МУИС, Эрдэм Шинжилгээний бичиг, Физик № 355(16), 2011, хууд. 133-138

ГЭРЛИЙН ДУРЫН ТУЙЛШРАЛТАЙ СТАЦИОНАР ДОЛГИОН ЭЕРЭГ КЕРР СУУРЬ ОРЧИНООС БҮРЭН ОЙХ БОДЛОГО

О Нямсүрэн Г Очирбат

Монгол Улсын Их Сургууль, Физик-Электроникийн Сургууль, Онол Туршлагын физикийн тэнхим

I. Оршил

Геометр сонгохдоо долгио x –тэнхлэгийн дагуу гүйхийн хамт z –тэнхлэгийн дагуу тарж байхаар бодолцож, долгионы оронг

$$E_x = iAe^{i\Phi_A}\varsigma,\ E_z = ee^{i\Phi_E}\varsigma,\ H_y = he^{i\Phi_E}\varsigma,\ A,\ e > 0,\ h < 0$$

$$E_y = e_y(z)\tau\exp(i\phi_e),\quad H_x = iH(z)\tau\exp(i\phi_H),\quad H_z = h_z(z)\tau\exp(i\phi_e),$$

гэж төсөөлөв. Үүнд $\Phi_A,\ \Phi_E$, $\phi_e,\ \phi_H$ -фазууд $\varsigma = \exp(-i\omega t + ik\beta)$, β -рефракцийн тогтмол, ω -дугуй давтамж.

Максвеллийн тэгшитгэлийн фаз агуулсан анхны интегралууд:

$$\frac{1}{2}Ah\sin(\Phi_E - \Phi_A) = co_1 \tag{1}$$

$$-\frac{1}{2}He\sin(\phi_e - \phi_H) = co_2 \tag{2}$$

Үүнд co_1, co_2 – интегралчлалын тогтмолууд нь энергийн z-дагуу урсгалуудын хэмжээг илэрхийлнэ.

Эерэг керр орчны диэлектрикийн функц ε нь

$$\varepsilon = \varepsilon_l + A^2 + e^2 + e_y^2 \tag{3}$$

Үүнд ε_l -диэлектрикийн тогтмол.

Максвеллийн систем тэгшитгэлийн өөр нэгэн анхны интеграл:

$$\left(\frac{\varepsilon - \beta^2}{\varepsilon}\right)^2 h^2 + H^2 = \beta^2(e^2 + e_y^2) - \frac{\varepsilon^2 - \varepsilon_l^2}{2} + cnst \tag{4}$$

Соронзон ба цахилгаан долгионд (3) ба (4) нь оронгийн амплитудуудыг диэлектрикийн функцээр илэрхийлэх боломж олгодог бөгөөд энэ нь улмаар хоёр орчны заагаас ойх бодлогыг бодоход хүрэлцэхүйц мэдээлэл болж өгдөг. Харин дурын туйлширалтай долгионы ерөнхий тохиолд бүх амплитудыг диэлектрикийн функцээр илэрхийлэх бодлого одоо хүртэл нээлттэй байсаар байна. Шугаман орчны хил дээрээс эллипс туйлширалтай долгио ойх бодлогын бодолтонд ямарч бэрхшээл байдаггүй бол шугаман бус орчинд диэлектрикийн функц цэгээс цэгт хувирдаг хувьсах хэмжигдүүн байдгаас шалтгаалж асуудал төвөгтэй болж ирнэ. Дурын туйлширалтай ерөнхий тохиолд Максвеллийн бүрэн хэмжээний шугаман бус вектор тэгшитгэлийг бодох оролдлого гарсан эсэхийг бид мэдэхгүй. Юу ч гэсэн энэ удаа ерөнхий тохиолд шилжих анхны гараа болгож дурын туйлширалтай долгио эерэг керр суурь орчноос бүрэн ойх бодлогыг авч үзлээ. Дотоод бүрэн ойлтод анхны интегралуудын альч тогтмол тэг утгатай байхаас гадна оронгий аль ч компонентийн фазыг z –координатаас хамаарахгүй гэж болно.

