

Грассманы хувьсагчийг ашиглан эгэл бөөмийн стационар төлөвийг тодорхойлох

Д.Дамбасүрэн^{1, *}, Б.Борхүү¹, Н.Төвжаргал¹

¹Монгол Улсын Их Сургууль,

Шинэслэх ухааны сургуулийн физикийн тэнхим,
Улаанбаатар хот 210646, Монгол улс

Онолын физикт одоогоор бага хэрэглэгдэж байгаа боловч цаашид өргөн хэрэглэгдэж болох аргын нэг бол Грассманы хувьсагчийн арга гэж үздэг. Тооцооны зарим загварууд ашиглахад төвөгтэй, техник ажиллагаа ихтэй байдаг бэрхшээл бий. Грассманы хувьсагчийн аргын нэг давуу тал нь тооцоог бараг аналитикаар гүйцэтгэх боломжтой байдаг. Бид энэ ажлаар Грассманы хувьсагчийг ашиглан эгэл бөөмийн стационар төлөвийг тодорхойлов.

Онолын физикт одоогоор бага хэрэглэгдэж байгаа боловч цаашид өргөн хэрэглэгдэж болох аргын нэг бол Грассманы хувьсагчийн арга гэж үздэг. Грассманы хувьсагч гэж дараах харьцаагаар тодорхойлогдох формаль хувьсагчийг ойлгоно[1]. Товчоор Грассманы хувьсагчийг Θ_n гэж тэмдэглэе. Түүний эрмит хосмог Θ_n^+ болно. Энд $n = 0, 1, 2, \dots$ г.м бүхэл тоон индекс. Аль ч n -ийн хувь,

$$\Theta_n \cdot \Theta_n = \Theta_n^2 = (\Theta_n^+)^2 = 0.$$

$n = 0, 2, 4, \dots$ бол Θ_n -ийг Бозе-грассман, $p = 1, 3, 5, \dots$ бол Θ_p -ийг Ферми-грассман гэнэ. Бозе-грассманд:

$$[\Theta_n \cdot \Theta_n^+] = [\Theta_n \cdot \Theta_n] = 0,$$

Ферми-грассманд:

$$[\Theta_p \cdot \Theta_p^+] = [\Theta_p \cdot \Theta_p] = 0.$$

Мөн $[\Theta_p \cdot \Theta_n^\pm] = 0$ ба бусад нь ферми а, бозе в оператор авбал:

$$[\Theta_n \cdot a_n^\pm] = [\Theta_n \cdot a_b^\pm] = 0,$$

$$[\Theta_p \cdot a_n^\pm] = [\Theta_p \cdot a_b^\pm] = 0.$$

Бусад бозе ба ферми операторуудтай холбохын тулд "Грассманы зэрэг" гэдэг квант тоо оруулав. Үүнд: $k(a) = -1$, өөрөөр хэлбэл а-барион(кварк)-ны хувьд грассманы зэрэг (-1), эрмит хосмог ба $\bar{a}$ антибарионд +1.

$$k(a^+) = k(\bar{a}) = +1.$$

Бүх мезон ба үйлчлэл зөөгч бөөмийн $k = 0$. Грассманд $k(\Theta_n) = -n$, $k(\Theta_n^+) = -n$ байна. Үржвэрийн k нь хоорондоо нэмэгдэнэ. Жишээлбэл:

$$k(a_1^+ \cdot \bar{a}_2 \cdot b \cdot \Theta_2) = 1 + 1 + 0 - 2 = 0.$$

Эгэл бөөмсийн хоорондын үйлчлэлийг Θ_n -ээр тодорхойлогдох гадаад «орчин»-оор илэрхийлэгдэнэ гэвэл урьдаар вакуум дахь чөлөөт бөөм а-аас «орчин» дахь бөөм α -д шилжих ёстой. Ийм шилжилтийг $F = -F^+$ байх каноник хувиргалтаар гүйцэтгэе. F функцийг үйлчлэлцэж байгаа бөөмсийн оператораар байгуулахдаа $k(F) = 0$ байх нөхцөл авна. Θ_n орчинд байгаа a_1 -бөөм, $\bar{a}_2$ -антибөөмийн тухайд [2],

$$F = f(a_1^+ \bar{a}_2 \cdot \Theta_2 - h \cdot c) \quad (1)$$

$$k(F) = 1 + 1 - 2 = 0, \quad F^+ = -F.$$

Каноник хувиргалтын ерөнхий схемээр: $a_1, \bar{a}_2$ -ийг $\alpha_1, \bar{\alpha}_2$ -д

$$\alpha_1 = e^{-F} a_1 e^F, \quad \bar{\alpha}_2 = e^{-F} \bar{a}_2 e^F, \quad (2)$$

