

Ялихгүй "тодотгол"

Г. Очирбат

МУИС, ФЭС, ОТФТЭХИМ

Броуны хөдөлгөөнийг том "молекулийн" хөдөлгөөн гэж үзэж болох уу

Түүхээс. Усанд хаясан ургамлын үүрмэг тоосонцорыг микроскопоор ашиглаж суусан Английн ургамал судлаач Броун гэдэг хүн тоосонцор эмх замбараагүй хөдөлж байхыг олж харжээ. (1827 он) Броун ажилгласан зүйлээ хэвлэлд мэдээлсэн бөгөөд ийнхүү Броуны хөдөлгөөн хэмээх үзэгдэл нээгджээ. Бөөм яагаад ийнхүү хөдөлдөгийн учрыг тэр үед хүмүүс олоогүй байжээ. Броун өөрөө идэвхитэй бөөмс л хөдлөж байгаа бололтой гэж үзэж байсан бол бөөмс амьтай байхнээ гэж бодох хүн ч байжээ. Броуны хөдөлгөөний учрыг Д.У.Солкс гэдэг хүн 1877 онд тайлбарласан байна. Тэрээр Броуны хөдөлгөөний учир тоосонцорт өөрт нь байгаа юм биш, харин тоосонцорыг хүрээлэгч орчин болох шингэний молекулууд тоосонцорыг тал талаас нь эмх замбараагүй мөргөдөгт оршиж байгаа юм. Мөргөлт маш замбараагүйн улмаас байс хийгээд л тоосонцорын аль нэг талаас молекулуудын мөргөх хүч бусад талаас мөргөх хүчнээс илт давуу болж ирэх бөгөөд тэр бүрд тоосонцор үсрэх мэт хөдлөнө гэжээ. Энэ бол молекуль кинетик төсөөллийн үүднээс хийсэн тайлбар юм. Молекуль кинетик онолын суурийг 19-р зууны хоёрдугаар хагасын эхэнд Больцман, Максвелл нар тавьсан болой. Гэвч энэ онолд судлаачид тэр бүр итгэж өгөхгүй байсаар 20-р зууны эхтэй золгожээ.

Эйнштейний 1905 онд физикт хувьсгал хийсэн бүтээлүүдийн нэг нь броуны хөдөлгөөний онол байлаа. Энэ онолын дүгнэлтүүд туршлагаар шалгагдаж нотлогдсны үр дүнд молекуль - кинетик онолд итгэх итгэл бүр мөсөн тогтож атомизмын төсөөлөл эргэлт буцалтгүй болсон гэдэг. Эйнштейний броуны хөдөлгөөний онолын ач холбогдол үүнд оршдог байна.

Дунд сургуульд Броуны хөдөлгөөн үздэг. Багшлах дадлагаар явж байхдаа багш нарын тайлбарыг сонсож байсан юм байна. Сонирхуулъя. Тоосонцор бол молекул биш, хэдийгээр жижиг боловч макро биет мөн, тиймээс тоосонцорын хөдөлгөөн бол молекулын хөдөлгөөн биш, харин молекулууд түүнийг эмх замбараагүй мөргөснөөс болж эмх замбараагүй хөдөлж

байгаа юм гэж тайлбарладаг. Маргах аргагүй үнэн л дээ. Гэтэл тоосонцорын хөдөлгөөнийг молекулийн хөдөлгөөнөөс ялгаж үздэггүй багш бас тааралдсан. Тэр багш

Дулааны хөдөлгөөнд оролцож молекультой чөлөөтэй мөргөлдөгч биеийн хувьд тоосонцорыг молекулаас ялгаж онцлох үндэс байхгүй. Түүнийг овор их, масс их макро" молекуль" гэж үзэхэд юуны буруу байх вэ. Тоосонцорын хөдөлгөөнийг ажиглаж байгаа нь том "молекулийн" хөдөлгөөнийг нүдээр харж байгаа хэрэг

гэж үзсэн бололтой. Энэ багшийн тайлбарт дэм үзүүлэхийн үүднээс Ланжевений тэгшитгэлд тулгуурласан Броуны хөдөлгөөний феномонолог онолд асуудлыг хэрхэн тавьсантай цухас танилцъя

А. Исихара. Статистическая физика. Изд.мир.М., 1973.