II. Зорилго

Оронгийн амплитудуудыг диэлектрикийн функцээр илэрхийлэх ө.х. $A(\varepsilon),\ e(\varepsilon),\ e_y(\varepsilon),\ H(\varepsilon)$ дөрвөн функцийн илэрхийлэлийг олох

III. Систем тэгшитгэл

Дурдсан дөрвөн функцийг агуулсан (3), (4)-төгслөг илэрхийлэл дөрвөн функцийг тодорхойлоход хүрэлцэхгүй нь мэдээж. Бид урьд максвеллийн тэгшитгэлүүдээс фаз зайлуулан

$$\frac{dA^2}{dz}=\frac{\beta^2-\varepsilon}{\varepsilon^2}\frac{dh^2}{dz} \tag{5}$$

$$\frac{dH^2}{dz}=(\beta^2-\varepsilon)\frac{de_y^2}{dz} \tag{6}$$

гэсэн хоёр тэгшитгэл үүсгэн нэг бус удаа хэрэглэсэн билээ[1]. Энд орж буй функцуудыг зөвхөн ε ээр дамжуулж координатаас хамаарна гэж үзэх юм бол эдгээр тэгшитгэлүүд нь

$$\frac{dA^2}{d\varepsilon}=\frac{\beta^2-\varepsilon}{\varepsilon^2}\frac{dh^2}{d\varepsilon} \tag{7}$$

$$\frac{dH^2}{d\varepsilon}=(\beta^2-\varepsilon)\frac{de_y^2}{d\varepsilon} \tag{8}$$

гэсэн тэгшитгүүд болж хувирна. Энэ хоёр дифференциаль тэгшитгэл (3), (4) ийн хамт дөрвөн тэгшитгэлийн систем бүрдүүлэх боловч дөрвөн функц тодорхойлоход хүрэлцэхүйц систем болж эс чадна. Үүнийг мэдэхийн тулд (3) (4)-г e_y^2 ба H^2-ийн хувьд бодож

$$e_y^2=\varepsilon-\varepsilon_l-A^2-\frac{\beta^2}{\varepsilon^2}h^2 \tag{9}$$

$$H^2=-\beta^2A^2-\frac{(\varepsilon-\beta^2)^2}{\varepsilon^2}h^2+\frac{\varepsilon_l^2-\varepsilon^2}{2}+\beta^2(\varepsilon-\varepsilon_l)+cnst \tag{10}$$

гэсэн хэлбэрт оруулъя. Илэрхийлэл тус бүрийг ε ээр дифференциальчилсны дараа A^2 ба h^2 ийн хоорондох (7)- дифференциаль холбоог ашиглахад (8) тэгшитгэл гарч ирнэ.
Ийнхүү дурдсан дөрөв үл хамаарах тэгшитгэлүүд хараахан биш болохлоор бас нэг тэгшитгэл нэмж авах хэрэгтэй болно. Энэ нэмэгдэл тэгшитгэлийг яаж гаргаж авсан бэ гэвэл.

Амплитуд ба фазыг холбосон дараах ерөнхий тэгшитгэлүүд бичье.

$$\frac{dA}{dz}=\frac{\varepsilon-\beta^2}{\varepsilon^2}h\cos\Delta\Phi_h \tag{11}$$

$$\frac{dH}{dz}=(\varepsilon-\beta^2)e_y\cos\Delta\Phi_e \tag{12}$$

Дотоод бүрэн ойлтын горимд энергийн урсгал байхгүй учир

$$\cos\Delta\Phi_h=\pm1=1_h$$
$$\cos\Delta\Phi_e=\pm1=1_e$$

Таамаглаж байгаагаар

$$\frac{dA}{dz}=\frac{dA}{d\varepsilon}\frac{d\varepsilon}{dz},\quad \frac{dH}{dz}=\frac{dH}{d\varepsilon}\frac{d\varepsilon}{dz},$$

(11) ба (12) тэгшитгэлээс

$$\varepsilon Dd\frac{dA^2}{d\varepsilon}=-\frac{dH^2}{d\varepsilon},\quad Dd=1_h1_e\frac{e_yH}{Ah} \tag{13}$$

Үүнд H^2 нь (10) ёсоор A^2, h^2 ба ε-ээр илэрхийлэгдэж байгаа

$$\frac{dH^2}{d\varepsilon}=\frac{\partial H^2}{\partial \varepsilon}+\frac{\partial H^2}{\partial A^2}\frac{dA^2}{d\varepsilon}+\frac{\partial H^2}{\partial e^2}\frac{de^2}{d\varepsilon}$$

(13) тэгшитгэл тэгэхлээр

$$\frac{dA^2}{d\varepsilon}=-\frac{1}{\varepsilon-2\beta^2+\varepsilon Dd}\frac{\partial H}{\partial \varepsilon} \qquad (14)$$

