Шингээгч сууръ орчны гүн тийш таран саарах цахилгаан соронзон ТЕ долгио

Г. Очирбат, Д. Улам-Оргих, О. Нямсүрэн

МУИС, ФЭС, Онолын Физикийн Лаборатори

Максвеллийн тэгшитгэлээс шугаман шингээлттэй керр орчны гүн рүү тарах ТЕ стационар цахилгаан соронзон долгионы амплитуд ба фазын уламжлалыг тодорхойлох зөв асимптот цуваа олов. Олсон үр дүнг үелсэн бүтцийн шугаман шингээлттэй керр суурийн гүн тийш тарах ТЕ долгиог тодорхойлоход хэрэглэж болно.

Үелсэн хавтгай бүтцэд гадаргуу даган тарах шугаман бус долгионы ер бусын шинж болон түүнийг шугаман бус оптик багажид хэрэглэх хэрэглээнээс үүдэн олон тооны судалгааны ажил хийгдсэн байна. Гэвч эдгээр ажилд ихэвчлэн шингээлтгүй орчноор хязгаарласан бөгөөд шингээгч материал гэж үзсэн тохиолд тооцоог тоон тооцооны аргаар гүйцэтгэсэн байна. Харин зөвхөн [1-2] ажилд аналитик шийд олох оролдлого хийжээ. Эхнийхэд нь шингээлт бага байхаас гадна орчны гүн тийш тарах долгио нь шугаман тохиолд экспоненциаль хуулиар буурах долгио байхаар тооцсон байна. Сүүлийн шинж нь гадаргуун долгионы мөн чанартай холбоотой юм.

Бид энэ хоёр хязгаарлалтаас ангид аналитик шийд олох зорилт тавилаа. Ийм шийд нь гадаргуун долгионд төдийгүй шингээгч орчны хил дээр туссан долгионы уг орчны гүн рүү нэвтрэх хэсэгт бас хэрэглэгдэнэ. Шингээлт бага байх нөхцөл тэр бүр биелдэггүй, харин шугаман бус хэсгийн коэффициент бага гэж үзэх нь үнэнд ойр юм. Үүнтэй холбогдуулан шугаман бус хэсгийн коэффициентийг бага пареаметр гэж үзлээ. Бид математикийн хувьд хамгийн хялбар тохиол болох ТЕ долгиог эхлээд үзэв. Хөнгөнөөс хүнд рүү гэсэн дараалаар цаашид асуудлыг гүнзгийрүүлэн авч үзэх болно. Шингээгч суурь орчны гадаргуугаас гүн тийш таран саарах стационар цахилгаан долгио

$$e(x,z,t)=\frac{1}{2}e(z)\cdot\exp(i(\beta k_0 x-\omega t))+\text{ c.c} \qquad (1)$$

үүнд $k_0=\frac{\omega}{c}$, ω – давтамж, β-рефракц индекс буюу таралтын тогтмол z- нь гадаргууд перпендикуляр тэнхлэг, x- нь гадарга дээр тарах чиглэлийн дагуу авсан тэнхлэг.

Максвеллийн тэгшитгэлээс [2]

$$\frac{d^2e(z)}{dz^2}+(\gamma+i\delta)e(z)+\alpha|e|^2e(z)=0, \qquad (2)$$

үүнд ε - диэлектрикийн тогтмол, $\gamma=\varepsilon-\beta^2$, $\delta=\frac{4\pi\sigma}{\omega}$, α - тогтмол σ – дамжиц, хэмжээсгүй $k_0 z$ – ийг z -ээр тэмдэглэв.