Шингэнд орхисон броуны бөөмд шингэний зүгээс үйлчлэх хүчийг хоёр хэсгээс тогтоно гэж төсөөлнө. Нэг талаас броуны бөөм макро бөөм тул түүнд шингэний зүгээс үрэлтийн хүч учирна. Нөгөө талаас броуны бөөм хангалттай жижиг тул түүнийг молекулууд мөргөх хүч их флуктуацтай байна. Энэ флуктуацийг замбараагүй утга авах хүчээр төлөөлүүлэн дүрсэлнэ. Энэ замбараагүй хүчний нөлөөгөөр броуны бөөм эмх замбараагүй шилжих хөдөлгөөн хийнэ. Эдгээр хүчний үйлчлэлээр хөдлөх бөөмийн хөдөлгөөний тэгшитгэл

$$\frac{dv}{dt} = -\gamma v + X(t) \quad \text{-Ланжевений тэгшитгэл}$$

γ - нэгж массд ногдох үрэлтийн хүч, $X(t)$ - замбараагүй утга авах санамсаргүй хүч. Энэ хүчний хангалттай их хугацаанд авсан дундаж утга тэгтэй тэнцүү: $\overline{X(t)} = 0$.

Ланжевений тэгшитгэлийн формаль шийд

$$v(t) - v(0)e^{-\gamma t} = e^{-\gamma t} \int_0^t e^{\gamma x} X(x) dx \quad (1)$$

Баруун талыг дараахь хэлбэртэй болгоё

$$\sum_j e^{v_j \Delta t} \int_{j \Delta t}^{(j+1) \Delta t} X(x) dx = \sum_j e^{v_j \Delta t} \bar{X} \Delta t. \quad (2)$$

Онолд $\gamma t \gg 1$ нөхцөлд $v(t)$ хурд $v(0)e^{-\gamma t}$ утгынхаа орчимд авах утгын түгэлт Максвеллийн түгэлтэнд ойртож очно гэж таамаглаж болно гэж бичжээ.

Энд броуны бөөмийг дулааны хөдөлгөөнд оршин молекулуудтай мөргөлдөгч биетийн хувьд молекулаас ялгаж онцлоггүй нь илэрхий байна. Яг молекуль шиг үзэж анх тайван байсан бол хурдны түгэлт нь максвеллийн түгэлт байх ёстой гэж үзсэн байна.

$$(v - v(0)e^{-\gamma t}) \quad \text{хэмжигдүүний түгэлт}$$

Максвеллийн байхын тулд $\bar{X} \Delta t$ хэмжигдүүний түгэлт Гауссын байвал таарна. Тухайлбал Гауссын түгэлтийг

$$\tau(\bar{X} \Delta t) = (4\pi q \Delta t)^{-3/2} \exp\left(-\frac{(\bar{X} \Delta t)^2}{4q \Delta t}\right), \quad (3)$$

$q = \gamma kT/m$, k – Больцманы тогтмол

гэж аваад (2) ын гишүүн бүрд хэрэглэн, бас интервал бүрд $\bar{X} \Delta t$ хэмжигдүүн бусад интервалын ийм хэмжигдүүнээс хамаарахгүй гэж үзэн тооцоо үйлдвээс $\gamma t \gg 1$ нөхцөлд

$$W(v, t, v(0)) = \left(\frac{m}{2\pi kT(1 - e^{-2\gamma t})}\right)^{3/2} \cdot \exp\left\{-\frac{m(v - v(0)e^{-\gamma t})^2}{2kT(1 - e^{-2\gamma t})}\right\} \quad (4)$$

болно. Энэ бол хурдаар түгэх түгэлт, Энэ бол Максвеллийн түгэлт (1).-ийг интегралчилан олбоос

$$r(t) - \gamma^{-1} v(0)(1 - e^{-\gamma t}) = -\gamma^{-1} e^{-\gamma t} \cdot \int_0^t e^{\gamma' t} X(x) dx + \gamma^{-1} e^{-\gamma t} \int_0^t X(x) dx \quad (5)$$

(5) –ийн баруун талыг (2) адил нийлбэр болгон задалж гишүүн бүрд (3) гауссын түгэлт хэрэглэн (4)-г гаргасан процедурыг мөрдөж координатаар түгэх түгэлтийг олбоос

$$W(r) \approx \frac{1}{(4\pi D)^{3/2}} \exp\left(-\frac{r^2}{4Dt}\right), \quad (\gamma t \gg 1) \quad (6)$$

Үүнд $D = \frac{kT}{m\gamma}$ – диффузийн коэффициент

буюу эйнштейний томъёо.