гэж бичигдэнэ. (7)- ийн улмаас

$$\frac{dh^2}{d\varepsilon}=-\frac{1}{\varepsilon-2\beta^2+\varepsilon Dd}\frac{\varepsilon^2}{\beta^2-\varepsilon}\frac{\partial H}{\partial \varepsilon} \qquad (15a)$$

(10) аас

$$\frac{\partial H^2}{\partial \varepsilon}=2(\beta^2-\varepsilon)\frac{\beta^2}{\varepsilon^3}h^2+\beta^2-\varepsilon \qquad (15b)$$

(15a) нь одоо

$$(\varepsilon-2\beta^2+\varepsilon Dd)\frac{dh^2}{d\varepsilon}=-(\varepsilon^2+\frac{2\beta^2}{\varepsilon}h^2) \qquad (16)$$

гэж бичигдэнэ. Үүнийг, жишээ нь, дөрөв дэх тэгшитгэлээр сонгон авч болно. Энд

$$Dd=1_h 1_e\frac{e_y H}{Ah}=-\sqrt{\frac{e_y^2 H^2}{A^2 h^2}} \qquad (17)$$

Хязгаарын тохиолд шилжихэд $1_h 1_e=1$ гэж авах нь зүйтэй гэдэг нь мэдэгдэнэ, ингэхлээр хасах тэмдэг нь $h<0$ тай холбоотой. Дөрвөн амплитудын квадратыг агуулсан Dd хэмжигдүүний улмаас (16) тэгшитгэл хялбар тэгшитгэл биш ажээ.

Систем тэгшитгэлээр жишээлбэл (3) (4) (5) (16)-г сонгон авч болно. Энэ системийн яг оносон аналитик шийд бий эсэхийг бид мэдэхгүй.

Харин ямар анхны нөхцөл байж болох вэ?

Дотоод бүрэн ойлтонд оронгийн аль ч компонентийн амплитуд орчны гүн тийш буурсаар эцэст тэг болно, иймд

$\varepsilon=\varepsilon_l$ байхад $A^2=0,\ h^2=0,\ e_y^2=0,\ H^2=0$

гэсэн анхны нөхцөл авах нь хамгийн боломжтой бөгөөд оновчтой мэт санагдана. Гагцхүү (17) –д тодорхойгүй байдал үүсэх болович түүнийг амархан шийдэж болно .

Бид $\varepsilon=\varepsilon_l$ цэг дээр оронгийн компонент бүрийн квадратыг цуваанд задалъя. Үүнд

$\varepsilon=\varepsilon_l+x,\ x>0$

$$A^2=xAa0+x^2Aa1+x^3Aa2+x^4Aa3+... \qquad (18a)$$

$$h^2=xh0+x^2h1+x^3h2+x^4h3+... \qquad (18b)$$

$$e_y^2=xe0+x^2e1+x^3e2+x^4e3+... \qquad (18c)$$

$$H^2=xHh0+x^2Hh1+x^3Hh2+x^4Hh3+... \qquad (18d)$$

0-нарийвчлал. Тодорхой бус байдлаас гэлтрэх нь

Энэ нарийвчлалд (7) тэгшитгэлээс

$$Aa0=\frac{\beta^2-\varepsilon_l}{\varepsilon_l^2}h0. \qquad (19)$$

Хангалттай бага орчинд тэмдэг хадгалагдах тул $\boldsymbol{Aa0>0}$, $\boldsymbol{h0}>\mathbf{0}$. Эндээс

$$\beta^2 > \varepsilon_l \tag{20}$$

Бүрэн ойлт байх нэг нөхцөл нь рефракцийн тогтмолын квадрат нь диэлектрикийн тогтмооос их байх явдал аж. Шугаман тохиолд ийм л байдаг л даа. Бүрэн ойлтод эрчим маш бага болоод шугаман биш нь шугаман тохиолоос ялгарахгүй болох тийм үе ирэх тул ийм нөхцөл байх нь ойлгомжтой юм.
(8) тэгшитгэлээс

$$\boldsymbol{e0} = \mathbf{1} - \boldsymbol{Aa0} - \frac{\beta^2}{\varepsilon_l^2}\boldsymbol{h0} \tag{21}$$

энэ тэгшитгэлд өмнөхөөс нь орлуулга хийвэл

$$\boldsymbol{e0} = \mathbf{1} + \frac{\varepsilon_l - 2\beta^2}{\varepsilon_l^2}\boldsymbol{h0} \tag{22}$$

Энэ бол чухал үр дүн. Утга нь түүнийг

$$\boldsymbol{e0} + \frac{\varepsilon_l - 2\beta^2}{\varepsilon_l^2}\boldsymbol{h0} = \mathbf{1} \tag{23}$$

