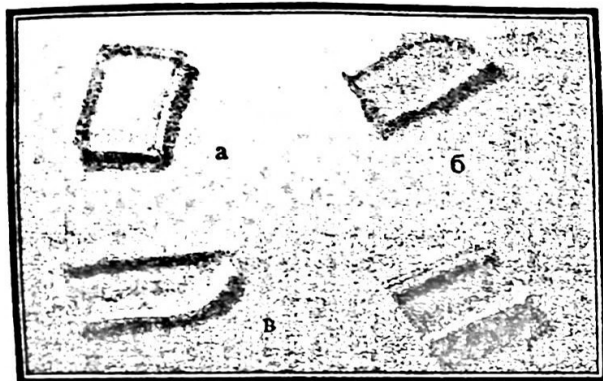




1-р зураг. а. Горхийн пегматитын болор ашиглан хайлуулсан шил, б. Борнуруу, в. Буйр нуур, г. Алтанголын элсээр хайлуулсан шил

Горхийн пегматит болор ашиглаж хайлуулсан шил маш тунгалаг, харин Буйр нуурын элсээр хайлуулсан шил бараг тунгалаг цайвар цэнхэр, Борнуруу, Алтан голын элсээр хайлуулсан шил цайвар ногоон өнгөтэй, дотроо хийн бөмбөлөггүй, нэгэн төрөл, цэвэр жин 71.69 ± 83.5 г байсан 1-р зураг. Харин Зуунмодны бор хүрэн элсээр шил хайлуулах туршилт үр дүнд хүрээгүй болно. Энэ нь элсний найрлагын өвөрмөц шинж чанараас шалтгаалсан байж болох талтай.

СТАА QMH-V45-PV05 жин дээр түрж гаргасан шингэний жингийн аргаар тодорхойлсон BOR 001 шилний нягт $\delta = 2.5938 - 0.0004$ г/см³, BUJ 001 шилнийх $2.4824 + 0.060018$ г/см³, пегматит болроор хайлуулсан шилнийх 2.4856 ± 0.0015 г/см³ байв.

ЭЛСНИЙ ИСЛИЙН НАЙРЛАГА

Буйр нуур, Борнуруу, Алтанголын элсний ислийн найрлагыг химийн аргаар Геологийн Төв Лабораторид тодорхойлуулсан дүнг 1-р хүснэгтэд үзүүлээ.

1-р хүснэгт

Буйр нуурын элс

Абсолют	Энгийн үз	SiO ₂	TiO ₂	Al ₂ O ₃	Fe ₂ O ₃	CaO	MgO	Na ₂ O	K ₂ O	P ₂ O ₅	nnn	H ₂ O	Zr
94.80		0.06	1.94	0.32	<0.3	<0.3	0.40	0.97	<0.05	0.31	0.11	0.004	

Алтанголын элс

Ислийн нэр	SiO ₂	TiO ₂	Al ₂ O ₃	Fe ₂ O ₃	CaO	MgO	Na ₂ O	K ₂ O	P ₂ O ₅	nnn	H ₂ O	Zr
агууламж	84.12	0.39	8.00	0.58	<0.3	<0.3	1.84	3.30	<0.05	0.46	0.13	0.038

Борнуруугийн элс

Ислийн нэр	SiO ₂	TiO ₂	Al ₂ O ₃	Fe ₂ O ₃	CaO	MgO	Na ₂ O	K ₂ O	P ₂ O ₅	nnn	H ₂ O	Zr
агууламж	86.75	0.14	6.50	0.58	<0.3	<0.3	1.56	2.80	<0.05	0.65	0.13	0.004

Хэмжилтийн дүнгээс шилний түүхий эдэд тавигдах стандарт шаардлага, хэмжээнээс дээрх ордуудын элсэнд агуулагдах цахиурын давхар исэл бага, хөнгөн цагааны болон төмрийн исэл (Al₂O₃, Fe₂O₃)-ийн хэмжээ нилээд их байгаа нь харагдаж байна.

ЭЛСНИЙ ЭРДСИЙН НАЙРЛАГА

Шил хайлуулах туршилтанд ашигласан элснүүдийн эрдсийн найрлагыг МУИС-ийн Бодисын бүтцийн лабораторийн SIEMENS D500 дифрактометр дээр хэмжин тодорхойлсон хэмжилтийн дүнг хураангуйлан 2-р хүснэгтэд үзүүлэв.

2-р хүснэгт

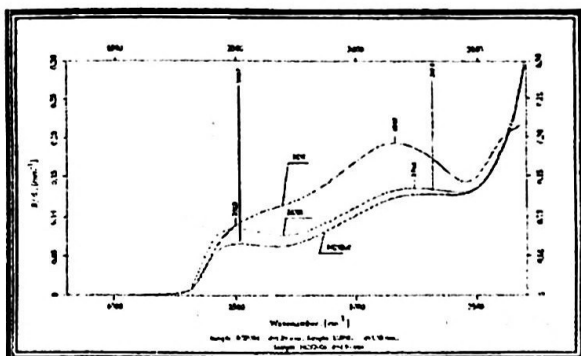
№	Дээж	Дээжүүдэд агуулагдах фазаудын бүтцийн томьёо	Дээжүүдэд агуулагдах фазаудын тоо хэмжээ, %
1	Алтангол ын элс	Кварц α -SiO ₂ Альбит NaAlSi ₃ O ₈ Анортит CaAl ₂ Si ₂ O ₈	63.40 29.77 6.83
2	Борнуруу ын элс	Кварц α -SiO ₂ Альбит NaAlSi ₃ O ₈ Анортит CaAl ₂ Si ₂ O ₈	78.06 15.93 6.01
3	Буйр нуурын элс	Кварц α -SiO ₂ Альбит NaAlSi ₃ O ₈ Анортит CaAl ₂ Si ₂ O ₈	88.84 7.24 3.92

Ритвельдийн аргаар боловсруулан гаргаж авсан хэмжилтийн дүнгээс дээж тус бүр нь

гексагональ тэгш хэмтэй P3221 огторгуйн групп бүхий кварц ($\alpha\text{-SiO}_2$), моноклин тэгш хэмтэй C-1 огторгуйн групп бүхий альбит ($\text{NaAlSi}_3\text{O}_8$), моноклин тэгш хэмтэй P-2 огторгуйн групп бүхий анортит ($\text{CaAl}_2\text{Si}_2\text{O}_8$) гэсэн гурван фазаас тогтож буй нь харагдаж байна.

НИЛ УЛААН ЦАЦРАГИЙН СПЕКТРИЙН СУДАЛГАА

Буйр нуур, Борнуруугийн элсний шингээлтийн спектрийг 1 мм зузаанаар нормчилж, NCS-200 шилний, спектртэй харьцуулсан дүнг 2-р зурагт, шингээлтийн спектрээс тодорхойлсон, шилний зарим параметруудийн утгыг 3-р хүснэгтэд харууллаа.



Зураг 1. Стандарт NC 200 шил ба Борнуруу, Буйрнуурын элсээр хайлуулсан шилний шингээлтийн спектр

3-р хүснэгт.

Шилний зарим параметруудийг нил улаан цацрагийн спектрээс тодорхойлсон нь

IR№	Дээжийн нэр	Суурийн зузаан mm	3350 cm^{-1}		2800 cm^{-1}		С, ус [мол/л]
			ν, cm^{-1}	$a, [\text{mm}^{-1}]$	ν, cm^{-1}	$A, [\text{mm}^{-1}]$	
13501	BOR001	1.89	3502	0.08550	2843	0.19123	0.026
13601	BUJ001	1.98	3502	0.08354	2762	0.13403	0.021

Долгионы уртын 4000 cm^{-1} - 2500 cm^{-1} завсар дахь нил улаан цацрагийн спектроскопийн судалгааны үр дүнгээс харахад BUJ 001 шилний шингээлтийн спектр NCS-200 шилнийхтэй сайн тохирч

харин BOR 001 шилний шингээлтийн спектр нь дээрх 2 шилнийхээс нилээн ялгаатай болох нь харагдаж байна. Спектрийн 2843 cm^{-1} орчимд BOR 001 шилний шингээлтийн илэрхий өсөлт, 3502 cm^{-1} дээр бага зэргийн өсөлт байгаа нь харагдаж байна. Эдгээр ялгаа нь шил ба түүхий эдийн найрлагаас тухайлбал, төмөр, хөнгөн цагаан болон титаны агууламжаас хамаарч байж болох талтай.

