tle improvement in precision than one-axis twisting because decoherence washes out the details of spin squeezing.

Let us consider entanglement and squeezing property during the evoltion. It can be easily checked that states evolved under two-axis twisting Hamiltonian satisfies the condition of high symmetry except for $N = 3$ case. Therefore, we have the following one to one correspondence between spin squeezing and quantum pairwise entanglement:

$$C_{\text{pair}} = \frac{1 - \xi_{\perp}}{N - 1}. \quad (49)$$

When $N = 3$ we have: $C_{\text{pair}} = \frac{|1-\xi_{\perp}|}{N-1}$.

Since the possible maximum of C_{pair} is $2/N$, we plot concurrence $\frac{N}{2}C_{\text{pair}} \leq 1$ in Figs. (2) -(5).

Pairwise negative correlation or spin squeezing always appears at the beginning short stage of evolution, although the evolution picture becomes more chaotic for large N. This property is familiar to one-axis twisting behavior (compare with Fig. 6 of the Ref. [9]). As we have shown in Ref. [17], such pairwise entanglement improves the frequency measurement precision in the presence of decoherence. For $N \geq 6$ we have quasi-periodic behaviour in entanglement evolution under two-axis twisting Hamiltonian. For large N one may expect chaotic behaviour.

IV. CONCLUSION

BEC is a macroscopic object consisting of genuine indistinguishable atoms. Nonlinear Hamiltonians of BEC should be expressed by collective operators. It could have not only second order nonlinearity as in two-mode approximation but also any high order nonlinearity. Many kinds of nonlinear Hamiltonians for preparing entanglement and squeezing states can be designed. Entanglement and squeezing properties can be studied using the result obtained in Ref. [9] provided that the wave function is found for a given Hamiltonian. But, in general, the later problem is difficult. In this Paper, we have dealt with two-axis twisting Hamiltonian for spin squeezing and have found an exact solution. By using the method given in this chapter we hope many other important nonlinear Hamiltonians could also be solved exactly in a similar way. Research in this direction would be very useful and fruitful since experiments on BEC are advancing at a great speed and many important new applications are appearing. For instance, Jakob Reichel and colleagues at the Ludwig-Maximilians University in Munich have recently created an "atom chip" in which electromagnetic fields control the movement of a condensate hovering above an electronic circuit. Entangled macroscopic states of BEC may become the key building ingredient of future quantum computers, like being entanglement container or supplier.

[1] M. Kitagawa and M. Ueda, "Squeezed spin states," Phys. Rev. A **47**, 5138–5143 (1993).

[2] M. Anderson, J. Ensher, M. Matthews, C. Wieman, and E. Cornell, "Observation of Bose-Einstein Condensation in a Dilute Atomic Vapor," Science **269**, 198 (1995).

[3] D. Hall, M. Matthews, J. Ensher, C. Wieman, and E. Cornell, "Dynamics of Component Separation in a Binary Mixture of Bose-Einstein Condensates," Phys. Rev. Lett. **81**, 1539 (1998).

[4] D. Hall, M. Matthews, C. Wieman, and E. Cornell, "Measurements of Relative Phase in Two-Component Bose-Einstein Condensates," Phys. Rev. Lett. **81**, 1543 (1998).

[5] D. Hall, J. Ensher, D. Jin, M. Matthews, C. Wieman, and E. Cornell, "Recent Experiments with Bose-Condensed Gases at JILA," Proc. SPIE **3270**, 98 (1998).

[6] C. N. Cohen-Tannoudji, "Manipulating atoms with photons," Rev. Mod. Phys. **70**, 707 (1998).

[7] F. Dalfovo, S. Giorgini, L. P. Pitaevskii, and S. Stringari, "Theory of Bose-Einstein condensation in trapped gases," Rev. Mod. Phys. **71**, 463 (1999).

[8] A. J. Legget, "Bose-Einstein condensation in the alkali gases: Some fundamental concepts," Rev. Mod. Phys. **73**, 307 (2001).

[9] D. Ulam-Orgikh and M. Kitagawa, "Entanglement of Permutation Symmetric State," In this Issue pp. 55–60 .

[10] O. Penrose and L. Onsager, "Bose-Einstein Condensation and Liquid Helium," Phys. Rev. **104**, 576 (1956).

