юм бол $ct = \beta^2 cnst$ - хэвтээ шугам $D(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta)$, функцийг графикийг гурван цэгт огтлох болно. Тэдгээр цэгүүд нь (37) тэгшитгэлийн гурван бодит язгуур мөн. Эдгээр бодит язгуурыг $r1$, $r2$, $r3$ гэж тэмдэглэн $r1 < r2 \leq r3$ гэж журамлая.

$ct = 0$ үед $r1 = \theta_1$, $r2 = \theta_2$, $r3 = \theta_3$ болчихно.

$\varepsilon \geq \varepsilon_l$, $A^2(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst) \geq 0$ нөхцлүүд хангах ε -ийн утгын муж нь:

- $cb \leq ct \leq 0$ байхад $[r2, r3]$
- $0 < ct < c2m$ байхад $[\varepsilon_l, r3]$ сегмент болно ($r3 < 2\beta^2$).
- $ct > c2m$ байхад $[r3, \infty)$ болно ($2\beta^2 < r3$).

III. $F(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst)$ функц

Тухайн Ah-муж дээр $F(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst)$ функцийн **min, max** -уудыг мэдэх нь $4co^2$ параметрийн авах утгуудын хил хязгаарыг тогтоох болон $4co^2$ -ийн өгөгдсөн утгад $\varepsilon(z)$ функцийн хэлбэр төрхийг мэдэхэд гол үүрэг гүйцэтгэнэ.

$\varepsilon_l, \beta^2, cnst$ параметруудын өгөгдсөн холбогдолд $F(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst)$ функцийн стационар утга авах цэгийг ξ гэе. ξ нь $\varepsilon_l, \beta^2, cnst$ параметруудын холбогдлоор илэрхийлэгдэх ёстой.

$$\xi = \xi(\varepsilon_l, \beta, cnst)$$

Эндээс урвуугаар, $cnst$ нь $\xi, \varepsilon_l, \beta$ -ээр илэрхийлэгдэж болно.

$$cnst = cnst(\xi, \varepsilon_l, \beta) \quad (43)$$

Тооцооноос үзэхэд ξ -ээс хамаарсан $cnst(\xi, \varepsilon_l, \beta)$ функц хоёр мөчиртөй. Тухайлбал

$$cnst = cnst_1(\xi, \varepsilon_l, \beta) = (\xi - \varepsilon_l)(3\xi + \varepsilon_l - 4\beta^2) \quad (44)$$

$$cnst = cnst_2(\xi, \varepsilon_l, \beta) = -\varepsilon_l^2 + 3\xi^2 - (1/\beta^2)\xi^3 \quad (45)$$

Оронгийн A^2, e^2, h^2 квадрат амплитудууд стационар цэг $\varepsilon = \xi$ дээр ξ ийн утгаар илэрхийлэгдэх байдал нь мөчир бүрд бас өөр өөр. Эхний мөчирд

$$e^2 = \beta^2(\xi - \varepsilon_l)/\xi, \quad A^2 = (\xi - \varepsilon_l)(\xi - \beta^2)/\xi, \quad h^2 = \xi(\xi - \varepsilon_l) \quad (46)$$

Хоёр дахь мөчирд

$$A^2 = 0.5(3\xi - 2\varepsilon_l), \quad e^2 = -0.5\xi, \quad h^2 = -0.5\xi^3/\beta^2 \quad (47)$$

Ийнхүү хоёр өөр төрлийн стационар цэг байдаг. Эхнийхийг нь нэг дүгээр төрлийн, сүүлчийхийг нь хоёр дугаар төрлийн стационар цэг гэж нэрлэсэн. Нэг дүгээр төрлийн стационар цэг ξ нь $\max(\beta^2, \varepsilon_l) \leq \xi$ нөхцөлд л Ah- мужид харъяалагдах ба хоёр дугаар төрлийн стационар цэг ξ нь Ah- мужид орохгүй.