Усны агууламжийн хэмжээг Борнуруу шилний хувьд 0.026 моль/л , Буйр нуур шилний хувьд 0.021 моль/л болохыг уг спектрээс тодорхойлсон бөгөөд энэ утга борат фосфат г.м компонентуудыг агуулж буй шилний хувьд тохирохгүй.

Дээр дурдсан болор болон элсний дээжүүд түүгээр хайлуулсан шилнээс ус хий ялгарах үзэгдэл ЭПР судалгаа, дилатометрийн хэмжилтийг өндөр мэдрэх чадвар бүхий багаж төхөөрөмжүүд дээр сайтар боловсруулсан аргаар Германы судлаачидтай хамтран явуулсан юм. Эцэст нь дүгнэн хэлэхэд Зуунмодны бор хүрэн элснээс бусад Буйр нуур, Алтан гол, Борнуруугийн элс, горхийн пегматит болроор шил хайлуулах бүрэн боломжтой.

НОМЗҮЙ:

- [1] Ш. Чадраабал, Ш. Мюллер, М. Нофи, М. Габер, Г. Батдэмбэрэл, Ж. Даваа-самбуу, Д. Сангаа, Л. Оюунбилэг, П. Алтанцог. Зуунмодны бор хүрэн элсээр шил хайлуулж туршсан ба уг эрдсийн найрлагыг тодорхойлсон дүн. ФТХ-ийн бүтээл. 2001-02.
- [2] П. Алтанцог, Оюунбилэг, Б. Палам, М. Цэрэнчимэд, Ш. Чадраабал, П. Мюллер, М. Нофи, М. Габер. Буйр нуурын элсээр шил хайлуулж туршсан дүн. То вангийн нийгэмлэгийн □То ван судлал□ цуврал №17, х. 107-115, 2002, Улаанбаатар
- [3] П. Алтанцог, Л. Оюунбилэг, М. Цэрэнчимэд, Ш. Чадраабал, П. Мюллер, М. Нофи, М. Габер, Г. Батдэмбэрэл, Д. Сангаа. Буйр нуурын элсээр шил хайлуулсан шилний зарим шинж чанар. БАК, Эрдэм шинжилгээний бичиг, 2002/1, 103-118, Улаанбаатар, 2002.
- [4] Larson A.C., Von Dreele R.B. Generalised Crystal Structure Analyses System (GSAS) LAUR 86-748. Los Alamos, 1988. 150p.
- [5] <http://www.geo.arizona.edu/xtal/cgi/mgate:Hughes/database>
- [6] Г. Батдэмбэрэл, Д. Сангаа, Ш. Чадраабал, П. Алтанцог, М. Цэрэнчимэд, Л. Оюунбилэг. Монголын зарим ордын элсний кристалл бүтцийн харьцуулсан судалгаа.
- [7] ФТХ-ийн бүтээл, №31, 2004.

СӨРӨГ КЕРР ОРЧИНД ТАРАХ ГЭРЛИЙН СТАЦИОНАР ТЕ ДОЛГИОНЫ ФАЗУУД ПАРАМЕТРУУДААС ХАМААРАХ НЬ

О. Нямсүрэн, Г. Очирбат

МУИС, ФЭС, ОТФТэнхим

ОХ-тэнхлэгийн дагуу гүйхийн хамт ОZ тэнхлэг дагуу тарах гэрлийн стационар цахилгаан сорсзон долгионы орон :

$$\begin{aligned} E_y &= e(z)\tau \exp(i\phi_e), \quad H_x = iH(z)\tau \exp(i\phi_H), \\ H_z &= h(z)\tau \exp(i\phi_e), \quad \text{with } \tau = \exp(i(\beta kx - \omega t)) \end{aligned} \quad (1)$$

үүнд $e(z), H(z), h(z)$ - амплитудууд, β - рефракцийн тогтмол, k - вакуум дахь долгионы векторын модуль, ϕ_e, ϕ_H - фазууд,

Максвеллийн тэгшитгэлүүдэд

$$\mu_0 c \vec{H} \rightarrow \vec{H}, \quad |\alpha| \vec{E} \rightarrow \vec{E}, \quad kz \rightarrow z$$

гэж тавья. α - керрийн тогтмол.

Сөрөг керр орчины диэлектрикийн функц

$$\epsilon = \epsilon_l - e^2 - A^2 \quad (2)$$

ϵ_l - диэлектрикийн тогтмол. Эндээс

$$e^2 = \epsilon_l - \epsilon, \quad \epsilon \leq \epsilon_l \quad (3)$$

Максвеллийн тэгшитгэлүүдээс

$$\frac{d}{dz} H^2 = 2(\beta^2 - \epsilon)eH \cos \Delta\phi, \quad \Delta\phi = \phi_e - \phi_H \quad (4.1)$$

$$\frac{d}{dz} e^2 = 2eH \cos \Delta\phi \quad (4.2)$$

$$\frac{d}{dz} \phi_H = \frac{(\beta^2 - \epsilon)e}{H} \sin \Delta\phi = -\frac{2(\beta^2 - \epsilon)e}{H^2} co \quad (4.3)$$

$$\frac{d}{dz} \phi_e = -\frac{H}{e} \sin \Delta\phi = \frac{2}{e^2} co \quad (4.4)$$

Максвеллийн тэгшитгэлүүдийн анхны интеграл [1] ашиглан H^2 -хэмжигдүүнийг диэлектрикийн функцийг утгаар илэрхийлбээс

$$H^2 = (\epsilon_l - \epsilon)(\beta^2 - \frac{\epsilon_l + \epsilon}{2}) + cnst \quad (5)$$

$cnst$ -анхны интегралын тогтмол.

ОZ тэнхлэг дагуу урсгал:

$$-\frac{1}{2} H e \sin \Delta\phi = co, \quad \Delta\phi = \phi_e - \phi_H \quad (6)$$

үүнд co - интегралчлалын тогтмол

Диэлектрикийн функц ϵ -ийн z-координатаас хамаарах хамаарлыг дараахь интеграл ашиглан олно.

$$z = z_0 - \int_{\epsilon_0}^{\epsilon} \frac{1}{2\sqrt{H^2(\epsilon, \epsilon_l, \beta, cnst)e^2(\epsilon, \epsilon_l) - 4co^2}} d\epsilon, \quad (7)$$

H^2 -амплитудын квадрат ϵ -ээр дамжуулж z-ээс хамаарна. ϕ_e, ϕ_H -фазууд ч дэлгээгүй, ϵ -ээр дамжуулж z-ээс хамаарна.

$$\phi_e = - \int \frac{co}{e^2} \frac{1}{\sqrt{H^2 e^2 - 4co^2}} d\epsilon + c_e, \quad c_e \text{-тогтмол} \quad (8)$$

$$\phi_H = - \int \frac{co}{H^2} \frac{\beta^2 - \epsilon}{\sqrt{H^2 e^2 - 4co^2}} d\epsilon + c_H, \quad c_H \text{-тогтмол} \quad (9)$$

Бид сөрөг керр орчинд тарах гэрлийн стационар ТЕ долгионы оронд диэлектрикийн функц 4 сул параметраас хамаарах хамаарлын шинжилгээ хийсэн[1]. Энэ удаа долгионы фаз 4 сул параметраас хамаарах хамаарлын шинжилгээ үйлдэж асуудлыг бүрэн гүйцэд болгох зорилт тавив. Шинжилгээг өөрсдийн боловсруулсан аргаар үйлдсэн болно..

Бид энэ өгүүлээрийг (8),(9) интегралаар илэрхийлэгдэх, $\epsilon, \beta, cnst, 4co^2$ -дөрвөн сул параметраас хамаарсан фазын бүрэн шинжилгээ толилуулж байгаа юм.

$H^2(\epsilon, \epsilon_1, \beta, cnst)$ функц

H^2 -ийг ϵ -ээс хамаарсан $\epsilon_1, \beta, cnst$ - гурван параметртай функц гэж үзэн (5)-г дараахь хэлбэртэй бичье

$$H^2 = \frac{1}{2}(\epsilon - \beta^2)^2 - \frac{1}{2}(\epsilon_1 - \beta^2)^2 + cnst \quad (10)$$

$$H^2(\epsilon, \epsilon_1, \beta, cnst) \geq 0 \quad (11)$$

байх ϵ -ийн утгын мужийг тодорхойлох нь төвөггүй.