Шугаман тохиолд $(\alpha=0)$, (2) -оос

$$e(z)=u_0\cdot\exp(ipz+i\psi_0), \qquad (3)$$

үүнд u_0 - тогтмол,

$$p=q+i\lambda,\quad q^2-\lambda^2=\gamma,\quad \delta=2\lambda q,\quad \lambda>0, \qquad (4)$$

буюу

$$e(z)=e_0(z)=u_0\exp(-\lambda z)\cdot\exp(iqz+i\psi_0), \qquad (5)$$

$q>0$ бол z-ийн эерэг зүгт, $q<0$ бол сөрөг зүгт тарах жигд биш долгио (неоднородная волна) болно. Манай тохиолд $q>0$. $\alpha\neq 0$ тохиолд шийдийг

$$e=u\cdot\exp(i\psi), \qquad (6)$$

гэсэн хэлбэртэй хайна. Үүнд

$$\frac{du}{dz}=-\lambda u+\alpha u_1+\alpha^2u_2+\ldots \qquad (7)$$

$$\frac{d\psi}{dz}=q+\alpha v_1+\alpha^2v_2+\ldots \qquad (8)$$

бөгөөд $u_1,u_2,\ldots v_1,v_2,\ldots$ нь u-аас хамаарсан функц гэж үзье

$$\frac{d^2u}{dz^2}=\lambda^2u-\lambda(u_1+u\dot{u}_1)\alpha+(-\lambda\dot{u}_2+u_1\dot{u}_1-\lambda u\dot{u}_2)\alpha^2+\ldots \qquad (9)$$

$$\frac{d^2\psi}{dz^2} = -\lambda u\dot{v}_1\alpha + (-\lambda u\dot{v}_2 + u_1\dot{v}_1)\alpha^2 + \ldots \qquad (10)$$

Энд $\dot{u}_1, \dot{v}_1$ – гэж u_1, v_1 – ээс u- гаар авсан уламжлалуудыг тэмдэглэв.

$$\frac{de}{dz} = \left(\frac{1}{u}\frac{du}{dz} + i\frac{d\psi}{dz}\right)e =$$
$$e\left\{-\lambda + iq + \left(\frac{u_1}{u} + iv_1\right)\alpha + \left(\frac{u_2}{u} + iv_2\right)\alpha^2 + \ldots\right\}, \qquad (11)$$

$$\frac{d^2e}{dz^2} = \frac{\partial e}{\partial u}\frac{d^2u}{dz^2} + \frac{\partial^2 e}{\partial \psi^2}\left(\frac{d\psi}{dz}\right)^2 +$$
$$\frac{\partial e}{\partial \psi}\frac{d^2\psi}{dz^2} + 2\frac{\partial^2 e}{\partial\psi\partial u}\frac{du}{dz}\frac{d\psi}{dz} \qquad (12)$$

(7), (8) - аас үзэхэд $\alpha = 0$ байхад (5) шийд гарч ирнэ. Энэ нь шингээлт бүхий шугаман тохиол анхны (тэг) нарийвчлал болж байхаар авагджээ гэсэн үг.

(6)-г (2) -д орлуулж тавиад (12)-д (7) - (10) -ийг тооцохлоор нэгдүгээр нарийвчлалд

$$-\lambda\left(\dot{u}_1 + \frac{u_1}{u}\right) - 2qv_1 - \lambda u\dot{v}_1 i +$$
$$2i\left(q\frac{u_1}{u} - \lambda v_1\right) + u^2 = 0. \qquad (13)$$

Энэ комплекс тэгшитгэл нь дараахь хоёр бодитой тэгшитгэл болно.

$$-\lambda\left(\dot{u}_1 + \frac{u_1}{u}\right) - 2qv_1 + u^2 = 0, \qquad (14)$$

$$-\lambda u\dot{v}_1 + 2\left(\frac{u_1}{u}q - \lambda v_1\right) = 0. \qquad (15)$$