[11] C. Menotti, J.R.Anglin, J.I.Cirac, and P.Zoller, "Dynamic splitting of a Bose-Einsten condencate," Phys. Rev. A **62**, 023601 (2001).

[12] S. Raghavan, A. Smerzi, and V. Kenkre, "Transitions in coherent oscillations between two trapped Bose-Einstein condensates," Phys. Rev. A **60**, R1787 (1999).

[13] U. V. Poulsen and K. Mølmer, "Positive-P simulations of spin squeezing in a two-component Bose condensate," Phys. Rev. A **64**, 013616 (2001).

[14] D. Gordon and C. M. Savage, "Creating macroscopic quantum superpositions with Bose-Einstein condensates," Phys. Rev. A **59**, 4623–4629 (1999).

[15] K. Helmerson and L. Yu, "Creating Masive Entanglement of Bose-Einstein Condenced Atoms," Phys. Rev. Lett **87**, 170402 (2001).

[16] J.M.Duan, J.I.Cirac, and P.Zoller, "Quantum Entanglement in spinor Bose-Einsten condencates," /quantum-ph/0107055 (2001).

[17] D. Ulam-Orgikh and M. Kitagawa, "Spin squeezing and decoherence limit in Ramsey spectroscopy," Phys. Rev. A **64**, 052106 (2001).

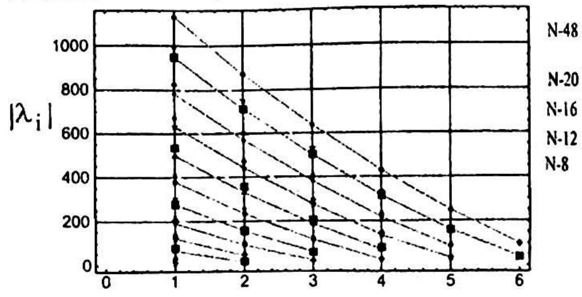


FIG. 1: Root distribution of polynomial equations for different N. The convex and steady property can be used for making the quickest algorithm for solving the polynomial equations. For some coefficients we have explicit expressions.

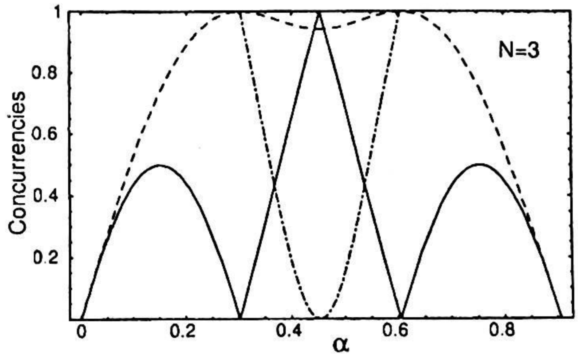


FIG. 2: Evolution of entanglement and squeezing properties of two-axis twisting model for $N = 3$. Solid line is $(N/2)C_{\text{pair}}$; Dashed line is C_{whole}. t is not spin squeezed $\langle S_{\perp}^2\rangle J/2$ in the middle region of $\mu \in [\frac{\pi}{6\sqrt{3}}, \frac{\pi}{3\sqrt{3}}]$. We have also plotted a negative correlation coefficient (Dash-dotted line) $\langle \Delta S_{\bar{n}}^2\rangle (4/J^2)/(1 - \langle S_{\bar{n}}\rangle^2 J^{-2})$.

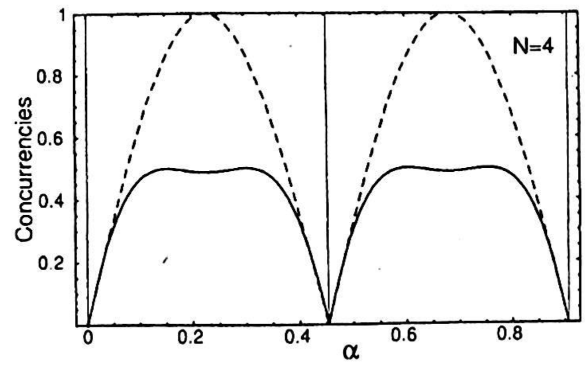


FIG. 3: Evolution of entanglement and squeezing properties of two-axis twisting model for $N = 4$. Solid line is $(N/2)C_{\text{pair}}$; Dashed line is C_{whole}.