гэж шилжинэ. Энд $a_1, \bar{a}_2$ -уудын коммутацийн харьцаа $\alpha_1, \bar{\alpha}_2$ -уудад хадгалагдана. $\{a_1^+ a_1\} = 1$, $\{a_1 a_1\} = 0$, $\{a_1^+ \bar{a}_2^\pm\} = 0$. $\alpha_1, \bar{\alpha}_2$ -д мөн адил байна. Хаусдорф-Кемпбеллийн томьёо:

$$e^{-F} a e^F = a + [a, F] + \frac{1}{2!} [[a, F], F]$$

-ийг ашиглая. $\Theta^2 = 0$ учир $F^2 \Theta^+ \Theta$ -ээс дээших үржвэр тэг болж цуваа төгсгөлөг тооны F -р хязгаарлагдана.

$$\alpha_1 = a_1 + f_1 \cdot \bar{a}_2 \cdot \Theta_2 - \frac{f_1^2}{2} \cdot a_1 \Theta_2^+ \Theta_2, \quad (3)$$

$$\alpha_2 = a_2 + f_1 \cdot a_1 \cdot \Theta_2^+ - \frac{f_1^2}{2} \cdot \bar{a}_2 \Theta_2^+ \Theta_2.$$

Энд α_1 ба $\bar{\alpha}_2$ нь анхны $a_1, \bar{a}_2$ ба Θ_2^+, Θ_2 -ийн комбинацаар илэрхийлэгдэж байгааг ашиглаж болно. Өөрөөр $a_1, \bar{a}_2$ -аас Грассманы огторгуйд шилжив. f_1 -хувиргалтын параметр. Чөлөөт бөөмс $a_1, \bar{a}_2$ -ийн системийн тэгш.(1)-ээр хувиргаж тэгш.(3)-ийг тооцвол: $H_0 = \varepsilon_2 + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \cdot \varepsilon_2 a_1^+ a_2$ -оос

$$H = E_{11}(\theta) a_1^+ a_1 E_2(\theta) a_2^\pm \bar{a}_2 + V_{eff}. \quad (4)$$

$$E_{11}(\theta) = \varepsilon_1 - (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) f_1^2 \Theta_2^+ \Theta_2,$$

*Electronic address: dambasuren@num.edu.mn

$$E_{21}(\theta) = \varepsilon_2 - (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)f_1^2\Theta_2^+\Theta_2,$$

$$V_{eff} = (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \cdot f_1 \cdot (a_1^+\bar{a}_2\Theta_2 + \Theta_2^+a_2^\pm \cdot a_1).$$

H_0 -оос холбоост $a_1, \bar{a}_2, \Theta_2$ -ийн (V_{eff} - потенциалтай) Н систем болов. Тэгш.(4) систем $\Theta_2^\pm$ -оос хамаарч стохастикаар хувирч байвал бөөмийн тоо $n_1 a_1^+ a_1$, $n_2 = a_2^\pm \bar{a}_2$ хугацаанаас хамаарч хувьсана. Харгалзах Гейзенбергийн тэгшитгэл нь:

$$\begin{aligned} i\hbar a_1^* &= E_{11}(\Theta) \cdot a_1 + f_1 \cdot (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)\Theta_2\bar{a}_2 \\ i\hbar \bar{a}_2^* &= E_{21}(\Theta) \cdot \bar{a}_2 + f_1 \cdot (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)\Theta_2^+a_1. \end{aligned} \quad (5)$$

Оператор тэгшитгэлийн систем тэгш.(5) -ийг олбол:

$$\begin{aligned} a_1(t) &= e^{-\frac{i}{\hbar}E_{11}(\theta)t}a_{10} + f_1 \left(e^{-\frac{i}{\hbar}\varepsilon_1 t} - e^{-\frac{i}{\hbar}\varepsilon_2 t} \right) \bar{a}_{20}\Theta_2(6) \\ &\quad + C_1(t)a_{10} \cdot \Theta_2^+\Theta_2, \\ \bar{a}_2(t) &= e^{-\frac{i}{\hbar}E_{21}(\theta)t}\bar{a}_{20} + f_1 \left(e^{-\frac{i}{\hbar}\varepsilon_1 t} - e^{-\frac{i}{\hbar}\varepsilon_2 t} \right) a_{10}\Theta_2^+ \\ &\quad + C_2(t)\bar{a}_{20} \cdot \Theta_2^+\Theta_2. \end{aligned}$$

Энд

$$C_1(t) = f_1^2 \left[-\frac{i}{\hbar}(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \cdot t - 1 \right] e^{-\frac{i}{\hbar}\varepsilon_1 t} + f_1^2 e^{-\frac{i}{\hbar}\varepsilon_2 t}.$$

$$C_2(t) = f_1^2 \left[-\frac{i}{\hbar}(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \cdot t - 1 \right] e^{-\frac{i}{\hbar}\varepsilon_2 t} + f_1^2 e^{-\frac{i}{\hbar}\varepsilon_1 t}.$$