Нэг дүгээр төрлийн стационар цэг. ξ нь Ah- мужид орших нэг дүгээр төрлийн стационар цэг мөн бол $\max(\beta^2, \varepsilon_l) \leq \xi$, $cnst = cnst_1(\xi, \varepsilon_l, \beta)$ ((44) томъёо). Энэхүү $cnst_1(\xi, \varepsilon_l, \beta)$ -ийн ξ -ээс хамаарах хамаарлын бүдүүвчийг 5- зурагт үзүүлэв. $cnst_1(\xi, \varepsilon_l, \beta)$ функц нь

$$\xi = \gamma \equiv (1/3)(2\beta^2 + \varepsilon_l) \quad (48)$$

цэг дээр $-(4/3)(\varepsilon_l - \beta^2)^2$ -тэй тэнцүү хамгийн бага утга авна. Эерэг керр орчины хувьд бол $\varepsilon_l < \beta^2$ тохиол хамгийн сонирхолтой нь. Энэ тохиолд $\xi = \gamma$ цэг Ah-мужид орохгүй. Харин ξ -ийн зөвхөн $\beta^2 \leq \xi$ гэсэн утга бүр нь харгалзах Ah-муждаа орно. $\xi = \beta^2$ цэг дээр

$$cnst_1(\beta^2, \varepsilon_l, \beta) = D(\beta^2, \varepsilon_l, \beta)/\beta^2 \leq 0$$

Энэ утга бол Ah-мужид нэгдүгээр төрлийн максимум үүсгэж чадах $cnst$ - ийн хамгийн бага утга юм.

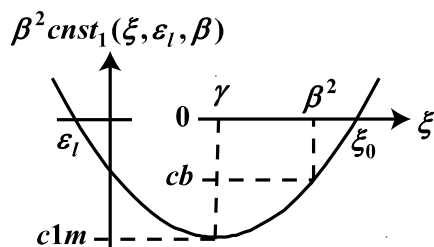
$cnst = cnst_1(\xi, \varepsilon_l, \beta)$ функц

$$\xi = \varepsilon_l, \quad \xi = \xi_0 = \frac{4\beta^2 - \varepsilon_l}{3} \quad (49)$$

хоёр цэг дээр тэгтэй тэнцэнэ.

Нэг дүгээр төрлийн стационар цэг, $\varepsilon = \xi$, дээр $F(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst)$ функцийн утга

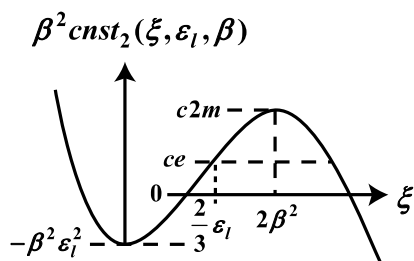
$$F(\xi, \varepsilon_l, \beta, cnst(\xi, \varepsilon_l, \beta)) = (\xi - \beta^2)(\xi - \varepsilon_l)^2 \quad (50)$$



утгууд бол зөвшөөрөгдөөгүй утгууд. Үүнээс гадна зөвшөөрөгдөөгүй тусгаар ганц утга байдаг. Тэр нь $\beta^2 cnst = c2m$ (36 томъёо) юм. Харин $\beta^2 cnst$ -ийн $\beta^2 cnst \geq cb$ бөгөөд $\beta^2 cnst \neq c2m$ бүх утгууд бол зөвшөөрөгдсөн утгууд юм. $\xi = \epsilon_1, \xi_0$ цэгүүд дээр $\beta^2 cnst = 0$. Мөн $\xi = \gamma$ цэг дээр $\beta^2 cnst = c1m = -(4/3)(\epsilon_1 - \beta^2)^2$.

Хоёрдугаар төрлийн стационар цэг. Хоёр дугаар төрлийн стационар цэг ξ Аh-мужийн гадна оршино. Тиймээс түүнийг авч үзэх шаардлагагүй гэж бодмоор. Гэтэл хоёр дугаар төрлийн стационар цэг ξ -ийн утгын зарим мужид (14) интеграл авагддаг.

$\beta^2 cnst_2(\xi, \epsilon_1, \beta)$ функцийг бүдүүвчийг 6-р зургаас үзнэ үү.



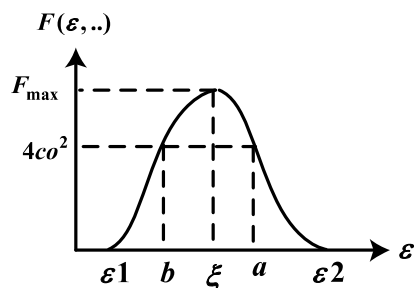
6 зураг. $\beta^2 cnst_2(\xi, \epsilon_1, \beta)$ функцийг бүдүүвч график. $\xi = 0$ дээр $-\epsilon_1^2 \beta^2$ гэсэн утгатай, $\xi = 2\beta^2$ -д $c2m$ ((36) томъёо) утга харгалзана. $\frac{1}{2}\epsilon_1 < \beta^2$ байхад энэхүү $c2m$ утга нь

$\beta^2 cnst$ -ийн зөвшөөрөгдсөн утгуудын дотор ганцаар оршдоогоороо гайхалтай. $\frac{8}{9}\epsilon_1 < \beta^2$ тохиолд л $\xi = \frac{2}{3}\epsilon_1$ -д харгалзах ce ((38) томъёо) утга эерэг болой. Зураг дээр ийм тохиол дүрслэгджээ.