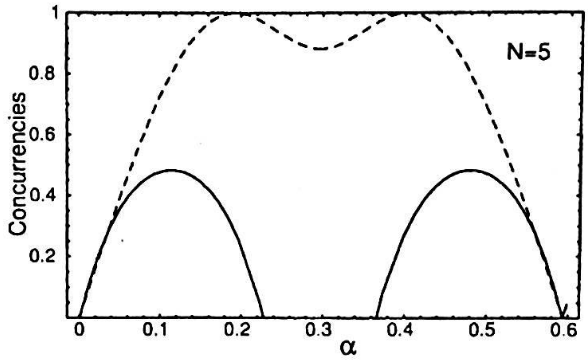


FIG. 4: Evolution of entanglement and squeezing properties of two-axis twisting model for $N = 5$. Solid line is $(N/2)C_{\text{pair}}$; Dashed line is C_{whole}.

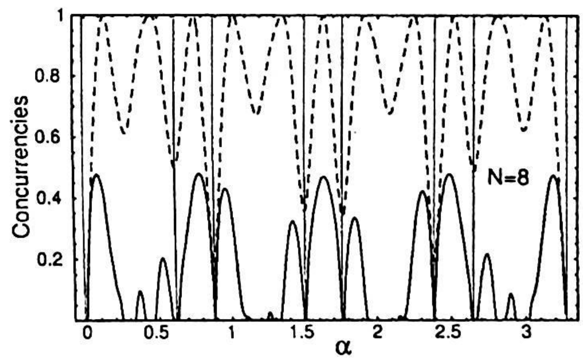


FIG. 5: Evolution of entanglement and squeezing properties of two-axis twisting model for $N = 8$. Solid line is $(N/2)C_{\text{pair}}$; Dashed line is C_{whole}.

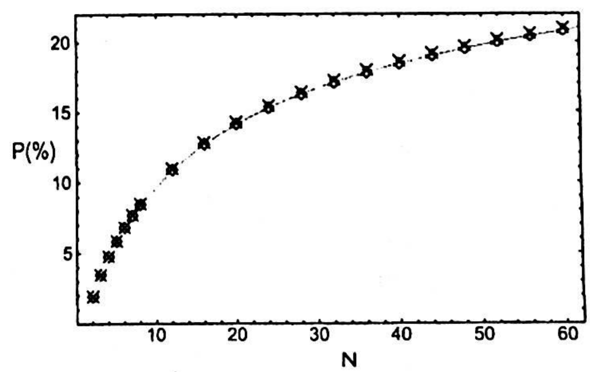


FIG. 6: Two-axis twisting models gives a little percentage improvement than one-axis twisting model because decoherence washes out the details of spin squeezing or entanglement. ×, two-axis twisting; ⋄, one-axis twisting

Монгол Улсын Их Сургуулийн Эрдэм Шинжилгээний Бичиг №224 ФИЗИК (11):33-50, 2004

Сөрөг Керр Орчинд Тарах Гэрлийн Стационар ТМ Долгионы Оронд Диэлектрикийн Функц Параметруудаас Хамаарах нь

Г. Очирбат, О. Нямсүрэн

Онолын Физикийн Лаборатори, Монгол Улсын Их Сургууль

Сөрөг керр орчинд тарах гэрлийн стационар ТМ цахилгаан соронзон долгионы оронгийн амплитудууд диэлектрикийн функцээр илэрхийлэгддэг. Диэлектрикийн функцийн координатаас хамаарах хамаарлыг тодорхойлох дөрвөн сул параметр агуулсан бөгөөд ерөнхий хэлбэртээ элементар ба тусгай функцээр илэрхийлэгддэггүй квадратур томъёо бий[1]. Энэ ажилд параметрүүдын утгын огторгуйг мужилж, муж бүрд диэлектрикийн функцийн координатаас хамаарах хамаарал ямар төрхтэй байхыг шууд хэлж чадах рецепт боловсруулав.

ОХ-тэнхлэгийн дагуу гүйхийн хамт OZ тэнхлэг дагуу тарах гэрлийн стационар цахилгаан соронзон ТМ долгионы орон :

$$\begin{aligned} E_z &= e(z)\exp(i\beta kx - i\omega t),\\ E_x &= -iA(z)\exp(i\beta kx - i\omega t), \qquad (1)\\ h_y &= h(z)\exp(i\beta kx - i\omega t), \end{aligned}$$

үүнд $e(z), A(z), -h(z)$ - амплитудууд, β - рефракцийн тогтмол, k - вакуум дахь долгионы векторын модуль.