хэлбэртэй бичихэд тодорхой харагдана.Үүнийг $\varepsilon \to \varepsilon_l$ хязгаар хавьд дурын туйлширал дотор ТЕ ба ТМ хэсэг ямар харьцаатай байж болохыг харуулсан нэг ёсны нормчилолын дүрэм гэж ойлгож болохоор байна. $\boldsymbol{e0}$ нь дурын утга авч чадахгүй, харин тэгээс эхлэн 1 хүртэл утга авч болох бол $\boldsymbol{h0}$ нь тэгээс эхлэн $\dfrac{\varepsilon_l^2}{\varepsilon_l - 2\beta^2}$-хүртэл утга авч болох юм. $\boldsymbol{e0}=\mathbf{1}$ буюу $\boldsymbol{h0}=\mathbf{0}$ - утга цэвэр ТЕ туйлширалд $\boldsymbol{e0}=\mathbf{0}$ буюу $\boldsymbol{h0} = \dfrac{\varepsilon_l^2}{\varepsilon_l - 2\beta^2}$ -утга цэвэр ТМ туйлширалд тус тус харгалзана.

(12) тэгшитгэлээс

$$\boldsymbol{Hh0} = (\beta^2 - \varepsilon_l)\boldsymbol{e0}. \tag{24}$$

(18a) -(18d) ийн улмаас $\boldsymbol{Dd}$ нь

$$\boldsymbol{Dd} = \boldsymbol{Dd0} + \boldsymbol{xDd1} + \boldsymbol{x^2Dd2} + \boldsymbol{x^3Dd3} + \ldots \tag{25}$$

Гэж задарна. (19) (24) илэрхийллүүдийг ашиглахад тэг нарийвчлалд

$$\boldsymbol{Dd0} = -\varepsilon_l\frac{\boldsymbol{e0}}{\boldsymbol{h0}} \tag{26}$$

гэж бичигдэнэ.
Одоо (16) тэгшитгэлийг тэг нарийвчлалд бичье.

$$(\varepsilon_l - 2\beta^2 + \varepsilon_l\boldsymbol{Dd0})\boldsymbol{h0} = -\varepsilon_l^2 \tag{27}$$

Энд $\boldsymbol{Dd0}$-ийн (26) илэрхийллийг орлуулан тавихад адилтгал болж хувирна. Ингэхлээр эндээс $\boldsymbol{h0}$ тодорхойлогдохгүй, $\boldsymbol{h0}$- ын утга тодорхой биш үлдэнэ. Энэ нь ерөнхий тохиолд дотоод бүрэн ойлтын бодлого нэг сул параметртай гэсэн үг. Ийм байх нь ч аргагүй. $\boldsymbol{h0}$-г сул параметраар сонгон авбал түүний өгөдсөн утга бүр ерөнхий туйлширал дотор ТМ ба ТЕ хэсэг ямар харьцаатай байхыг харуулах болно((23)-нормчилолын дүрэмээр).

Дараагийн нарвийчлалууд

Бид

1-рт (7) тэгшитгэлээс $Aa0, Aa1, Aa2, Aa3, ...$-г $h0, h1, h2, h3, ...$ ээр илэрхийлээд

2-рт (3) тэгшитгэлээс $e0, e1, e2, e3, ...$ -г мөн $h0, h1, h2, h3, ...$-ээр илэрхийлээд

3-рт (8)тэгшитгэлээс $Hh0, Hh1, Hh2, Hh3, ...$-г $e0, e1, e2, e3, ...$ ээр илэрхийлээд

эцэст нь (16) тэгшитгэлийг бодож $h0, h1, h2, h3, ...$ -ыг дэс дараалан олох зорилго тавьсан. Гол нь тухайн j-р нарийвчлалд Ddj ийн бүтцийг шинжилж тэндээс үл мэдэгдэх- hj - г агуулсан ба агуулаагүй хэсгийг ялгах , бас сингуляр гишүүнийг ялгаж тусад нь тооцохтой холбогдсон мэр сэр ажил гарна. Өндөр нарийвчлалыг РЭС гүйгээр бодох боломж бараг үгүй. Mathematic 6 ийн symbolic үйлдлийн зарим command ашигласанаар шийдийг өндөр нарийвчлалд хүргэх боломж бидэнд олдсон юм. Тооцоог нэг бүрчлэн яаж хийснээ 2 хавсралтанд 3-р нарийвчлалаар жишээлэн харууллаа. Энд $h3, Dd3$ шийдийг олсон процедурыг нягтлан шалгаж манай тооцооны гүнд нэвтрэх бүрэн боломж байгаа. Бид $h1, h2, h3, h4, h5$ төдийгүй $Dd0, Dd1, Dd2, Dd3, Dd4, Dd5$-г олсон бөгөөд олсон томъёонуудаа 1 хавсралтанд жагсаав. Сүүлчийн илэрхийлэлүүд манай бодлогод чухал үүрэг гүйцэтгэдэг. Аль нэг нарийвчлалыг бодъё гэвэл заавал өмнөх нарийвчлалын Ddj илэрхийллүүдийг олсон байх шаардлагатай бөгөөд Ddj илэрхийллүүд бас шийдийн зөв бурууг шалгах индикатор болж өгдөг. Тухайлбал $h0$-ийн