Хоёрдугаар төрлийн стационар цэг, $\epsilon = \xi$, дээр $F(\epsilon, \epsilon_1, \beta, cnst)$ функцийг утга

$$F(\xi, \epsilon_1, \beta, cnst_2(\xi, \epsilon_1, \beta)) = (2\epsilon_1 - 3\xi)\xi^3 / 4\beta^2 \quad (51)$$

Аль ч Аh- мужид $F(\epsilon, \epsilon_1, \beta, cnst_1(\xi, \epsilon_1, \beta))$ функц 7-р зурагт үзүүлсэн шиг түгээмэл төрхтэй байна.



7 зураг. Аh-муж буюу(12a) нөхцөл биелдэг муж бүхэн сегмент хэлбэртэй. Сегментийг $[\epsilon_1, \epsilon_2]$ гэж тэмдэглэвэл үзүүрийн ϵ_1, ϵ_2 цэгүүд дээр $F = F(\epsilon, \epsilon_1, \beta, cnst)$ функц тэг утга авна. $[\epsilon_1, \epsilon_2]$ сегмент дээр энэ функц ганц максимумын цэгтэй. Өөр экстремум байхгүй. $4co^2$ -параметр тэгээс эхлэн $F_{\max}$ хүртэл утга чөлөөтэй авна. Ийнхүү $4co^2$ -ийн утгын муж нь $[0, F_{\max}]$ -сегмент болно.

$4co^2$ -ийн тухайн утгад харгалзаж буй $[b, a]$ сегмент бол (12), (23б) интегралын интеграндын тодорхойлогдох муж юм. $4co^2 = 0$ тохиолд $b = \epsilon_1$, $a = \epsilon_2$ болно.

Ah- мужийн сегмент бүтэц, $F(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst_1(\xi, \varepsilon_l, \beta))$ функцийн уг муж дээрх төрхөөс үндэслэн дараахь ерөнхий дүгнэлт хийж болно. Максвеллийн тэгшитгэлийн шийд

- $\varepsilon_l < \beta^2$, $cnst = 0$ хоёр нөхцөл зэрэг биелэгдэж байхад $4co^2 = 0$ гэж авбал асимптот босоо долгио дүрсэлнэ.
- Энэ хоёр нөхцөл зэрэг биелэгдэхгүй бусад бүх тохиолд $4co^2 = 0$ гэж авбал диэлектрикийн функц нь z-координатаас хамааран $[\varepsilon_1, \varepsilon_2]$ сегмент дээр холхин улиран хувьсдаг босоо долгио дүрсэлнэ.
- $4co^2$ -параметрийг $0 < 4co^2 < F_{\max}$ байхаар авбал диэлектрикийн функц нь z-координатаас хамааран $[b, a]$ сегмент дээр холхин улиран хувьсдаг, z-тэнхлэг дагуу тарах Блох долгио дүрсэлнэ
- $4co^2$ -параметрийг $4co^2 = F_{\max}$ гэж авбал ($\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \xi$ болж) диэлектрикийн функц нь тогтмол, $\varepsilon = \xi$, утгатай хавтгай долгио дүрсэлнэ. Үүнээс өөр хувилбар байхгүй. Харин өөрөө сарниулагч орчинд үүнээс илүү олон хувилбарын долгио байдаг билээ.

Одоо $\beta^2, \beta^2 cnst$ параметруудын янз бүр утгад Ah- мужийг тодорхойлох, улмаар тухайн Ah- муж бүрд сая дурдсан долгио тус бүрийг хэрхэн тодорхойлох асуудлыг нягтлан үзсүгэй.