Түгэлтийг хэрэглэн дундаж квадрат шилжилтийг олбоос

$$\langle r^2 \rangle = \frac{6kT}{m\gamma} t \quad (7)$$

Туршилгаар энэ шүтэлцээг дахин дахин шалгаж үзжээ. Туршилгаар энэ шүтэлцээг хангах k –ын утгыг тодорхойлоод Больцманы тогтмолын утгатай жишиж үзэхэд тохирч байсан нь молекул-кинетик онолд эргэлзэх хэрэггүй болохыг бүхэнд харуулж өгсөн гэнэ билээ.

Броуны хөдөлгөөн бол санамсаргүй (стохастик) процессын сонгодог жишээ мөн. Физик процесст стохастик агшин байсан л бол үл буцах процесс болчихдог. Дулаан дамжуулалт, диффуз гэх мэт физик үзэгдэлүүд үл буцах процесст хамаарна. үл буцах процессыг тэнцвэрт бус статистик механикт судалдаг. Физикийн ангид термодинамик, статистик физик хоёуланг нь 32 цагт үзэхээр сургалтын программд тусгагдсан байгаа. Тэнцвэрт бус статистик механик үзэх боломж тааруу. Цаг хомс нь гол шалтгаан биш, нарийн төвөгтэй математик аппарат нь бакалаврын төвшинд хүнддэг.

Үл буцах статистик механикийн ихэд дэлгэрсэн нэгэн сурах бичиг:

R. Kubo, M. Toda, N. Hashitsume

Statistical physics II (Nonequilibrium statistical Mechanics)

Springer –Verlag Berlin Heidelberg 1985, 1991, 1998

Броуны хөдөлгөөний анхны математик загвар болсон Винерийн процессын онол хэмээх санамсаргүй процессын математик онол 1930 аад онд үүссэн гэдэг. Одоо ч броуны хөдөлгөөнтэй шууд ба шууд бус холбоотой стохастик процессын математик судалгаа үргэлжилсээр байгаа аж.

<http://stat-www.berkeley.edu/>

Department of statistics

“Graduate course Brownian motion”

Броуны хөдөлгөөний классик онолын тойм бий ажээ.

Min Chen Wang, G.E.Uhlembeck: Rev. Mod. Phys.17,323(1945)

Статистик механикаас термодинамикт шилжих мөч

Статистик механик термодинамик хоёр арга зүйн хувьд тэнгэр газар мэт ялгаатай. Хэдүй тийм боловч статистик механик өөрийн хүрээндээ зарчим, арга зүйгээ хэрэглэсээр термодинамикийн үндсэн томъёо гаргадаг.

Термодинамикийн гол хууль:

$$dE = TdS + dA \quad (8)$$

Үүнийг энерги хадгалагдах ба хувирах хууль гэдэг билээ. Энд E - дотоод энерги, T - абсолют температур, S - энтропи, dA - эгэл ажил.

Механик ажлын тодорхойлолт ёсоор, шингэн буюу хийн биед, dA - эгэл ажил нь

$$dA = -pdV, \quad p = -\left(\frac{\partial E}{\partial V}\right)_s \quad (9)$$

Термодинамикийн гол хууль бол туршилгаар тогтоогдсон хууль мөн.

Статистик механик бол статистик онол. Энэ онолд (9) -ийн статистик үндэслэл хийсний дараа термодинамикийн үндсэн томъёо (8) -нь ерийн адилтгал болж гарч ирдэг. (8) -ийн үндэслэл хийх мөчид бидний хэрэглэж буй сурах бичгүүдэд мэдээж гэж үзээд орхисон зүйлд мөхөс би өөрийн хир хэмжээгээр хийсэн тайлбарыг статистик механик эхлэн үзэж буй хэн нэгэнд тус болж юу магад гэж толилуулав.