Тэмдэглэл:

$$c^2 = (\epsilon_1 - \beta^2)^2, \quad \xi_d = \frac{2\beta^2 + \epsilon_1}{3}, \quad \xi_s = 2\xi_d - \beta^2$$

$$\xi_0 = 2\xi_d - \epsilon_1 = \frac{4\beta^2 - \epsilon_1}{3} \quad (12)$$

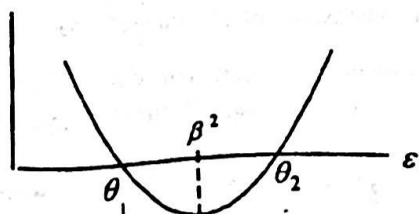
Хэрвээ $cnst > \frac{1}{2}c^2$ байвал ϵ -ийн бүх утгад, хэрвээ $cnst \leq \frac{1}{2}c^2$ байвал ϵ -ийн $(-\infty, \theta_1]$, $[\theta_2, \infty)$ мужуудад (11) нөхцөл биелнэ. Үүнд

$$\theta_1 = \beta^2 - \sqrt{c^2 - 2cnst} \quad (13)$$

$$\theta_2 = \beta^2 + \sqrt{c^2 - 2cnst} \quad (14)$$

Хэрвээ $cnst = \frac{1}{2}c^2$ бол $\theta_1 = \theta_2 = \beta^2$

$H^2(\epsilon, \epsilon_1, \beta, cnst)$



1- зураг. $H^2(\epsilon, \epsilon_1, \beta, cnst)$ функцийг $cnst < \frac{1}{2}c^2$, $c^2 = (\epsilon_1 - \beta^2)^2$ байх үеийн бүдүүвч график. θ_1, θ_2 - (13), (14)- томъёогоор бодогдоно. Хэрвээ $cnst > \frac{1}{2}c^2$

байвал парабол муруй абсцисс тэнхлэгийг огтлохгүй. Хэрвээ $cnst = \frac{1}{2}c^2$ байвал парабол ёроолоороо абсцисс тэнхлэг дээр сууна. Тэхэд $\theta_1 = \theta_2 = \beta^2$

$$\text{Тодорхойлолт: } F(\varepsilon, \varepsilon_1, \beta, cnst) = H^2(\varepsilon, \varepsilon_1, \beta, cnst) (\varepsilon_1 - \varepsilon) \quad (15)$$

$F(\varepsilon, \varepsilon_1, \beta, cnst)$ функц

$F(\varepsilon, \varepsilon_1, \beta, cnst)$ -ийг $\varepsilon_1, \beta^2, cnst$ гэсэн гурван параметртай, ε -ээс хамаарсан функц гэж үзье. Тодорхойлогдох муж нь $H^2 \geq 0$ байх мужийн $\varepsilon \leq \varepsilon_1$ нөхцлийг хангах хэсэг болно. (15) бол ε -ийн хувьд куб илэрхийлэл. Түүнийг манай методикоор шинжлэхэд төвөггүй. Куб муруйн дүрс нь $cnst$ -ын утгаас нягт хамаарна(хавсралт I-II).

$F(\varepsilon, \varepsilon_1, \beta, cnst)$ функц нь

а) $cnst > \frac{2}{3}c^2$, $c^2 = (\varepsilon_1 - \beta^2)^2$ байхад монотонно буурах функц(хавсралт I.1, хавсралт II.1).

б) $cnst = \frac{2}{3}c^2$ байхад $\varepsilon = \xi_d = \frac{2\beta^2 + \varepsilon_1}{3}$ гэсэн тахийлтын цэгтэй (хавсралт I.2, хавсралт II.2).

с) $cnst < \frac{1}{2}c^2$ байхад (2 удаа нугарсан) 3 нугалаа бүхий куб муруйгаар дүрслэгдэнэ (хавсралт I.3-I.7, хавсралт II.3-II.7).

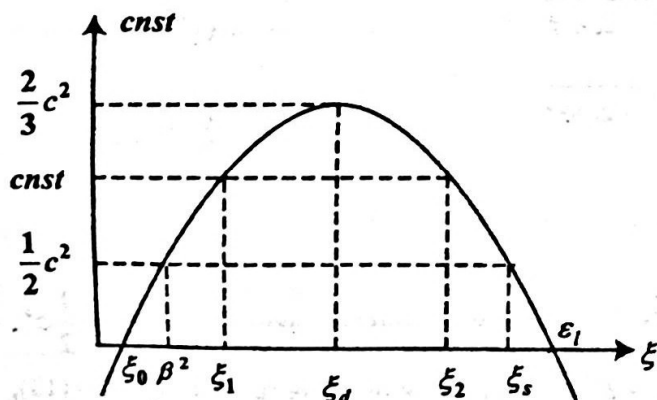
$F(\varepsilon, \varepsilon_1, \beta, cnst)$ функц стационар цэгтэй байх б), с) тохиолд $cnst$ -ын утгыг уг функцийн стационар цэгээр илэрхийлж шинжилгээнд хэрэглэх нь тохиромжтой.

б), с) тохиолд $F(\varepsilon, \dots)$ функцийн стационар цэгийг ξ гээ. Стационар цэг нь $cnst$ -ын утгаар илэрхийлэгдэх ёстой. Тэгэхлээр, урвуугаар, $cnst$ нь стационар цэгээрээ илэрхийлэгдэж болно. $cnst$ -ыг стационар цэг ξ ээр илэрхийлбэл

$$\begin{aligned} cnst &= cnst(\xi, \varepsilon_1, \beta) = (\varepsilon_1 - \xi)(-2\beta^2 + \frac{\varepsilon_1 + 3\xi}{2}) = \\ &= -\frac{3}{2}(\xi - \xi_d)^2 + \frac{2}{3}(\varepsilon_1 - \beta^2)^2, \quad \xi_d = \frac{1}{3}(2\beta^2 + \varepsilon_1) \end{aligned} \quad (16)$$

болно.

$cnst = cnst(\xi, \varepsilon_1, \beta)$ -ийн бүдүүвч графикийг 2 зурагт үзүүлэв.



2а зураг. $\beta^2 < \varepsilon_1$ тохиол. c^2, ξ_0, ξ_d, ξ_s -ын утгуудыг (12) -оос харна уу. Муруй шугам нь $cnst = cnst(\xi, \varepsilon_1, \beta)$ функцийн бүдүүвч график.

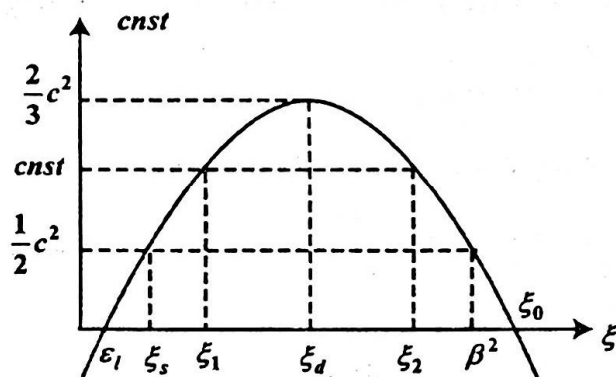
ξ стационар цэг $cnst$ -ын $cnst = cnst(\xi, \varepsilon_1, \beta)$ гэсэн утгад л байж болно. Харин $cnst$ -ын өгөгдсөн утгад стационар цэг байх нь албагүй. Тухайлбал, графикаас харахад, $cnst$ нь $\frac{2}{3}c^2$ ээс их утгатай байвал стационар цэг байхгүй аж. Энэ тохиолд $F(\varepsilon, \varepsilon_1, \beta, cnst)$ функц

монотонно буурах функц болой(хавсралт I.1). Харин $cnst$ -ын $\frac{2}{3}c^2$ ээс бага утга бүрд хоёр

стационар цэг, ξ_1, ξ_2 , харгалзаж буй. ξ_1 нь $F(\varepsilon, \varepsilon_1, \beta, cnst)$ функцийн $\varepsilon = \xi_1$ гэсэн минимумын цэг, нөгөө ξ_2 нь $\varepsilon = \xi_2$ гэсэн максимумын цэг (хавсралт I3--I7). Түүнчлэн $\xi = \xi_1 = \xi_2 = \xi_d$ бол $\varepsilon = \xi_d$ гэсэн тахийлтын цэг юм(хавсралт I.2). $\xi_1 = \beta^2, \xi_2 = \xi_s$ буюу

$cnst = cnst(\beta^2, \varepsilon_1, \beta) = cnst(\xi_s, \varepsilon_1, \beta) = \frac{1}{2}c^2$ утгад $F(\varepsilon, \varepsilon_1, \beta, cnst)$ функцийн график абсцисс тэнхлэгийн $\varepsilon = \xi_1 = \beta^2$ цэг дээр суусан байна(хавсралт I.4). Энэ цэг дээр $F(\xi_1, \varepsilon_1, \beta, cnst) = 0, \xi_1 = \beta^2 = \theta_1 = \theta_2$.