IV. β^2 -параметрийн утгуудын ангилал ба Ah-муж

β^2 параметрийн утгуудыг

$$1. \beta^2 < \frac{8}{9}\varepsilon_l \quad 2. \beta^2 = \frac{8}{9}\varepsilon_l \quad 3. \frac{8}{9}\varepsilon_l < \beta^2 < \varepsilon_l \quad 4. \beta^2 = \varepsilon_l \quad 5. \varepsilon_l < \beta^2$$

таван мужид хуваав. Сүүлчийн

$$\varepsilon_l < \beta^2$$

тохиолд Ah-мужийг $\beta^2 cnst$ -ийн утгаас хамааруулан тодорхойлох асуудлыг, жишээ болгон, дэлгэрэнгүй авч үзье. 4 зураг буюу хавсралт X5 харна уу. Бид $\beta^2 cnst$ параметрийн утгыг шууд өхийн оронд нэгдүгээр төрлийн максимумын цэг ξ -г өгөх юм бол $\beta^2 cnst$ параметр нь $ct = \beta^2 cnst = \beta^2 cnst_1(\xi, \varepsilon_l, \beta)$ гэж бодогдоно. Нэгдүгээр төрлийн максимумын цэг ξ -г параметраар сонгож авъя.

Нэгдүгээр төрлийн максимумын цэг $\varepsilon = \xi$ нь зөвхөн $\beta^2 \leq \xi$ гэсэн хязгаарлалттай.

- $\xi = \beta^2$ байг. Тэхэд $ct = cb = D(\beta^2, \varepsilon_l, \beta) = -\beta^2(\beta^2 - \varepsilon_l)^2$

Ah-муж нь тусгаар ганц $\varepsilon = \beta^2$ цэгээс тогтоно. Энэ цэг дээр

$$e^2 = \beta^2 - \varepsilon_l, \quad A^2 = 0, \quad h^2 = \beta^2(\beta^2 - \varepsilon_l) \quad (52)$$

$4co^2$ -параметр ганцхан тэг утга авах боломжтой. $4co^2 = 0$ гэж авбал

$\varepsilon = \beta^2$ гэсэн тогтмол диэлектрикийн функц, (52)-аар илэрхийлэгдэх тогтмол орон бүхий босоо долгио дүрсэлнэ. $\varepsilon = \beta^2$ байгаа учир үүнийг энэ тохиолд Брюстериин босоо долгио гэж нэрлэмээр санагдана. Ер нь, харамсалтай нь, Брюстериин босоо долгио хэмээх ухагдуун, нэр томъёо байдаг эсэхийг бид мэдэхгүй билээ.

- $\beta^2 < \xi \leq \xi_0$ байг. Өрөөр хэлбэл $cb < ct \leq 0$, Тэхэд Ah-муж нь $[r2, r3]$ -сегмент болно. Үүнд $r2, r3$ -нь өгөгдсөн ξ -д

$$R(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst) = ct - D(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta) = 0, \quad (53)$$

тэгшитгэлийн $r1, r2, r3$ -гурван язгуурын хоёр нь. Тэхдээ $r1 < r2 \leq r3$.

- $\xi_0 < \xi < 2\beta^2$ байг. Тэхэд Ah-муж нь $[\chi, r3]$ болно, үүнд χ -нь өгөдсөн ξ -д (35) томъёогоор бодогдоно, $r3$ нь өгөдсөн ξ -д (53) тэгшитгэлийн хамгийн их язгуур(ганц бодитой язгууртай тохиолд бол тэр ганц язгуур нь) юм.

- $2\beta^2 < \xi$ байг. Тэхэд Ah-муж нь $[r3, \chi]$ болно, үүнд χ -нь өгөдсөн ξ -д (35) томъёогоор бодогдоно, $r3$ нь өгөдсөн ξ -д (53) тэгшитгэлийн ганц бодитой язгуур юм.

$\xi = 2\beta^2$ бол онцгой утга. Ийм максимумын цэгтэй Ah-муж хоосон. Энэ цэг бол мөн чанартаа хоёрдугаар төрлийн экстремумын цэг мөн.