Энэ хоёр тэгшитгэл нь

$$\frac{\lambda^2}{2q}u^2\ddot{u}_1 + \frac{3}{2}\frac{\lambda^2}{q}u\dot{u}_1 + \left(\frac{1}{2}\frac{\lambda^2}{q} + 2q\right)u_1 - \frac{2\lambda}{q}u^3 = 0, \qquad (16)$$

$$\frac{\lambda^2}{2q}u^2\ddot{v}_1 + \frac{5}{2}\frac{\lambda^2}{q}u\dot{v}_1 + 2\left(\frac{\lambda^2}{q} + q\right)v_1 - u^2 = 0. \qquad (17)$$

гэсэн хоёр тэгшитгэлд шилжинэ. Тухайн шийдүүд нь

$$u_1 = \alpha_1 u^3, \quad v_1 = \beta_1 u^2,$$

үүнд

$$\alpha_1 = \frac{2\lambda}{q} \Big/ \left(8\frac{\lambda^2}{q} + 2q\right) \qquad (18.1)$$

$$\beta_1 = \left(8\frac{\lambda^2}{q} + 2q\right)^{-1} \qquad (18.2)$$

(16), (17) -аас харгалзах нэгэн төрлийн тэгшитгэлийн нь ерөнхий шийдийг сонирхоё. $u = \exp(\lambda t)$ - орлуулга хийсний дараа (16) - ийн харгалзах нэгэн төрөл тэгшитгэл

$$\frac{1}{2q}\ddot{u}_t + \frac{\lambda}{q}\dot{u}_t + \left(\frac{1}{2}\frac{\lambda^2}{q} + 2q\right)u = 0. \qquad (16)'$$

(17) -ийн нэгэн төрөл тэгшитгэл нь

$$\frac{1}{2q}\ddot{v}_t + 2\frac{\lambda}{q}\dot{v}_t + 2\left(\frac{\lambda^2}{q} + q\right)v = 0. \qquad (17)'$$

(16)' -ийн характеристик тэгшитгэд

$$\frac{1}{2q}r^2 + \frac{\lambda}{q}r + \left(\frac{1}{2}\frac{\lambda^2}{q} + 2q\right) = 0. \qquad (16)''$$

(17)' -ийн характеристик тэгшитгэл

$$\frac{1}{2q}s^2 + 2\frac{\lambda}{q}s + 2\left(\frac{\lambda^2}{q} + q\right) = 0. \qquad (17)''$$

(16)'' - аас

$$r = -\lambda \pm \sqrt{-4q^2} = -\lambda \pm 2qi,$$

$$u_1 = \{c_1\exp(2qit) + c_2\exp(-2qit)\} \times$$
$$\exp(-\lambda t) + \alpha_1 u^3. \qquad (16)'''$$

u_1 бодитой байх шаардлагыг хангахын тулд $c_1 = c_2 = 0$ гэж авахаас өөр арга байхгүй. Ийнхүү нэгэн төрөл хэсгийн ерөнхий шийдийн талаар ярих хэрэггүй болов. v_1 - ийн хувьд байдал бас ийм.

Бид шийдийн зүй тогтолыг ажиглахын тулд бодолтыг нилээд өндөр эрэмбэтэй болтол нь үргэлжлүүлье.

Хоёрдугаар эрэмбийн нарийвчлалд u_2, v_2 – -ийн хувьд

$$\lambda\dot{u}_2 + \frac{\lambda}{u}u_2 + (2qv_2 + v_1^2) - \frac{1}{u}\dot{u}_1 u_1 = 0, \qquad (18)$$

$$\lambda u\ddot{v}_2 + 2\lambda v_2 - \dot{v}_1 u_1 - \frac{2}{u}(u_1 v_1 + q u_2) = 0, \tag{19}$$

гэсэн тэгшитгэлүүд үүснэ. Шийд нь

$$u_2 = \alpha_2 u^5, \tag{20.1}$$

$$v_2 = \beta_2 u^4, \tag{20.2}$$

$$\alpha_2 = -\frac{4\alpha_1\beta_1 q - \lambda(9\alpha_1^2 - 3\beta_1^2)}{18\lambda^2 + 2q^2}, \tag{21}$$

$$\beta_2 = -\frac{1}{2\lambda}\left(\frac{6\lambda^2}{q}\alpha_2 - \frac{\lambda}{q}(3\alpha_1^2 - \beta_1^2)\right). \tag{22}$$

Тэгэхдээ сүүлчийхэд нь α_2 -ийн оронд (21) -ийг орлуулж тооцох хэрэгтэй.