Графикт, $cnst = 0$ -д харгалзах min, max цэгүүд нь: $\xi_1 = \xi_0, \xi_2 = \varepsilon_1$ (хавсралт I.6) болно.

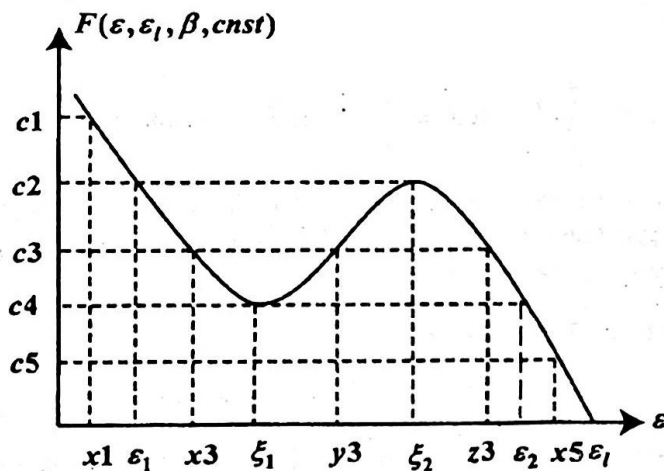


2b- зураг. $\beta^2 > \varepsilon_1$ тохиол. c^2, ξ_0, ξ_d, ξ_s -ын утгуудыг (12) -оос харна уу.

2а аас ялгарах гол онцлог нь гэвэл $cnst = \frac{1}{2}c^2$ -д харгалзах ξ_1, ξ_2 ийн илэрхийлэл байраа сольжээ. Энд $\xi_1 = \xi_s, \xi_2 = \beta^2$. Бас $cnst = 0$ -д харгалзах ξ_1, ξ_2 ийн илэрхийлэл байраа сольжээ. Энд $\xi_1 = \varepsilon_1, \xi_2 = \xi_0$ байна.

$cnst$ -ын утгын янз бүр муж буюу ξ_1 -ын утгын янз бүр мужид $F(\varepsilon, \varepsilon_1, \beta, cnst)$ функцийн төрх ямар байхыг II хавсралтад бүдүүвчлэн харуулсан байгаа.

$\beta^2 < \varepsilon_1, \frac{1}{2}c^2 < cnst < \frac{2}{3}c^2$ тохиолд $F(\varepsilon, \varepsilon_1, \beta, cnst)$ функцийн бүдүүвч графикийг 3-зурагд үзүүлэв.



3-зураг. $\beta^2 < \varepsilon_1$.

$\frac{1}{2}c^2 < cnst < \frac{2}{3}c^2, c^2 = (\varepsilon_1 - \beta^2)^2$ тохиолд $F(\varepsilon, \varepsilon_1, \beta, cnst)$ функц зөвхөн $\varepsilon = \varepsilon_1$ цэг дээр тэг утга авна. $\varepsilon = \xi_1, \varepsilon = \xi_2$ -цэгүүд min, max -ын цэгүүд. Дэлгэрэнгүй тайлбарыг, дор, байж болох бүх горим гэдгээс үзнэ үү.

$F(\varepsilon, \varepsilon_1, \beta, cnst)$ функц $cnst \leq \frac{1}{2}c^2$

тохиолд гурван тэг цэгтэй (хавсралт I.4- I.7). Тэг цэгүүд нь: $\theta_1, \theta_2, \varepsilon_1$, үүнд эхний хоёр хэмжигдүүн (13), (14)-аар тодорхойлогдоно. $cnst = \frac{1}{2}c^2$ байхад эхний хоёр цэг нийлж давхар тэг болно, $\theta_1 = \theta_2$ (хавсралт I.4).

$\varepsilon = \xi$ гэсэн стационар цэг дээр

$$e^2 = e^2(\xi, \varepsilon_1) = \varepsilon_1 - \xi, \quad (17)$$

$$H^2 = H^2(\xi, \varepsilon_1, \beta, \text{cnst}(\xi, \varepsilon_1, \beta)) = (\varepsilon_1 - \xi)(\xi - \beta^2) \quad (18)$$

$4co^2$ - параметрийн авч болох утгын муж

(7)-ын интеграндад $4co^2$ параметр тэгээс эхлэн дээшээгээ ямарч утга авч болно. cnst -ын утгаас $F(\varepsilon, \varepsilon_1, \beta, \text{cnst})$ функцийн төрх хамаарна. Тухайн төрхд $4co^2$ -ийн утгаас хамаарч гэрлийн орон янз бүр байж болно.

Бид дор cnst , $4co^2$ хоёр параметрээс хамааруулан $\beta^2 < \varepsilon_1$, $\beta^2 > \varepsilon_1$ хоёр тохиолд бүх боломжийг нягтлан үзэх болно.

БАЙЖ БОЛОХ ГОРИМУУД

3-р зурагт үзүүлсэн тохиолоос ТЕ долгионы байж болох горимуудыг мэдэрч болно. $4co^2$ параметрийн

1. $4co^2 > c2$ нөхцөл хангах утга бүрд задгай орбит гарна. Жишээ нь $4co^2 = c1$ гэж байвал $\varepsilon \leq x1$ гэсэн өрөөсөн хязгаар бүхий задгай орбит үүснэ, $\varepsilon = x1$ буцах цэг.

2. $4co^2 = c2$ байвал хоёр өөр шийд харгалзана.

а) $\varepsilon = \xi_2$ гэсэн тогтмол утгатай хавтгай долгио

б) $\varepsilon \leq \varepsilon_1$ гэсэн өрөөсөн хязгаар бүхий задгай орбит, $\varepsilon = \varepsilon_1$ буцах цэг.

3. $c4 < 4co^2 < c2$ нөхцөл хангах утга бүрд хоёр өөр шийд харгалзана.

а) $y3 < \varepsilon < z3$ буюу ε нь $[y3, z3]$ завсар нааш цааш холхин хувьсах үет шийд

б) $\varepsilon \leq x3$ гэсэн өрөөсөн хязгаар бүхий задгай орбит, $\varepsilon = x3$ буцах цэг.

4. $4co^2 = c4$ байвал ε нь $\varepsilon = \xi_1$ цэг рүү баруун талаас асимптот горимоор тэмүүлэх шийд, мөн зүүн талаас асимптот горимоор тэмүүлэх шийд.

5. $c4$ ээс бага $4co^2$ утга бүрд, жишээ нь $4co^2 = c5$ гэж байвал $\varepsilon \leq x5$ гэсэн, өрөөсөн хязгаар бүхий задгай орбит үүснэ, $\varepsilon = x5$ буцах цэг.

6. $4co^2 = 0$ бол босоо долгио үүснэ.

Эдгээрээс гадна зөвхөн $\beta^2 < \varepsilon_1$ тохиолд $\text{cnst} = \frac{2}{3}c^2$, $4co^2 = \frac{4}{27}c^3$ гэсэн тодорхой утгад зэрэгт асимптот долгио байж болдог.

ТЕ долгионы хувьд энд дурдсанаас өөр хувилбар байхгүй. Дөрвөн тогтмолын ямар мужид ямар хувилбар байж болохыг $F(\varepsilon, \varepsilon_1, \beta, \text{cnst})$ функцийн хавсралт I-II д дурдсан төрхийг харж байгаад 3-р зурагт үзүүлсэн тохиол ын адилаар, тодорхойлж зөхөх юмгүй.