Тэгш.(6)-аас $n_1(\theta, n) = a_1^+(t)a_1(t)$ -г олж $n_1(t) = \langle\langle a_1^+(t, \theta) \cdot a_1(t, \theta) \rangle\rangle$ гэж дундчилъя. «. .» нь үндсэн төлөвийн функц ба стохастик Θ_2^+, Θ_2 -оор авсан дундаж утга. $\bar{n}_2(t)$ -д мөн үүнтэй адил.

$$n_1(t) = n_{10} + (\bar{n}_{20} - n_{10}) \cdot 4x_1 \cdot \sin^2 \frac{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)t}{2\hbar} \quad (7)$$

$$\bar{n}_2(t) = \bar{n}_{20} + (\bar{n}_{20} - n_{10}) \cdot 4x_1 \cdot \sin^2 \frac{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)t}{2\hbar}.$$

$$a_{10} = a_1(0), \bar{a}_{20} = \bar{a}_2(0), x_1 = f_1^2 \langle\langle \Theta_2^+ \cdot \Theta_2 \rangle\rangle, n_{10} = n_1(0). \text{ Тэгш.(7) -оос эгшин бүрт}$$

$$n_1(t) + \bar{n}_2(t) = n_{10} + \bar{n}_{20} = const. \quad (8)$$

«Орчин» -оор нэг шатны үйлчлэл явагдах хугацаа T гэвэл:

$$T = \frac{\hbar}{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}. \quad (9)$$

Тэгш.(4)-ийг нэг үер дундачилбал: $\langle\langle V_{eff} \rangle\rangle = 0$.

$$E_{11} = \varepsilon_1 - (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \cdot x_1, \quad E_{21} = \varepsilon_2 + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \cdot x_1.$$

болох ба

$$E_{12} = E_{11} - (E_{11} - E_{21})x_2, \quad E_{22} = E_{21} + (E_{11} - E_{21})x_2 \quad (10)$$

Үүнээс цааш тэгш.(10) -ийн итерацаар үргэлжилнэ. Жишээлбэл:

$$\begin{aligned} E_{13} &= \varepsilon_1 - (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \cdot K_3(x_1, x_2, x_3), \\ E_{23} &= \varepsilon_2 + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \cdot K_3(x_1, x_2, x_3). \end{aligned} \quad (11)$$

Энд $K_3(x_1, x_2, x_3) = x_1 + \hat{x}_1 x_2 + \hat{x}_2 x_3$, $\hat{x} = 1 - 2x$. Итерац зогсох үе нь $E_{13} - E_{23} = 0$ гэх мэт болно. Тэгш.(11)-ээс

$$x_1 + \hat{x}_1(x_2 + \hat{x}_2 \cdot x_3) = 1/2. \quad (12)$$

Шийд нь:

$$\begin{aligned} 1. \quad x_1 &= 1/2. \quad \forall x_2, x_3, \\ 2. \quad x_2 &= 1/2. \quad \forall x_1, x_3, \\ 3. \quad x_3 &= 1/2. \quad \forall x_1, x_2. \end{aligned} \quad (13)$$

$x_3 = 1/2$ бол $E_{13} = E_{23} = \frac{1}{2}(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)$. Одоо

$$E_{14} = E_{13} - (E_{13} - E_{23})x_4 = E_{13},$$

$$E_{24} = E_{23} + (E_{13} - E_{23})x_4 = E_{23}.$$

Үүнээс итерац зогсож $E_{13} = E_{23}$ өөрчлөгдөхгүй. Ийм цэг нь $x_3 = 1/2$. Үүнийг аттракторын цэг гэдэг[3]. Хоёр бөөм «орчин» -оор дамжин үйлчлэлцэж ижил энергитэй болж стационар төлөв (аттракторт) шилжинэ. $a_1, \bar{a}_2$ нь холбоост төлөв $(k(a_1, \bar{a}_2) = -1 + 1 = 0)$ -т шилжив. Кваркийн системд энэ нь мезонд харгалзана. Товчлохын тулд өнгө, барионы тоо, цэнэг зэргийг орхисон ч автоматаар биелэхийг тэмдэглэе.

Талархал

Энэхүү ажлыг гүйцэтгэхэд дэмжлэг үзүүлж суурь судалгааны SST_010/2016 төслийг санхүүжүүлсэн ШУТС болон БСШУС яаманд талархал илэрхийлье.

- [1] Ф. А. Березин., "Метод вторичного квантования" Москва "Мир", 1965.
[2] Д.Дамбасүрэн., "Боголюбовын нэгэн төрлийн бус хувиргалт" Scientific Journal of Mongolian

- University, Section Physics. №1 (104), p.75-78 (1992).
[3] А.Лихтенберг, М.Либрман., "Регулярная и стохастическая динамика" Москва "Мир", 1984.