Статистик физикийн тодорхойлолтоор, биеийн дотоод энерги E :

$$E = \sum_l \varepsilon_l w_l, \quad \varepsilon_l \text{ бол } l\text{-квант төлөвийн энерги, } w_l \text{ бол } l\text{-квант төлөвт орших магадлал} \quad (10)$$

Даралт p :

$$p = \sum_l p_l w_l, \quad p_l \text{ бол } l\text{-квант төлөв дэх даралт, } w_l \text{ бол } l\text{-квант төлөвт орших магадлал,} \quad (11)$$

Механикийн дүрэм ёсоор,

$$p_l = -\frac{d\varepsilon_l}{dV} \quad (12)$$

(10)-аас

$$\left(\frac{\partial E}{\partial V}\right)_s = \sum_l \left(\frac{\partial \varepsilon_l}{\partial V}\right)_s w_l + \sum_l \varepsilon_l \left(\frac{\partial w_l}{\partial V}\right)_s, \quad (13)$$

ε_l, V - хэмжигдүүнүүд механик утгатай тул

$\left(\frac{\partial \varepsilon_l}{\partial V}\right)_s$ - уламжлалд s индексийг орхиж болно.

$$\left(\frac{\partial \varepsilon_l}{\partial V}\right)_s = \frac{\partial \varepsilon_l}{\partial V} = -p_l \quad (14)$$

Иймд

$$\left(\frac{\partial E}{\partial V}\right)_s = -\sum_l p_l w_l + \sum_l \varepsilon_l \left(\frac{\partial w_l}{\partial V}\right)_s = -p + \sum_l \varepsilon_l \left(\frac{\partial w_l}{\partial V}\right)_s \quad (15)$$

Энэ илэрхийлэл

$$\left(\frac{\partial w_l}{\partial V}\right)_s = 0 \quad (16)$$

нөхцөлд термодинамикийн (9) томъёо болж хувирна. Тэгэхлээр (16) нөхцөлд учир байна. Ч. Киттель "статистик термодинамик" сурах бичигтээ энэ нөхцлийг тайлбарлалгүй өнгөрсөн байв. Тодруулъя.

Тэрээр

$$\varepsilon_l(V + \Delta V) = \varepsilon_l(V) + \frac{\partial \varepsilon_l}{\partial V} \Delta V + \dots \quad (17)$$

гэж бичээд хоёр талыг w_l -ээр үржин нийлбэр авчээ.

$$\sum_l \varepsilon_l(V + \Delta V) w_l = \sum_l \varepsilon_l(V) w_l + \sum_l \frac{\partial \varepsilon_l}{\partial V} w_l \Delta V + \dots \quad (18)$$

Дараа нь

$$E(V + \Delta V) = E(V) - p \Delta V + \dots \quad (19)$$

гэж бичтээд (9)-д шилжжээ. Бүх юм ёсчлон хийгдэж байгаа мэт боловч нэг зүйлийг анхаарах хэрэгтэй. Уг нь

$$E(V + \Delta V) = \sum_l \varepsilon_l(V + \Delta V) w_l(V + \Delta V) \quad (20)$$

гэж байх ёстой биш үү.

Одоо Л. Ландау, Е. Лифшиц нар тайлбараас яаж зайлсхийсэнтэй танилцъя. Гаднын оронд орших дулааны солилцоогүй

системд, хэрвээ гадаад параметр удаан өөрчлөгдөх юм бол энтропи өөрчлөгдөхгүй гэж бичээд

$$\frac{dE}{dt} = \left\langle \frac{\partial E(q, p, \lambda)}{\partial t} \right\rangle \quad (21)$$

байх нь мэдээжийн хэрэг гэжээ. Энд $\langle \dots \rangle$ бол түгэлтийн функц хэрэглэн дундчилсан дундаж утгыг тэмдэглэж буй. $E = \langle E(q, p, \lambda) \rangle$ бол энергийн дундаж утга буюу энергийн термодинамик утга.