Одоо бид 3 ба 4 - р эрэмбийн нарийвчлалд гарсан шийдийг гаргалгаа үйлдэлгүйгээр шууд бичье

$$u_3 = \alpha_3 u^7, \tag{23.1}$$

$$v_3 = \beta_3 u^6, \tag{23.2}$$

үүнд

$$\alpha_3 = -\frac{q}{32\lambda^2 + 2q^2}\times \left\{-8\frac{\lambda}{q}(4\alpha_1\alpha_2 - \beta_1\beta_2) + 6\alpha_1\beta_2 + 4\alpha_2\beta_1\right\}. \tag{24}$$

$$\beta_3 = -\frac{1}{2\lambda}\left\{8\frac{\lambda^2}{q}\alpha_3 - \frac{\lambda}{q}(8\alpha_1\alpha_2 - 2\beta_1\beta_2)\right\}. \tag{25}$$

Гарсан шийдийг шинжилье. Эхлээд шингээлт тэг рүү тэмүүлэх хязгаарыг үзье. $\lambda = 0$ гэхэд (18.2), (22), (23.2) нь

$$\beta_1 = \frac{1}{2q}u^2,$$

$$\beta_2 = -\frac{1}{2q}\frac{1}{2q}\frac{1}{2q}u^4 = -\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} - 1\right)\frac{1}{2!}\frac{u^4}{q^3}, \tag{26}$$

$$\beta_3 = \frac{2}{(2q)^5}u^6 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} - 1\right)\left(\frac{1}{2} - 2\right)\frac{1}{3!}\frac{u^6}{q^5}. \tag{27}$$

тус тус болно. Тэгэхлээр

$$\frac{d\psi}{dz} = q + \alpha\beta_1 + \alpha^2\beta_2 + \alpha^3\beta_3 + \ldots = q\left\{1 + \frac{1}{2}\left(\frac{u\sqrt{\alpha}}{q}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} - 1\right)\frac{1}{2!}\left(\frac{u\sqrt{\alpha}}{q}\right)^4 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} - 1\right)\left(\frac{1}{2} - 2\right)\frac{1}{3!}\left(\frac{u\sqrt{\alpha}}{q}\right)^6 + \ldots\right\} = q\sqrt{1 + \alpha\frac{u^2}{q}}. \tag{28}$$

Нөгөө талаас $\lambda = 0$ байхад (18.1), (21), (24) -өөс

$$\alpha_1 = \alpha_1 = \alpha_1 = \ldots = 0 \text{ буюу}$$

$$u = const \tag{29}$$

болно. Эндээс

$$p \equiv \frac{d\psi}{dz} = const. \tag{30}$$

Одоо (28) -аас

$$p^2 = q^2 + \alpha u^2. \tag{31}$$

Тэгэхлээр (6) шийд нь

$$e = u\cdot\exp(ipz + \psi_0). \tag{32}$$

Энэ нь орчны гүн рүү гүйгч, долгионы вектор нь эрчмээс хамааргч хавтгай долгион мөн. Ийнхүү манай шийд шингээлтгүй тохиолд орчны гүн рүү гүйгч хавтгай долгиог дүрсэлж байна.