Блох долгио тодорхойлох процедур

$$\varepsilon_l < \beta^2 \text{ мужид}$$

I. $\beta^2 < \xi \leq \xi_0$ байх тохиол. ξ -ийн утгыг өгөөд дараах тооцоо хийнэ. Үүнд:

$$1. F_{\max} = (\xi - \beta^2)(\xi - \varepsilon_l)^2 \quad 2. \text{cnst} = \text{cnst}_1(\xi, \varepsilon_l, \beta) \quad 3. \chi \equiv \sqrt{\varepsilon_l^2 + \text{cnst}} \quad 4.$$

$R(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, \text{cnst}) = \beta^2 \text{cnst} - D(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta) = 0$ тэгшитгэлийн $r1, r2, r3$ -гурван язгуурыг олж ($r1 < r2 \leq r3$ гэж журамлан) их хоёрыг нь авна. Энэ хоёр утга бол Ah-мужийн хилүүд: $\varepsilon1 = r2, \varepsilon2 = r3$ 5. $4co^2$ параметр д утга өгнө. Уг утга нь $4co^2 \in [0, F_{\max})$ байвал зохино. 6. $F(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, \text{cnst}_1(\xi, \varepsilon_l, \beta)) - 4co^2 = 0$ тэгшитгэлийн Ah-муж дахь хоёр язгуурыг олно. Үүнд (жишээ нь, mathcad-аар)

$$\varepsilon = 0.5(\varepsilon1 + \xi) \text{ (guess value)}$$

$$b = \text{root}(F(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, \text{cnst}_1(\xi, \varepsilon_l, \beta)) - 4co^2, \varepsilon)$$

$$\varepsilon = 0.5(\varepsilon2 + \xi) \text{ (guess value)}$$

$$a = \text{root}(F(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, \text{cnst}_1(\xi, \varepsilon_l, \beta)) - 4co^2, \varepsilon)$$

7. $(b, a]$ муж дээр (14) интеграл-томъёогоор $z - z(b)$ координат ε -диэлектрикийн функцийн утгаас хамаарах хамаарлыг бодож гаргана. Энэ хамаарлыг хөрвүүлэхэд $\varepsilon(z - z(b))$ хамаарал гарна. Хэрвээ $4co^2 = 0$ гэж авсан бол энэ нь босоо долгионд хамаарна. Хэрвээ $4co^2 \neq 0$ гэж авсан бол энэ нь Блох долгионд хамаарна. Энэ тохиолд бас (23) томъёогоор $\Phi_e - \Phi_e(b)$ фазын ε -диэлектрикийн функцийн утгаас хамаарах хамаарлыг бодож гаргана. Үүнийг $z - z(b)$ хамааралтай хавсаргаваас $\Phi_e - \Phi_e(b)$ фаз $z - z(b)$ координатаас хамаарах хамааралын параметр тэгшитгэл болчихно.

II. $\xi_0 < \xi < 2\beta^2$ байх тохиол. I.1- I.3 дурдсан тооцоог дэс дараалан гүйцэтгэнэ. Гагцхүү I. 4-д дурдсан Ah-мужийн хил тогтоох асуудалд өөрчлөлт гарна. Үүнд $\varepsilon1 = \chi, \varepsilon2 = r3$. $r3$ -нь (53) тэгшитгэлийн хамгийн их язгуур (буюу ганц бодитой язгуур). I.5- I.7 дурдсан тооцоог давтан үйлдэнэ.

III. $2\beta^2 < \xi$ байх тохиол. I.1- I.3 дурдсан тооцоог дэс дараалан гүйцэтгэнэ. Гагцхүү I. 4-д дурдсан Ah-мужийн хил тогтоох асуудалд өөрчлөлт гарна. Үүнд $\varepsilon1 = r3, \varepsilon2 = \chi$. $r3$ -бол (53) тэгшитгэлийн ганц бодитой язгуур. I.5- I.7-д дурдсан тооцоог давтан үйлдэнэ.

$$\beta^2 \leq \frac{1}{2} \varepsilon_l \text{ мужид}$$

1. $\varepsilon_l < \xi$ байх ξ утгад I.1- I.3- д дурдсан тооцоог дэс дараалан гүйцэтгэнэ. Ah-мужийн хил: $\varepsilon1 = r3, \varepsilon2 = \chi$. $r3$ -нь (53) тэгшитгэлийн ганц бодитой язгуур. I.5- I.7-д дурдсан тооцоог давтан үйлдэнэ.

$$\frac{1}{2}\varepsilon_l < \beta^2 \leq \varepsilon_l \text{ мужид}$$

1. $\varepsilon_l < \xi < 2\beta^2$ байх ξ утгад $\varepsilon_l < \beta^2$ мужийн II-д дурдсан тооцоог хэрэглэнэ.
2. $2\beta^2 < \xi$ байх ξ утгад $\varepsilon_l < \beta^2$ мужийн III-д үйлдэгдсэн тооцоог хэрэглэнэ.