ХАВТГАЙ ДОЛГИОНЫ ФАЗ

Зөвхөн $\beta^2 < \varepsilon_1$ тохиолд хавтгай долгио байж болдог[1]. ξ_2 максимумын цэг $\xi_4 < \xi_2 < \varepsilon_1$ нөхцөл хангаж байг (3 зураг, хавсралт I.3-I.5). $4co^2$ -ын утгыг $H^2(\varepsilon, \dots)e^2(\varepsilon)$ функцийн $\varepsilon = \xi = \xi_2$ цэг дээрх утгатай тэнцүү байхаар авъя

$$4co^2 = H^2(\xi, \varepsilon_1, \beta, \text{cnst}(\xi, \varepsilon_1, \beta))e^2(\xi, \varepsilon_1) = (\varepsilon_1 - \xi)^2(\xi - \beta^2) \quad (19)$$

$\varepsilon = \xi$ цэг нь (7)-ийн интеграндын язгуур доорхи илэрхийлэл сөрөг биш утгатай байх цорын ганц цэг болно(жишээ. 3 зураг дээр босоо тэнхлэг дээр тэмдэглэсэн $c2$ - утгыг анхаарна уу. Хэрвээ $4co^2 = c2$ гэж авбал $\varepsilon = \xi = \xi_2$ тусгаар цэг болно). Энэ цэгт тогтвортой хавтгай долгио

харгалзана гэдгийг [1]-д үзүүлсэн билээ. Тэнд үзүүлснээр, хавтгай долгионы оронгийн диэлектрикийн функц ба амплитудууд

$$\varepsilon = \xi, \quad e^2 = \varepsilon_1 - \xi, \quad H = e\sqrt{\xi - \beta^2} \quad (20)$$

фазууд нь

$$\phi_e = \phi_e(0) + \sqrt{\xi - \beta^2} z \quad (21)$$

$$\phi_H = \phi_H(0) + \sqrt{\xi - \beta^2} z \quad (22)$$

ДИЭЛЕКТРИКИЙН ФУНКЦ НЬ ЭКСПОНЕНЦИАЛЬ АСИМПТОТ БҮХИЙ ДОЛГИОНЫ ФАЗУУД

$\beta^2 < \varepsilon_1$ тохиол. $F(\varepsilon, \varepsilon_1, \beta, \text{const})$ функцийн экстремумын ξ цэг нь минимумын цэг байх тохиол авч үзье, $\xi = \xi_1$. Тэхдээ ξ_1 нь $\beta^2 \leq \xi_1 < \xi_d$ завсарт дурын утга авдаг байг(3 зураг). Хэрвээ

$$4c\sigma^2 = (\varepsilon_1 - \xi)^2 (\xi - \beta^2) \quad (23)$$

гэж авбал (7)-ийн интеграндад язгуур дор $\varepsilon = \xi$ цэг дээр хоёрдугаар эрэмбийн тэг үүснэ(Жишээ. 3- зураг дээр босоо тэнхлэг дээр тэмдэглэсэн с4- утгыг харна уу. Хэрвээ $4c\sigma^2 = c4$ гэж авбал $\varepsilon = \xi = \xi_1$ цэг дээр хоёрдугаар эрэмбийн тэг үүснэ).

$$H^2(\varepsilon, \varepsilon_1, \beta, \text{const}(\xi, \varepsilon_1, \beta))e^2(\varepsilon, \varepsilon_1) - 4c\sigma^2 = -\frac{1}{2}(\varepsilon - \xi)^2(\varepsilon - \varepsilon_2(\xi)) \quad (24)$$

Үүнд, $\varepsilon_2(\xi) = 3\xi_d - 2\xi$.

(7) интеграл элементар функцээр илэрхийлэгдэнэ[1].

$$\varepsilon_2(\xi) - \varepsilon = (\varepsilon_2(\xi) - \xi) \operatorname{th}^{2\delta} \left(\frac{\sqrt{6(\xi_d - \xi)}(z - z_0) - u_0}{2} \right) \quad (25)$$

Үүнд

$$u_0 = \ln \left| \frac{\sqrt{\varepsilon_2(\xi) - \xi} - \sqrt{\varepsilon_2(\xi) - \varepsilon_a}}{\sqrt{\varepsilon_2(\xi) - \xi} + \sqrt{\varepsilon_2(\xi) - \varepsilon_a}} \right|, \quad \varepsilon_2(\xi) > \varepsilon_a, \quad \varepsilon_a \neq \xi$$

Энд $z = z_0$ байхад $\varepsilon = \varepsilon_a$ байхаар анхны утга ε_a -г авчээ. Тэхдээ хэрвээ ε_a -г $\xi < \varepsilon_a < \varepsilon_2(\xi)$ гэж сонгосон бол $\delta = +1$, хэрвээ $\varepsilon_a < \xi$ гэж авсан бол $\delta = -1$.

Энэ тохиолд (8)-(9) фазын интеграл бас элементар функцээр авагдана.

$$\begin{aligned} \phi_E(\varepsilon) = \phi_E(\varepsilon_a) + \frac{\sqrt{2} \cdot c\sigma}{\varepsilon_1 - \xi} \left\{ \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_2 - \xi}} \operatorname{Ln} \left[\frac{\sqrt{\varepsilon_2 - \varepsilon} + \sqrt{\varepsilon_2 - \xi}}{\sqrt{\varepsilon_2 - \varepsilon} - \sqrt{\varepsilon_2 - \xi}} \cdot \frac{\sqrt{\varepsilon_2 - \varepsilon_a} - \sqrt{\varepsilon_2 - \xi}}{\sqrt{\varepsilon_2 - \varepsilon_a} + \sqrt{\varepsilon_2 - \xi}} \right] + \right. \\ \left. + \frac{2}{\sqrt{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}} \operatorname{arctg} \left[\frac{(\sqrt{\varepsilon_2 - \varepsilon} - \sqrt{\varepsilon_2 - \varepsilon_a})\sqrt{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}}{\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \sqrt{\varepsilon_2 - \varepsilon}\sqrt{\varepsilon_2 - \varepsilon_a}} \right] \right\} \quad (26) \end{aligned}$$

Энд ε_a -г $\xi < \varepsilon_a < \varepsilon_2(\xi)$ байхаар, эсвэл $\varepsilon_a < \xi$ гэж авна. $c\sigma$ -г (23)-оос олно.

ϕ_H -фаз нь

$$\phi_H(\varepsilon) = a \operatorname{resin}(2c\sigma / He) + \phi_E \quad (26)'$$

Үүнд ϕ_E нь (26)-оор, H, e нь (3), (5) томъёогоор тус тус илэрхийлэгдэнэ.

(25) оос ε -г олж (26), (26)'-д орлуулан тавихад ϕ_E, ϕ_H фазуудын координатаас хамаарах хамаарал гарна.

ЗЭРЭГТ АСИМПТОТ БҮХИЙ ДОЛГИОНЫ ФАЗ

$\beta^2 < \varepsilon_l$ тохиол. $F(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst)$ функцийн $\xi = \xi_d$ гэсэн тахийлтын цэг (хавсралт I.2) авч үзье.

$$cnst = cnst(\xi_d, \varepsilon_l, \beta) = \frac{2}{3}c^2, \quad 4co^2 = F(\xi_d, \varepsilon_l, \beta, cnst(\xi_d, \varepsilon_l, \beta)) = \frac{4}{27}c^3 \quad (27)$$

гэж авбал

$$H^2(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst(\xi_d, \varepsilon_l, \beta))e^2(\varepsilon, \varepsilon_l) - 4co^2 = -\frac{1}{2}(\varepsilon - \xi_d)^3 \quad (28)$$

(7)-оос[1]

$$\xi_d - \varepsilon = \left(\frac{z - z_0}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{\xi_d - \varepsilon_a}} \right)^{-2}, \quad \xi_d > \varepsilon_a, \quad \varepsilon_a \leq \varepsilon < \xi_d \quad (29)$$

Энд $z = z_0$ байхад $\varepsilon = \varepsilon_a$ байхаар авчээ.