Одоо өөр нэгэн хязгаарын тохиол авч үзье. Шугаман нарийвчлалд орчны гүн рүү экспоненциаль хуулиар саарагч долгионд харгалзах шийдийг шинжилье. Шугаман нарийвчлалд ийм шийд $q = 0$ байхад үүснэ. $q = 0$ -д (18.1), (21), (24) нь

$$\alpha_1 = \frac{1}{2^2}\cdot\frac{1}{\lambda}, \tag{33}$$

$$\alpha_2 = \frac{1}{2^3}\cdot\frac{1}{2^2\lambda^3}, \tag{34}$$

$$\alpha_3 = \frac{1}{2^4}\cdot\frac{1}{2^3\lambda^5}. \tag{35}$$

$\bar{u} = \dfrac{u\sqrt{\alpha}}{\sqrt{2\lambda}}$ гэж тэмдэглэвэл (7)- нь

$$\frac{1}{\lambda}\frac{d\bar{u}}{dz}=-\bar{u}\left\{1-\frac{\bar{u}^2}{2}+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}-1\right)\frac{1}{2!}\bar{u}^4-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}-1\right)\left(\frac{1}{2}-2\right)\frac{1}{3!}\bar{u}^6+\ldots\right\} \quad (36)$$

болно. Цуваag нийлбэрчилбээс

$$\frac{1}{\lambda}\frac{d\bar{u}}{dz}=-\bar{u}\sqrt{1-\bar{u}^2} \quad (37)$$

Үүнийг интегралчилбаас

$$\bar{u}=\frac{1}{\mathrm{ch}(\lambda z)}. \quad (38)$$

Энэ нь $z\to\infty$ үед тэг болдог бодитой шийд [1] мөн. Ийнхүү бидэнд долгионы амплитуд фазын уламжлалын хувьд зөв асимптот цуваа олдлоо. Эцэст амплитудыг

$$z(u)=\int\frac{du}{-\lambda u+\alpha u_1+\alpha^2u_2+\ldots} \quad (39)$$

гэсэн интегралыг авсны дараа $u(z)$ гэж тодорхойлно. Үүний дараа фаз нь

$$\psi=qz+\int(\alpha v_1+\alpha^2v_2+\ldots)dz \quad (40)$$

гэж олдоно.

Дүгнэлт

Максвеллийн тэгшитгэлээс шугаман шингээлттэй керр орчны гүн рүү тарах ТЕ стационар цахилгаан соронзон долгионы амплитуд ба фазын уламжлалыг тодорхойлох зөв асимптот цуваа олов. Шугаман тохиолын хоёр өөр горимд эдгээр цувааны нийлбэрийг олоход яг оносон шийдүүд нь гарав. Шингээлтгүй шугаман тохиолын хавтгай долгио нь долгионы урт нь эрчмээс хамаардаг шугаман бус хавтгай долгио болж хувирах ба шугаман тохиолын экспоненциаль хуулиар саарагч долгио нь шугаман бус урвуу гипербол косинус долгио болон хувирч байв. Олсон үр дүнг үелсэн бүтцийн шугаман шингээлттэй керр суурийн гүн тийш тарах ТЕ долгиог тодорхойлоход хэрэглэж болно.

Ишлэл

[1] V. M. Agranovich, V. Ya. Chernyak, Solid state communication, vol. 44, No 8, p. 1309-1311, 1982.

[2] V. K. Fedyanin, L. A. Uvarova, Preprint. JINR. E17-94-301, Dubna, 1994.

[3] D. Michalache, R. G. Nazmitdinov, V. K. Fedyanin, Nonlinear optical waves in layered structures, Preprint. JINR. E17-88-66, Dubna, 1988.

Abstracts

From Maxwell equations we have got correct asymptotic series for space derivatives of amplitude and phase of stationary TE electromagnetic waves spreading into depth of kerr media with linear absorbtion. On the way of summarizing these series , solutions arising from two cheerly different regimes of linear case are obtained to be exact appropriate solutions of linear cases. Plane wave in nonabsorbtional linear case reduced to plane wave with wavelength depending on intencity and exponentially decaying wave in linear case reduced to nonlinear inverse hyperbolic cosine wave. Our results may be used in describing TE light waves propagating into depth of kerr substrate with linear absorbtion.