(21) - ийг үгчилбэл, энергийн дундаж утгаас хугацаагаар авсан уламжлал нь энергээс хугацаагаар авсан уламжлалын дундаж утгатай тэнцүү. Өөрөөр хэлбэл, хугацаагаар уламжлал авах ансамблиар дундаж авах үйлдлүүдийн дарааллыг сольж болох нь мэдээж гэж хэлжээ. Тэд энэ мэдээж юмаа ашиглан (9) - ийг гаргаж авсаан.

Л. Ландаугийн мэдээж гэсэн юмыг мөхөс багш би оюутдаа яахин мэдээж хэмээн дамжуулж болох билээ.

Тайлбар. Адиабат систем бол механик системээс өөрцгүй. Ийм системүүдээс тогтсон ансамбль-д систем бүр механикийн хуулиар, фазын огторгуйд өөрийн гэсэн мөрийг хөөнө. Механикийн тэгшитгэлийн шийд нэгэн утгатайн улмаас нэг траектор дагуу хөдлөх системүүд өөр траекторийхтой холилдохгүй тул траектори дагуу системийн тоо буюу түгэлтийн функцийн утга өөрчлөгдөхгүй.

$$f(q^0, p^0, 0) = f(q', p', t) \quad (22)$$

Энд q^0, p^0 - анхны агшин дахь утгууд, q', p' бол t агшин дахь утгууд. Үүний дифференциаль хэлбэрийг Лиувиллийн тэгшитгэл гэдэг. Лиувиллийн тэгшитгэл:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial H}{\partial p} \frac{\partial f}{\partial q} - \frac{\partial H}{\partial q} \frac{\partial f}{\partial p} = 0 \quad (23)$$

Лиувиллийн тэгшитгэл бол адиабат системд тохирох тэгшитгэл. Энэ тэгшитгэлээр тодорхойлогдох f -функц хугацаагаар өөрчлөгдсөн ч гэсэн f -функцээр илэрхийлэгдэх Больцманы энтропи өөрчлөгдөхгүй гэж баталж болно. Иймд нөгөө “мэдээж” (21)- ийг шалгахад Лиувиллийн тэгшитгэл тохирно. Энергийн дундаж утгаас хугацаагаар авсан уламжлал

$$\frac{dE}{dt} = \frac{d}{dt} \int E(q, p, \lambda(t)) f(q, p, \lambda(t)) dq dp \quad (24)$$

Баруун талд t -ээр интеграл дор уламжлал

авахд хоёр гишүүн үүснэ. $\frac{\partial}{\partial t} f(q, p, \lambda(t))$

агуулсан интегралыг Лиувиллийн тэгшитгэл ашиглан тэг гэж үзүүлж болно. Тэхэд

$\frac{\partial}{\partial t} E(q, p, \lambda(t))$ агуулсан интеграл үлдэж

(24) нь (21) болж хувирна.

Квант статистикийн (16) нөхцөлийг юу гэж ойлгох вэ? Классик статистик дахь адиабат системийн түгэлтийн функц фазын траектор дагуу өөрчлөгдөхгүй гэсэн томъёоллыг квант статистик-д адиабат системийн w , магадлал гадаад параметр аажим хувьсахад өөрчлөгдөхгүй гэсэн томъёоллоор солих ёстой.

Нэгэн хувилбар

Дунд сургуульд динамикийн үндэсийг Ньютоны гурван хууль хэлбэртэй заадаг. Хүч, масс хэмжигдүүнүүд “маргаангүй” сайн тодорхойлогддог. Хүүхдүүд сайн ойлгож авдаг болохлоор үүнээс илүү юм хайх хэрэггүй гэж бодогдмоор.

Эвклидийн геометр таван үл хамаарах постулат дээр тулгуурлан баригддаг барилга. Таван постулатын сонголт өөр өөр байж болох авч барилга нь нэг л барилга байдаг. Түүнтэй адилаар термодинамикийн хуулиудыг өөр өөрөөр томъёоллоо гээд термодинамикийн барилга өөр өөр болчихдоггүй.

Дунд сургуульд динамикийн үндсийг Ньютонын гурван хууль хэлбэртэй заах албагүй. Өөр хувилбар ч бий. Хоёр биеийн хурдатгалын харьцаа харилцан үйлчлэлийн төрөл болон “хэмжээнээс” үл хамаарна гэсэн агуулга бүхий постулат буюу хууль зарлан динамикийн барилга босгох гэсэн хувилбарыг эрэгцүүлж бодоход логик талаасаа нэг юм дутаад байх шиг санагддаг байсан.