Энэ тохиолд фазын интеграл амархан авагдана.

$$\begin{aligned} \phi_E(\varepsilon) = \phi_E(\varepsilon_a) + \frac{2^{3/2} \cdot co}{\varepsilon_l - \xi_d} \left\{ \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_l - \xi_d}} \arctg \left[\frac{(\sqrt{\xi_d - \varepsilon} - \sqrt{\xi_d - \varepsilon_a})}{\varepsilon_l - \xi_d + \sqrt{\xi_d - \varepsilon} \sqrt{\xi_d - \varepsilon_a}} \sqrt{\varepsilon_l - \xi_d} \right] + \right. \\ \left. + (\xi_d - \varepsilon)^{-1/2} - (\xi_d - \varepsilon_a)^{-1/2} \right\} \end{aligned} \quad (30)$$

Үүнд co -г (27) оос олж орлуулна. $\phi_E(\varepsilon_a)$ нь $\varepsilon = \varepsilon_a$ буюу $z = z_0$ үеийн фаз

ϕ_H -фаз нь

$$\phi_H(\varepsilon) = a \operatorname{rcsin}(2co / He) + \phi_E \quad (30)'$$

Үүнд ϕ_E нь (30)-оор, H, e нь (3), (5) томъёогоор тус тус илэрхийлэгдэнэ.

(29) оос ε -г олж (30), (30)'-д орлуулан тавих юм бол ϕ_E, ϕ_H фазуудын координатаас хамаарах хамаарал гарна.

Цаашид $4co^2$ параметрийн оронд өөр дөхөм параметр хэрэглэсэн болно.

 ε_0 -параметр

Одоо $4co^2$ параметрийн утгыг $F(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst)$ функцийн $\varepsilon = \varepsilon_0$ цэг дээрх утгатай тэнцүү гэж авъя. $4co^2 = F(\varepsilon_0, \varepsilon_l, \beta, cnst)$. Тэхэд

$$F(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst) - 4co^2 = \frac{1}{2}(\varepsilon_0 - \varepsilon)((\varepsilon + g)^2 + s) \quad (31)$$

Үүнд

$$g = \frac{\varepsilon_0 - \varepsilon_l - 2\beta^2}{2} = \frac{\varepsilon_0 - 3\xi_d}{2} \quad (32a)$$

$$s = \frac{3}{4}\varepsilon_0^2 - \frac{1}{2}\varepsilon_0(\varepsilon_l + 2\beta^2) - \frac{5}{4}\varepsilon_l^2 - \beta^4 + 3\beta^2\varepsilon_l + 2cnst \quad (32b)$$

ДИЭЛЕКТРИКИЙН ФУНКЦ ҮЕЛЭН ӨӨРЧЛӨГДӨХ ДОЛГИОНЫ ФАЗ

$\beta^2 < \varepsilon_1$ тохиол. $F(\varepsilon, \varepsilon_1, \beta, \text{cnst})$ функцийн экстремумын ξ цэг нь миниумын ξ_1 цэг байг ($\xi = \xi_1$). Миниумын цэг бүхэн $\xi < \xi_d$ нөхцөл хангах ёстой. Тэхдээ ξ нь миниумын цэг байхын тул cnst нь $\text{cnst} = \text{cnst}(\xi, \varepsilon_1, \beta)$ томъёогоор бодогдсон байх ёстой. Одоо

$$4co^2 = F(\varepsilon_0, \varepsilon_1, \beta, \text{cnst}(\xi, \varepsilon_1, \beta)) \quad (33)$$

гэж авъя. Ингээд cnst , $4co^2$ параметруудын оронд ξ , ε_0 хоёр параметр хэрэглэе. Энэ удаа ε_0 -нь куб муруйн дундах нугалааны нэгэн цэгийн абсцисс байг (жишээ нь, 3 р зурагт хэвтээ тэнхлэг дээр тэмдэглэсэн у3-цэгийг $\varepsilon_0 = u3$ гэж авна гэсэн үг).

Ийм байхын тулд $\xi \in [\beta^2, \xi_d]$ байх тохиолд ε_0 цэг нь (ξ, ξ_2) интервалд утга авна (хавсралт 1.3-1.4. Бас 3 зурураг). $\xi \in [\xi_0, \beta^2]$ байх тохиолд ε_0 цэг нь $[\theta_2(\xi), \xi_2]$ интервалд утга авна (хавсралт 1.5), үүнд $\xi_0 = (4\beta^2 - \varepsilon_1)/3$. Үүнд θ_2 -ийг (14) томъёогоор тодорхойлно. Томъёонд $\text{cnst} = \text{cnst}(\xi, \varepsilon_1, \beta)$ гэж тавина. Тэхэд

$$F(\varepsilon, \varepsilon_1, \beta, \text{cnst}(\xi, \varepsilon_1, \beta)) - 4co^2 = \frac{1}{2}(\varepsilon_0 - \varepsilon)\left(\left(\varepsilon + \frac{\varepsilon_0 - 3\xi_d}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}[(\varepsilon_0 - \xi_d)^2 - 4(\xi_d - \xi)^2]\right) \quad (34)$$

хэлбэрт орно. Үүнийг цааш нь

$$= \frac{1}{2}(a - \varepsilon)(\varepsilon - b)(\varepsilon - c), c < b < a \quad (35)$$

гэж бичиж болно. Үүнд

$$c = -\frac{\varepsilon_0 - 3\xi_d}{2} - \sqrt{\frac{3}{4}[-(\varepsilon_0 - \xi_d)^2 + 4(\xi_d - \xi)^2]} \quad (36a)$$

$$b = \varepsilon_0, a = -\frac{\varepsilon_0 - 3\xi_d}{2} + \sqrt{\frac{3}{4}[-(\varepsilon_0 - \xi_d)^2 + 4(\xi_d - \xi)^2]} \quad (36b)$$

(7) интеграл нэгдүгээр төрлийн эллипслэг интеграл хэмээх тусгай функцээр илэрхийлэгдэнэ [2].

$$z - z_0 = \sqrt{\frac{2}{a-c}} F(\chi(\varepsilon), p), \quad \varepsilon_0 < \varepsilon \leq a \quad (37)$$

үүнд $F(\varphi, k)$ -нэгдүгээр төрлийн эллипслэг интеграл. $\varepsilon = \varepsilon_0$ байхад $z = z_0$ байхаар авчээ. Үүнд

$$\chi(\varepsilon) = \arcsin \sqrt{\frac{(a-c)(\varepsilon-b)}{(a-b)(\varepsilon-c)}}$$

ε нь $[\varepsilon_0, a]$ завсарт нааш цааш холхиж өөрчлөгдөх бүрд $(z - z_0)$ нь

$$\Delta(z - z_0) = \sqrt{\frac{2}{a-c}} F(\chi(a), p) \quad (38)$$

хэмжээгээр нэмэгдэнэ. Урвуугаар ε -ийг $(z - z_0)$ -оос үелэх функц гэж тодорхойлж болно. Үеийн хэмжээ нь $2 \cdot \Delta(z - z_0)$ болно.

Фаз нь

$$\phi_E(\varepsilon) = \phi_E(\varepsilon_0) + \frac{2^{3/2} \cdot co}{(\varepsilon_1 - c)(b - \varepsilon_1)\sqrt{a-c}} \left[(c-b)\Pi\left(\chi, p^2 \frac{c-\varepsilon_1}{\varepsilon_1-b}, p\right) + (b-\varepsilon_1)F(\chi, p) \right]$$

Үүнд $F(\varphi, k)$ – нэгдүгээр төрлийн эллипслэг интеграл, $\Pi(\varphi, n, k)$ – 3-р төрлийн эллипслэг интеграл $b = \varepsilon_0$, c, a нь (36a), (36b) дугаар томъёогоор тодорхойлогдоно.

$$\chi = \arcsin \sqrt{\frac{(a-c)(\varepsilon-b)}{(a-b)(\varepsilon-c)}}, \quad p = \sqrt{\frac{a-b}{a-c}}$$

ϕ_H – фаз нь

$$\phi_H = a \arcsin(2co/He) + \phi_E \quad (39)'$$

Үүнд ϕ_E нь (39)-оор, H, e нь (3), (5) -аар тус тус тодорхойлогдоно.

(37) (39) хамтдаа (37) (39)' хамтдаа ϕ_E, ϕ_H фазуудын координатаас хамаарах хамааралын параметр тэгшитгэлүүд юм.

ДИЭЛЕКТРИКИЙН ФУНКЦ ҮЕЛЭН ӨӨРЧЛӨГДӨГГҮЙ ДОЛГИОНЫ ФАЗ

(7) интегралыг яаж авах нь интеграндын язгуур доорхи гуравдугаар зэргийн олон гишүүнтийн тэг цэгүүдийн байршлаас хамаарна.