$$h0 = \frac{\varepsilon_l^2}{2\beta^2 - \varepsilon_l}$$

гэсэн тодорхой утгад бүх Ddj тэг болж хувирах ёстой юм.

Хавсралтууд Wolfram notebook формтой байгаа, тэнд

$$\beta^2 = b0, \quad \varepsilon_l = ep, \quad \beta^2 - \varepsilon_l = b1$$

-гэсэн тэмдэглэл хэрэглэсэн байгааг анхаарна уу.

0 хавсралтад амплитуд бүрийн квадратыг $h0, h1, h2, h3, h4, h5$ ээр илэрхийлсэн томъёонууд бичигдсэн байгаа. Энд бичигдсэн өгөгдүүнүүд амплитуд бүрийн квадратыг $(\varepsilon - \varepsilon_l)$ ийн зургаан зэргийн олон гишүүнт хэлбэртэй тодорхойлж байгаа хэрэг.

Ийм өндөр зэргийн олон гишүүнт нь тухайн бодлогын хувьд бол яг оносон шийдээс төдий л их дутахааргүй өндөр нарийвчлалтай шийдийг илэрхийлнэ.

Бид энэ ажлаа Биндэр хайрхан уулаа бараадан хэдэн мал маллахын хажуугаар гэрийн хана унь араг шээзгийхэн хийж амь зууж явсаар цагаа элээсэн эгэл жирийн сайхан ээж, хүү хоёр - Балжинхүү (1866-1954), Гүсээлээ(1902-1969) нарын дурсгалд зориулав. Сайн үйлс дэлгэрэх болтугай.

IV. Дүгнэлт

Ерөнхий туйлширалтай долгио өөрөө цуглуулагч керр суурь орчйноос бүрэн ойх бодлогонд долгионы оронгийн компонент бүрийн амплитудыг диэлектрикийн функцээр илэрхийлэн тодорхойлоход бидний өмнө хэрэглэсээр ирсэн тэгшитгэлүүд хүрэлцэхгүй байв. Энэ удаа шугаман биш орчин дахь ерөнхий туйлширалтай долгион дахь цахилгаан ба соронзон компонентийн харилцан уялдааг илэрхийлсэн нэг тэгшитгэл нэмж оруулснаар гүйцэд систем тэгшитгэлтэй болов. Уг систем тэгшитгэлд оносон анхны нөхцөлийг томъолов. Уг анхны нөхцөлд тохирох ойролцоо шийдийг цувааны аргаар олох процедур хэрэгжүүлэв. Уг процедураар долгионы оронгийн амплитуд бүрийн квадратыг 6 зэргийн олон гишүүнт хэлбэртэй олов. Энэ шийд тухайн бодлогын хувьд яг оносон шийдээс төдийл үл ялгарах өндөр нарийвчлалтай болсон дог оо.

Резюме

В задачах выражения амплитуды каждого компонента волнового поля через локальную диэлектрическую функцию число уравнений, которые пользовались нами ранше, оказалось недостаточным в случае полного отражения волн общей поляризации от подложки с нелинейностью самофокусирующего керр типа. На этот раз получилась полная система уравнений в результате введения нами еще одного уравнения выражающего связь между электического и магнитного компонентов волн общей поляризации. Для этой системы уравнений сформурлированы адекватные начальные условия . Введен процедур нахождения решений, удовлетворяющх этим начальным условиям, в виде степенного ряда. Найден квадрат амплитуды каждого компонента волнового поля в виде многочлена шестой степени. Для данной задачи это решение может быть высоким приближением мало уступающим точному решению.

Ишлэл

1 . Г. Очирбат, Шугаман бус үе орчин дахь гэрлийн стационар долгионы онол, МУИС, ФЭС, 2006, Улаанбаатар.