V. Хавтгай долгио

Хавтгай долгио нэгдүгээр төрлийн максимумын $\varepsilon = \xi$ цэгт, $4co^2$ параметрийн дараахь утгад үүснэ.

$$4co^2 = F(\xi, \varepsilon_l, \beta, cnst(\xi, \varepsilon_l, \beta)) = (\xi - \beta^2)(\xi - \varepsilon_l)^2 \quad (54)$$

Ah-муж нь цорын ганц тусгаар цэг байх тул хавтгай долгио бол тогтвортой горим юм. Хавтгай долгионд оронгийн амплитудын квадратууд (46) томъёогоор илэрхийлэгдэнэ:

$$e^2 = \beta^2(\xi - \varepsilon_l) / \xi, \quad A^2 = (\xi - \varepsilon_l)(\xi - \beta^2) / \xi, \quad h^2 = \xi(\xi - \varepsilon_l)$$

Хавтгай долгионы диэлектрикийн функц $\varepsilon(= \xi)$ нь

$$\begin{aligned} \beta^2 \leq \varepsilon_l \text{ тохиолд } \varepsilon &> \varepsilon_l, \\ \varepsilon_l < \beta^2 \text{ тохиолд } \beta^2 &< \varepsilon \text{ утга авах боломжтой.} \end{aligned}$$

Хавтгай долгионд (4),(5) тэгшитгэл

$$\frac{d\Phi_e}{dz} = \frac{d\Phi_A}{dz} = \sqrt{\xi - \beta^2} \quad (55)$$

болж хувирна.Эндээс

$$\Phi_e(z) = \sqrt{\xi - \beta^2} z + \Phi_e(0), \quad \Phi_A(z) = \sqrt{\xi - \beta^2} z + \Phi_A(0), \quad (56)$$

Хавтгай долгионд $\Delta\Phi = -\frac{\pi}{2}$. Эндээс $\Phi_e(0) = \Phi_A(0) - \frac{\pi}{2}$

Хавтгай долгиог Блох долгионы хязгаарын тохиол юм. Учир нь

$$4co^2 \rightarrow (\xi - \beta^2)(\xi - \varepsilon_l)^2$$

хязгаарт Блох долгио хавтгай долгио болж хувирна

VI. Экспоненциаль асимптот бүхий босоо долгио

Энэ бол (14) интеграл авагддаг өвөрмөгц тохиолуудын нэг[3]. Ийм долгио $\varepsilon_l < \beta^2$ тохиолд

$\xi = \xi_0$ ($cnst = 0$), $4co^2 = 0$ утгад үүснэ. Энэ долгио $\varepsilon \rightarrow \varepsilon_l + 0$ хязгаартаа

$$\varepsilon - \varepsilon_l \sim (\varepsilon_a - \varepsilon_l) \exp\left(-\frac{z - z_a}{q}\right) \quad (57)$$

асимптоттой. Үүнд ε_a , z_a -анхны утгууд.

$$q = \frac{1}{2} \left[\frac{\varepsilon_l}{(\varepsilon_l - \theta_1)(\varepsilon_l - \theta_2)} \right]^{1/2}$$

Ганц interface тэй тохиолд бол энэ долгио нь шугаман бус суурь орны гүн тийш унтардаг горим буюу дотоод бүрэн ойлтод хамаарч болно.

Фаз. Асимптот босоо долгионд ε ийн хувирах муж $[b, a]$ нь $\varepsilon = 2\beta^2$ цэгээс зүүн тийш оршдог.

- Хэрвээ z тэнхлэг дагуу ε нь дан буурсаар байгаа бол, өөрөөр хэлбэл, ε нь ε_l гэсэн асимптот хязгаар тийшээ өөрчлөгдөж байгаа бол фазууд нь тогтмол:

$$\Phi_e(z) = \Phi_e(0), \quad \Phi_A(z) = \Phi_A(0)$$

бөгөөд зөрүү нь $\Phi_e(0) - \Phi_A(0) = -\pi$

- Хэрвээ z тэнхлэг дагуу ε нь эхлээд $\varepsilon = b$ гэсэн хамгийн их утга тийшээ өөрчлөгдөж байгаа бол фазууд нь ижил тогтмол утгатай байх бөгөөд харин ε нь $\varepsilon = b$ болмогц фазын зөрүү нь ойлт хийж $-\pi$ болно.