А. гурван өөр бодит тэгтэй байх тохиол.

Сая үзсэнээр бол ε нь $[\varepsilon_0, a]$ завсарт нааш цааш холхиж өөрчлөгдөх долгио бий. ε нь $\varepsilon \leq c$ хязгаард орших долгио бас бий. Энэ долгиог дүрслэхийн тулд (35)-д ε_0 -параметрийг гурван тэгийн хамгийн багатай тэнцүү (манай тэмдэглэлээр бол $c = \varepsilon_0$) гэж сонгож авъя (жишээ нь 3 р зурагт хэвтээ тэнхлэг дээр тэмдэглэсэн х3 –цэгийг харна уу. $\varepsilon_0 = x3$ гэж авна гэсэн үг). Ийм байхын тулд

а). $\beta^2 < \varepsilon_1$ тохиолд хэрвээ $\xi = \xi_1$ цэгийг $[\beta^2, \xi_d)$ интервалаас авбал ε_0 цэгийг $(\varepsilon_1(\xi), \xi)$ интервалаас авах (3 р зураг харна уу).

хэрвээ $\xi = \xi_1$ цэгийг β^2 -аас багаар авбал ε_0 цэгийг $(\varepsilon_1(\xi), \theta_1(\xi))$ интервалаас авах хэрэгтэй (хавсралт I.5–I.7). Үүнд $\varepsilon_1(\xi) = -\xi_d + 2\xi$, $\theta_1(\xi)$ нь (13) томъёогоор тодорхойлогдоно, томъёонд $cnst = cnst(\xi, \varepsilon_1, \beta)$ гэж тавина.

б). $\beta^2 > \varepsilon_1$ тохиолд хэрвээ $\xi = \xi_1$ цэгийг (ε_1, ξ_0) , $\xi_0 = \frac{\beta^2 + 2\varepsilon_1}{3}$ интервалаас авбал ε_0 цэгийг $(\varepsilon_1(\xi), \varepsilon_1)$ интервалаас авах (хавсралт II.5), хэрвээ $\xi = \xi_1 = \varepsilon_1$ байвал ε_0 цэгийг $(\varepsilon_1(\xi), \varepsilon_1)$ интервалаас авах (хавсралт II.6), хэрвээ $\xi < \varepsilon_1$ байвал ε_0 цэгийг $(\varepsilon_1(\xi), \theta_1(\xi))$ интервалаас авах (хавсралт II.7) хэрэгтэй. Үүнд $\varepsilon_1(\xi) = -\xi_d + 2\xi$, $\theta_1(\xi)$ нь (13) томъёогоор тодорхойлогдоно, томъёонд $cnst = cnst(\xi, \varepsilon_1, \beta)$ гэж тавина. ξ, ε_0 утгуудыг дурдсан хязгаарлалтанд захируулан авбал (35) томъёог хэрэглэж болно. Тэхэд

$$c = \varepsilon_0 \quad (40a)$$

$$b = -\frac{\varepsilon_0 - 3\xi_d}{2} - \sqrt{\frac{3}{4} [-(\varepsilon_0 - \xi_d)^2 + 4(\xi_d - \xi)^2]} \quad (40b)$$

$$a = -\frac{\varepsilon_0 - 3\xi_d}{2} + \sqrt{\frac{3}{4} [-(\varepsilon_0 - \xi_d)^2 + 4(\xi_d - \xi)^2]} \quad (40c)$$

болно. (7) интегралыг

$$z = z_0 + \frac{1}{\sqrt{2}} \int_{\varepsilon}^{\varepsilon_0} \frac{1}{\sqrt{(c-\varepsilon)(\varepsilon-b)(\varepsilon-a)}} d\varepsilon, \quad \varepsilon < \varepsilon_0 \quad (41)$$

гэж шинэчлэн бичье. Интегралыг авбал

$$z = z_0 + \sqrt{\frac{2}{a-c}} F(\gamma(\varepsilon), p) \quad (42)$$

үүнд $F(\varphi, k)$ —нэгдүгээр төрлийн эллипслэг интеграл

$$\gamma(\varepsilon) = \arcsin \sqrt{\frac{c-\varepsilon}{b-\varepsilon}}, \quad p = \sqrt{\frac{a-b}{a-c}}$$

Фаз нь

$$\begin{aligned} \phi_E(\varepsilon) = \phi_E(\varepsilon_0) + 2^{3/2} \cdot co \left[\frac{c-b}{(\varepsilon_1-b)(\varepsilon_1-c)\sqrt{a-c}} \Pi(\gamma(\varepsilon), p^2 \frac{\varepsilon_1-b}{\varepsilon_1-c}, p) + \right. \\ \left. + \frac{1}{(\varepsilon_1-b)\sqrt{a-c}} F(\gamma(\varepsilon), p) \right] \end{aligned} \quad (43)$$

Үүнд $F(\varphi, k)$ —нэгдүгээр төрлийн эллипслэг интеграл, $\Pi(\varphi, n, k)$ — 3-р төрлийн эллипслэг интеграл. $b = \varepsilon_0$, a, c нь (43) дугаар томъёогоор тодорхойлогдоно.

$$\gamma(\varepsilon) = \arcsin \sqrt{\frac{c-\varepsilon}{b-c}}, \quad p = \sqrt{\frac{a-b}{a-c}} \quad \phi_E(\varepsilon_0) \text{—нь } \varepsilon = \varepsilon_0 \text{ цэг дээрх фаз.}$$

ϕ_H —фаз нь

$$\phi_H = a \arcsin(2co/He) + \phi_E \quad (43)'$$

Үүнд ϕ_E нь (43)-оор, H, e нь (3), (5) томъёогоор тус тус тодорхойлогдоно.

(42) (43) хамтдаа, (42) (43)' хамтдаа ϕ_E , ϕ_H фазуудын координатаас хамаарах хамааралын параметр тэгшитгэлүүд юм.

Б. Гурван тэгийг хоёр нь давхар байх тохиол

. Дан тэгийг ε_0 гэе. ε_0 нь давхар тэгээсээ зүүн тийш оршино(жишээ нь 3 р зурагт давхар тэг нь хэвтээ тэнхлэг дээр тэмдэглэсэн $\varepsilon = \xi_2$ цэг, дан тэг нь $\varepsilon = \varepsilon_1$ —цэг). ξ —нь $F(\varepsilon, \varepsilon_1, \beta, cnst)$ функцийг минимумын цэг.

а). $\beta^2 < \varepsilon_1$ тохиолд

$\xi < \xi_d$. Энд $\varepsilon_0 = \varepsilon_1(\xi)$ гэж авна. Үүнд $\varepsilon_1(\xi) = -\xi_d + 2\xi$.

б). $\beta^2 > \varepsilon_1$ тохиолд

$\xi < \frac{\beta^2 + 2\varepsilon_1}{3}$. Бас $\varepsilon_0 = \varepsilon_1(\xi)$ гэж авна. Эдгээр хязгаарлалтанд тохируулан $cnst$ -ыг (16), аар тодорхойлоод

$$4co^2 = F(\varepsilon_0, \varepsilon_1, \beta, cnst(\xi, \varepsilon_1, \beta)) \quad (44)$$

гэж авбал

$$F(\varepsilon, \varepsilon_1, \beta, cnst(\xi, \varepsilon_1, \beta)) - 4co^2 = \frac{1}{2}(\varepsilon_0 - \varepsilon)((\varepsilon_m - \varepsilon)^2, \quad \varepsilon_m = 2\xi_d - \xi \quad (45)$$

болно. $\varepsilon \leq \varepsilon_0 < \xi < \xi_d < \varepsilon_m$

(7) интегралаас

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + a \cdot \operatorname{tg}^2 \left[(z - z_a) \sqrt{-\frac{a}{2}} - \operatorname{arctg} \left(\sqrt{\frac{\varepsilon_a - \varepsilon_0}{a}} \right) \right] \quad (46)$$

Үүнд $a = \varepsilon_0 - \varepsilon_m < 0$. $z = z_a$ байхад $\varepsilon = \varepsilon_a$ ($\varepsilon_a < \varepsilon_0$) гэж үзжээ.