Энэ хувилбарт дамжих хууль нэмж оруулах юм бол сая гүйцэд шинжтэй болно гэж үзсэнийг маань тунгаан соёрхоно уу.

Гүйцэд хувилбар масс хэмээх хэмжигдүүнийг цэвэрхэн тодорхойлох явдал дээр гол анхаарлаа тавьсаан. Хүч үүсмэл хэмжигдүүн. Ерөнхийдээ ийм.

Инерцит тооллын систем

Харилцан үйлчлэлцэгч хоёр биеийн хурдатгалууд эсрэг чиглэлтэй бөгөөд тоон харьцаа нь алдагддаггүй тооллын систем бий. Ийм тооллын системийг *инерцит тооллын систем* гэж нэрлэнэ.

Инерцит тооллын системд, 1-р биеийн хурдатгалын хэмжээг a_1 , 2-р биеийхийг a_2 гэвэл

$$\frac{a_1}{a_2} = c_{12}, \quad c_{12} - \text{тогтмол.} \quad (25)$$

Харилцан үйлчлэлээс хамаарч a_1, a_2 тус бүрдээ өөрчлөгдөх боловч харьцаа нь өөрчлөгдөхгүй гэсэн нь уг харьцаа харилцан үйлчлэлээс хамаарахгүй гэсэн хэрэг. Тэгэхлээр уг харьцаа харилцан үйлчлэлээс биш юм бол хоёр биеийн өөрсдийн нь шинжтэй холбоотой байж таарна.

Хоёр биеийн өөрсдийн шинж гэхлээр хоёр биеийн дундын шинж ч байж болох, бие тус бүрийн шинж ч байж болох билээ. Бие тус бүрийн шинж байж болох уу гэсэн асуудал тавиад бодож үзье. Бие тус бүрийн шинж байг. Энэ шинжээ инерц (хөшинг) шинж гэж нэрлээд хэмжиж болдог гэж бодъё. Хэмжээг нь масс гэж нэрлэе. Масс бие бүрт их бага аль нэг хэмжээтэй байдаг юм бол хоёр биеийн хурдатгалын харьцаа уг хоёр биеийн массын харьцаатай холбоотой гэж үзэх нь зүйн хэрэг.

Дамжих хууль. Масс.

Хоёр биеийн массыг m_1, m_2 гэж тэмдэглэе. Хоёр биеийн хурдатгалын харьцаа массын харьцаатайгаа урвуу шүтэлцээтэй байж болох уу:

$$\frac{a_1}{a_2} = c_{12} = \frac{m_2}{m_1} \quad (26)$$

Гурван бие авч үзье. Массуудыг нь m_1, m_2, m_3 гэе. Инерцит тооллын системд

$$\frac{a_1}{a_2} = c_{12}, \quad \frac{a_1}{a_3} = c_{13}, \quad \frac{a_3}{a_2} = c_{32}, \quad (27)$$

(26) шүтэлцээг 1 ба 2, 1 ба 3, 3 ба 2 биед хэрэглэвэл

$$c_{12} = \frac{m_2}{m_1}, \quad c_{13} = \frac{m_3}{m_1}, \quad c_{32} = \frac{m_2}{m_3}, \quad (28)$$

Эндээс

$$c_{12} = c_{13}c_{32} \quad (29)$$

болно. Тэгэхлээр аль ч хоёр биеийн хурдатгалын харьцаа массын харьцаатайгаа урвуу шүтэлцээтэй байх юм бол аль ч гурван биеийн хувьд

c_{12}, c_{13}, c_{32} гурван тогтмол хоорондоо (29) гэсэн холбоотой болж таарлаа.

Энэ шүтэлцээ эс биелэгдвээс масс гэгч (26) -аар тодорхойлогдох хэмжигдүүн байж болохгүй ажээ.

Дурын N тооны бие авч үзье. c_{ij} , ($i < j$) тогтмолуудын тоо $N(N-1)/2$.