ДҮГНЭЛТ

Өөрөө цуглуулагч керр орчинд тарах гэрлийн стационар соронзон долгионы оронгийн диэлектрикийн функц, фазын дөрвөн сул параметраас хамаарсан өвч шинжилгээ үйлдэж нэг бүрчлэн тооцох аргачлал гаргав. Орчны гүн тийш тарах долгио нь Блох долгио байлаа. Түүний хязгаарын тохиол нь хавтгай долгио ажээ.

ВЫВОД

Проведен исчерпывающий анализ диэлектрической функции и фаз стационарных магнитных волн в самофокусирующей среде и даны методики детальных расчётов. Оказалось что волны распространяющиеся в глубь среды предоставляют собой Блоховские волны, которые в предельном случае превращаются в плоские волны.

ССЫЛКИ

- [1]. Г. Очирбат, О. Нямсүрэн Өөрөө цуглуулагч керр орчин дахь гэрлийн стационар тм долгионы оронд диэлектрикийн функц параметруудаас хамаарах нь МУИС эрдэм шинжилгээний бичиг.№ 282(14),2006, Улаанбаатар
- [2]. Г. Очирбат, О. Нямсүрэн Сөрөг керр орчинд тарах гэрлийн стационар тм долгионы оронд диэлектрикийн функц параметруудаас хамаарах нь. МУИС эрдэм шинжилгээний бичиг.№ 2004(11),2004, Улаанбаатар
- [3]. Г. Очирбат, О. Нямсүрэн Өөрөө цуглуулагч керр орчин дахь гэрлийн стационар тм асимптот босоо долгио, МУИС эрдэм шинжилгээний бичиг.№ 282(14),2006, Улаанбаатар
- [4]. К теорий рассеяния р-поляризованного света на нелинейной диэлектрической плёнке. “шугаман бус үе орчин дахь гэрлийн стационар долгионы онол” судалгааны түүвэрт,2006,Улаанбаатар, ISBN 99929-57-05-О

Хавсралт. Аh-муж

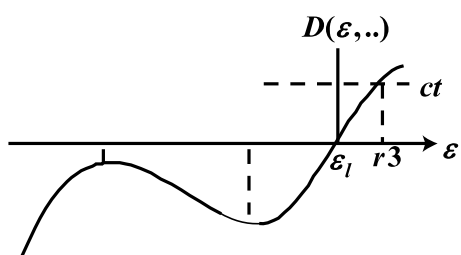
$\varepsilon > \varepsilon_l$, $e^2(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta) > 0$, $A^2(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst) > 0$ гурван нөхцлийг зэрэг хангах ε -ийн утгын мужийг Аh-муж гэж нэрлэж буй. Энэ муж $\varepsilon_l, \beta^2, cnst$ гурван параметрийн байршилтай нягт уялдаатай.

Дор $D(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta)$ функцийн бүдүүвч графикуудыг харуулав.

$$\text{Тэмдэглэл: } ct = \beta^2 cnst, \quad ce = D\left(\frac{2}{3}\varepsilon_l, \beta, \varepsilon_l\right), \quad cb = D(\beta^2, \beta, \varepsilon_l)$$

Дор $r3$ нь $R(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, ct) = ct - D(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta) = 0$ куб тэгшитгэлийн, өгөгдсөн ct -утгад харгалзах хамгийн их бодит язгуур(ганц бодит язгууртай тохиолд бол тэр ганц язгуур нь). Х1-Х4 графикд $\varepsilon_l < r3$. Х5 графикд $\beta^2 \leq r3$.

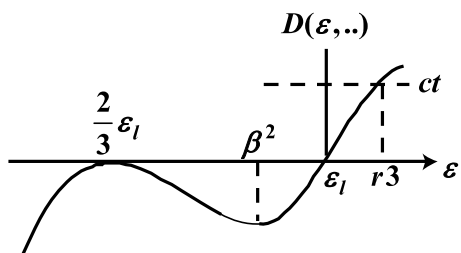
Дор χ бол (35) томъёогоор бодогдох хэмжигдүүн



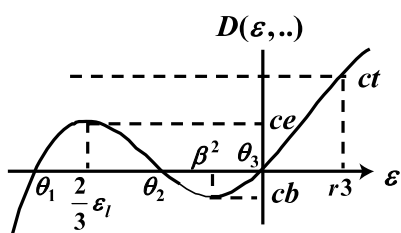
Х1 зураг. $\beta^2 \leq \frac{8}{9}\varepsilon_l$ байхад $D(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta)$ функцийн min, max утгууд сөрөг. $cnst$ -ийн сөрөг ба тэг утгад Аh-муж хоосон. Харин ct -ийн ($ct > 0$) өгөгдсөн утгад Аh-муж нь хэрвээ $\beta^2 \leq \frac{1}{2}\varepsilon_l$ байвал $[r3, \chi]$ -сегмент.