Фаз нь

$$\begin{aligned} \phi_E(\varepsilon) = \phi_E(\varepsilon_a) + \frac{2^{3/2} \cdot co}{\varepsilon_l - b} \left[\frac{1}{\sqrt{b-c}} \operatorname{arctg} \frac{(\sqrt{c-\varepsilon} - \sqrt{c-\varepsilon_0})\sqrt{b-c}}{b-c + \sqrt{c-\varepsilon}\sqrt{c-\varepsilon_0}} + \right. \\ \left. + \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_l - c}} \frac{(-\sqrt{c-\varepsilon} + \sqrt{c-\varepsilon_0})\sqrt{\varepsilon_l - c}}{\varepsilon_l - c + \sqrt{c-\varepsilon}\sqrt{c-\varepsilon_0}} \right] \end{aligned} \quad (47)$$

$$\phi_H \text{ фаз нь } \phi_H = a \operatorname{rcsin}(2co / He) + \phi_E \quad (47)'$$

Үүнд co -г (44)-оос олж орлуулна. ϕ_E нь (47)-оор, H, e нь (3), (5) томъёогоор тус тус тодорхойлогдоно.

(46) ийн ε -г (47), (47)'-д орлуулан тавихад ϕ_E, ϕ_H фазуудын координатаас хамаарах хамаарал гарна.

В. Гурван тэгийн нэг нь бодит байх тохиол.

(31)-д ε_0 нь уг илэрхийллийн цорын ганц бодит тэг байх, өөрөөр хэлбэл $s > 0$ байх, хувилбаруудыг $cnst$ ын утгуудаас хамааруулан тоолъё.

$\beta^2 < \varepsilon_l$ тохиолд

1. $cnst > \frac{2}{3}c^2$ (хавсралт I.1) байхад ε_0 нь $\varepsilon_0 \leq \varepsilon_l$ тэнцэл бус хангах дурын утга авч болно..

2. $cnst = \frac{2}{3}c^2$ (хавсралт I.2) байхад $\varepsilon_0 \leq \varepsilon_l$. Гэхдээ $\varepsilon_0 \neq \xi_d$

3. $cnst < \frac{2}{3}c^2$ (хавсралт I.3–I.7) байхад $cnst$ -ийн утгыг миниумын ξ ($\xi < \xi_d$) цэгээр илэрхийлсэн

$cnst = cnst(\xi, \varepsilon_l, \beta)$ илэрхийллийг хэрэглэх нь тохиромжтой. Тэхэд ε_0 нь $\varepsilon_0 < \varepsilon_l(\xi)$, тэнцэл бус хангах дурын утга авч болно. үүнд. $\varepsilon_1(\xi) = -\xi_d + 2\xi$. Хэрвээ $\beta^2 < \xi < \xi_d$ бол бас $\varepsilon_2(\xi) < \varepsilon_0 \leq \varepsilon_l$ байж болно, үүнд $\varepsilon_2(\xi) = 3\xi_d - 2\xi$.

$\beta^2 > \varepsilon_l$ тохиолд

4. $cnst \geq \frac{1}{2}c^2$ (хавсралт II.1–II.4) байхад $\varepsilon_0 < \varepsilon_l$.

5. $cnst < \frac{1}{2}c^2$ (хавсралт II.5–II.7) байхад $cnst$ -ийн утгыг миниумын ξ ($\xi < \xi_s$) цэгээр илэрхийлсэн $cnst = cnst(\xi, \varepsilon_l, \beta)$ илэрхийллийг хэрэглэх нь тохиромжтой. Тэхэд ε_0 нь $\varepsilon_0 < \varepsilon_l(\xi)$, тэнцэл бус хангах дурын утга авч болно. үүнд. $\varepsilon_1(\xi) = -\xi_d + 2\xi$.

(7)-д интегралын өмнөх тэмдгийг эсрэгээр сольсны дараа интегралыг авбал

$$z - z_0 = \sqrt{\frac{2}{p}} \left[F\left(0, \sqrt{\frac{p+B+\varepsilon_0}{2p}}\right) - F\left(2 \cdot \operatorname{arctg}\left(\sqrt{\frac{\varepsilon_0 - \varepsilon}{p}}\right), \sqrt{\frac{p+B+\varepsilon_0}{2p}}\right) \right], \quad (48)$$

үүнд $F(\varphi, k)$ – нэгдүгээр төрлийн эллипслэг интеграл

$$\varepsilon < \varepsilon_0, \quad p = \sqrt{(g + \varepsilon_0)^2 + s}, \quad (49)$$

g, s – ийн илэрхийлэлийг (32a)–(32b)-ээс үзнэ үү.

Фаз нь

$$\phi_E(\varepsilon) = \phi_E(\varepsilon_0) + \int_{\varepsilon_0}^{\varepsilon} \frac{d\varepsilon}{(\varepsilon_1 - \varepsilon)\sqrt{(\varepsilon_0 - \varepsilon)((\varepsilon + B)^2 + S)}} \quad (50)$$

ϕ_H фаз нь

$$\phi_H = a \operatorname{rcsin}(2co / He) + \phi_E \quad (50)'$$

Үүнд ϕ_E нь (50)-оор, H, e нь (3), (5) томъёогоор тус тус илэрхийлэгдэнэ. Бид (50) интегралыг одоогоор элементар ба тусгай функцээр илэрхийлж чадаагүй болно.

ДУГНЭЛТ

Сөрөг керр орчин дахь гэрлийн стационар ТЕ долгионы максвеллийн тэгшитгэлүүдийн шийд хэдэн сул параметр агуулдаг. Параметрууд ба анхны нөхцөлөөс хамаарч шийд нь

1. хавтгай долгио
2. экспоненциаль асимптот бүхий долгио
3. амплитуд нь үелэн хувьсах долгио
4. амплитуд нь хязгаарлагдаагүй долгио
5. зэрэгт асимптот бүхий долгио
6. босоо долгио

дүрсэлж болно.

Долгио тус бүрийн фазын шинжилгээ үйлдэв.. Хавтгай долгионх шугаман тохиолоос ялгарах юмгүй, гагцхүү амплитуд ба долгионы векторын хэмжээ эрчимээс хамаарна.

Экспоненциаль асимптот долгио мөн түүнчлэн амплитуд нь үелэн хувьсах долгионы фаз эгэл ба тусгай функцээр илэрхийлэгдэв. 1. 2. 3. төрлийн аль нэгд багтах долгио үүсгэх параметрийн цогц утга бүрд, амплитуд нь хязгаарлагдаагүй долгио бас үүсч болдог(задгай орбит)). Параметрийн ийм цогц утгад, анхны нөхцлөөс хамаарч, үүссэн задгай орбитуудын фазууд бас эгэл ба тусгай функцээр илэрхийлэгдлээ. Харин зөвхөн задгай орбит үүсгэдэг параметруудын цогц утгад фазын интеграл авагдсангүй.

Зэрэгт асимптот бүхий долгионы фазын хялбар илэрхийлэл бичив.

Вывод

Решение уравнений максвелла для световых волн в дефокусирующей керр среде имеет нескольких свободных параметров. Решение в зависимости от значений этих параметров и начальных условий может изображать:

1. плоскую волну
2. волну с экспоненциальным асимптотом
3. волну с периодически изменяющейся амплитудой
4. волну с не ограниченной амплитудой(открытая орбита)
5. волну со степенным асимптотом
6. стоячую волну

Проведен фазовой анализ каждой из этих волн.

Случай плоских волн не отличается от линейного, причём здесь, величины амплитуды и волнового вектора зависят от интенсивности.

Фазы волн с экспоненциальным асимптотом ,а также волн с периодически изменяющей амплитудой выражены в элементарных и специальных функциях.

При каждом наборе значений параметров ,приводящем к любому из тип волн ,приведенных в 1-3, также может существовать открытый орбит.

Фазы открытых орбит ,возникающих при таких наборах значений параметров в зависимости от начальных условий, выражаются также в элементарных и специальных функциях. При других наборах значений параметров , приводящих только к открытым орбитам нам не удалось брать фазовые интегралы .

Для фаз волн со степенным асимптотом даны простые формулы.

ИШЛЭЛ

- [1] Г. Очирбат , О. Нямсүрэн. Сөрөг керр орчинд тарах гэрлийн стационар ТЕ долгионы оронд диэлектрикийн функц параметруудаас хамаарах нь. МУИС ЭШ бичиг 224(11) 2004 УБ .
- [2] И. С. Градштейн и И. С. Рыжик. Таблицы интегралов сумм рядов и произведений М., фмгиз .1963