Энэ тоо $N \gg 1$ үед $N^2/2$ эрэмбэтэй асар их байж болно. Гэвч энэ олон хэмжигдүүнийг (29) нөхцөлийн ачаар $m_1, m_2, \dots, m_N$ гэсэн N ширхэгхэн хэмжигдүүнээр илэрхийлж болно. Тухайлбал $c_{12}, c_{13}, \dots, c_{1N}$ гэсэн $(N-1)$ ширхэг хэмжигдүүн өгөгдсөн байхад

$$c_{12} = \frac{m_2}{m_1}, \quad c_{13} = \frac{m_3}{m_1}, \quad \dots, \quad c_{1N} = \frac{m_N}{m_1} \quad (30)$$

нөхцөл хангах N ширхэг хэмжигдүүн олдonoо доо. Өөрөөр хэлбэл массыг ингээд тодорхойлчихё. 1-р биеийн массыг массын нэгж болгон авлаа. Тэгвэл дурын c_{ij} -д (26) ёсоор

$$c_{ij} = c_{i1} \cdot c_{1j} = \frac{m_1}{m_i} \frac{m_j}{m_1} = \frac{m_j}{m_i} \quad (31)$$

болно.

Инерц шинжийн хэмжээ болох массыг (26) жишиг баримтлан нэгэн утгатай тодорхойлж болох нь тогтоогдсон болохоор дараахь үгүүлбэрийг хэлж болно.

Хоёр бие харилцан үйлчлэлд орохдоо их масстай буюу их инерцтэй нь бага хурдатгал, бага масстай буюу бага инерцтэй нь их хурдатгал авна.

Инерцийн хэмжээ болох массыг заавал (26) аар тодорхойлох нь албагүй. Жишээ нь хурдатгадын харьцаа массуудын харьцаатай шууд хамааралтай гээд авсан ч болно гэдгийг тэмдэглэе.

Манай хувилбарт

$$C_{12} = C_{13}C_{32} \quad (32)$$

харьцаа чухал ач холбогдолтой боллоо. Энэ харьцааны ачаар масс хэмээх хэмжигдүүн оршин байгаа. Энэ харьцаа ямар нэг утгаар дамжих шинжийг илэрхийлж байгаа тул дамжих хууль гээд нэрлэж болмоор.

Термодинамикт дамжих хууль (транзитив хууль буюу постулат) гэж бий. Тэр хууль:

Хэрвээ А систем В системтэй, В систем С системтэй тэнцвэртэй оршиж байвал А систем нь С системтэй тэнцвэртэй байна.

Энэ постулатаас температур хэмээх хэмжигдүүн оршин байна гэсэн дүгнэлт гарч ирдэг.

Манай хувилбарт дамжих хуулиас гадна инерцит тооллын систем бий гэсэн хууль байгаа. Хоёр хууль байна. Стандарт хувилбарт гурван хууль томъёолдог болов ч угтаа хоёр хууль билээ.

Манай хувилбар стандарт хувилбартай ямар холбоотой вэ (26)-г хоёр хурдатгал эсрэг чигтэй гэдгийг тусган

$$m_1 \vec{a}_1 = -m_2 \vec{a}_2 \quad (33)$$

гэж болно.

Хүч бол бие даасан хэмжигдэхүүн биш, масс хурдатгал хоёрын үржвэр гэж тодорхойлогдоно:

$$\vec{F} = m \vec{a} \quad (34)$$

Тэхэд (33) нь ньютонь 3-р хууль болж хувирна.

$$F_1 = -F_2 \quad (35)$$

Эйнштейний физикт хийсэн хувьсгалын 100 жилийн ойд зориулан физикийн нийгэмлэгээс зохион байгуулсан хуралд оролцох урилга өгсөн хурал зохион байгуулагчдад, ялангуяа проф. Д. Сангаад баярлалаа Хурлаас, санал асуултаар илтгэл нь тэргүүн байрт шалгарсан Проф. Ц.Ганцог, Д. Улам-Оргих нарт баяр хүргэе. Эцэст, хуралд оролцсон эрдэмтэн мэргэд, мэрэгжилтэн, оюутан, бүх хүмүүст сайн сайхныг хүсэн ерөөе.