Хэрвээ $\frac{1}{2}\varepsilon_l < \beta^2 < \frac{8}{9}\varepsilon_l$ байвал $ct < c2m$ нөхцөлд

$[\chi, r3]$ сегмент, $c2m < ct$ нөхцөлд $[r3, \chi]$ сегмент болно.

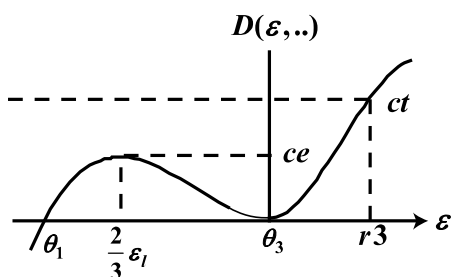


Х2 зураг. $\beta^2 = \frac{8}{9}\varepsilon_l$. Энд $ce = 0$, $cb < 0$. $cnst$ -ийн сөрөг ба тэг утгад Аh-муж хоосон. Харин ct -ийн ($ct > 0$) өгөгдсөн утгад Аh-муж нь $ct < c2m$ нөхцөлд $[\chi, r3]$ сегмент, $c2m < ct$ нөхцөлд $[r3, \chi]$ сегмент болно.

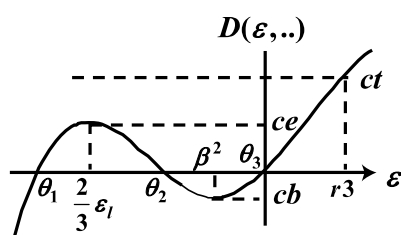


Х3 зураг. $\frac{8}{9}\varepsilon_l < \beta^2 < \varepsilon_l$. Энд $ce > 0$, $cb < 0$

$\theta_3 = \varepsilon_l$. $cnst$ -ийн сөрөг ба тэг утгад Аh-муж хоосон. Харин ct -ийн ($ct > 0$) өгөгдсөн утгад Аh-муж нь $ct < c2m$ нөхцөлд $[\chi, r3]$ сегмент, $c2m < ct$ нөхцөлд $[r3, \chi]$ сегмент болно



Х4 зураг $\beta^2 = \varepsilon_l$. Энд $ce > 0$, $cb = 0$. $\theta_3 = \beta^2 = \varepsilon_l$. $cnst$ -ийн сөрөг ба тэг утгад Аh-муж хоосон. Харин ct -ийн ($ct > 0$) өгөгдсөн утгад Аh-муж нь $ct < c2m$ нөхцөлд $[\chi, r3]$ сегмент, $c2m < ct$ нөхцөлд $[r3, \chi]$ сегмент болно.. $ct = 0$ -д харгалзах $\theta_3 = \beta^2 = \varepsilon_l$ гэсэн тусгаар ганц цэг дээр $A^2 = e^2 = h^2 = 0$ тул энэ цэг юуг ч дүрслэхгүй.



Х5 зураг. $\varepsilon_l < \beta^2$. Энд $ce > 0$, $cb < 0$ г. $\theta_2 = \varepsilon_l$. Энэ тохиол бусдаас ялгарах онцлогтой. $cnst$ -ийн сөрөг утгатай тодорхой мужид Аh-муж хоосон биш. Тухайлбал $cb \leq ct < 0$ нөхцөлд ct -ийн өгөгдсөн утгад Аh-муж нь $[r2, r3]$ -сегмент болно. Үүнд $r2, r3$ -нь $R(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, ct) = ct - D(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta) = 0$ куб тэгшитгэлийн дараалсан $r1, r2, r3$ -гурван бодит язгуурын хоёр

нь ($r1 < r2 \leq r3$). Харин ct -ийн $ct \geq 0$ утгуудын хувьд гэвэл дээрх тохиолуудад дурдсан журмыг дагана. Аh-муж нь $ct < c2m$ нөхцөлд $[\chi, r3]$ сегмент, $c2m < ct$ нөхцөлд $[r3, \chi]$ сегмент болно