Сөрөг керр орчны диэлектрикийн функц

$$\varepsilon = \varepsilon_l - e^2 - A^2, \qquad (2)$$

үүнд ε_l-диэлектрикийн тогтмол.

Максвеллийн тэгшитгэлүүд хэрэглэн e^2, A^2, h^2- хэмжигдхүүнүүдийг диэлектрикийн функцийн утгаар илэрхийлж болдог [1].

$$e^2(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta,cnst) = \frac{\beta^2}{2\varepsilon(2\beta^2-\varepsilon)}(\varepsilon_l^2 - \varepsilon^2 - cnst), \qquad (3)$$

$$A^2(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta,cnst) = \varepsilon_l - \varepsilon - e^2(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta,cnst), \qquad (4)$$

$$h^2(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta,cnst) = \frac{\varepsilon^2}{\beta^2}e^2(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta,cnst). \qquad (5)$$

Диэлектрикийн функц ε -ийн z-координатаас хамаарах хамаарлыг дараах интеграл ашиглан олно.

$$z = z_0 + \int_{\varepsilon_0}^{\varepsilon} \frac{\varepsilon - 2e^2(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta,cnst)}{2(2\beta^2-\varepsilon)\sqrt{A^2(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta,cnst)h^2(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta,cnst) - 4co^2}}d\varepsilon, \qquad (6)$$

үүнд $cnst$, co интегралчлалын тогтмолууд. Дараахь функцууд авья:

$$D(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta) = (\varepsilon-\varepsilon_l)(2\varepsilon(2\beta^2-\varepsilon) - \beta^2(\varepsilon_l+\varepsilon)), \qquad (7)$$

$$R(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta,cnst) = \beta^2 cnst - D(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta), \qquad (8)$$

$$Q(\varepsilon,\varepsilon_l,cnst) = \varepsilon_l^2 - \varepsilon^2 - cnst. \qquad (9)$$

Тэхэд

$$e^2(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta,cnst) = \frac{\beta^2}{2\varepsilon(2\beta^2-\varepsilon)}Q(\varepsilon,\varepsilon_l,cnst), \qquad (10)$$

$$A^2(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta,cnst) = \frac{R(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta,cnst)}{2\varepsilon(2\beta^2-\varepsilon)}, \qquad (11)$$

$$h^2(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta,cnst) = \frac{\varepsilon}{2(2\beta^2-\varepsilon)}Q(\varepsilon,\varepsilon_l,cnst), \qquad (12)$$

$$\begin{aligned} &F(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta,cnst) = \\ &R(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta,cnst)Q(\varepsilon,\varepsilon_l,cnst)/4(2\beta^2-\varepsilon)^2, \end{aligned} \qquad (13)$$

$$z = z_0 + \int_{\varepsilon_0}^{\varepsilon} \frac{\varepsilon - 2e^2(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta,cnst)}{2(2\beta^2-\varepsilon)\sqrt{F(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta,cnst) - 4co^2}}d\varepsilon, \qquad (14)$$

Интегранд нь $\varepsilon_l, \beta, cnst, 4co^2$ -дөрвөн параметраас хамаарч байна. Эдгээр параметрүүдын ерөнхий утганд энэ интегралыг элементар ба тусгай функцээр илэрхийлэх арга одоогоор олдсонгүй.

Тодорхойлолт ёсоор $e^2(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta,cnst)$, $A^2(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta,cnst)$, $h^2(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta,cnst)$ гурав нэгэн зэрэг сөрөг биш утгатай байхын дээр (14) дэх язгуур дор сөрөг биш тоо байх ёстой. Энэ гурвын эхнийх нь эерэг байхад (5) ёсоор гурав дахь нь гарцаагүй эерэг байж таарна.

$$e^2(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta,cnst)\geq 0, \quad A^2(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta,cnst)\geq 0, \qquad (15)$$

$$F(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta,cnst)-4co^2\geq 0. \qquad (16)$$

Энэ гурван нөхцлийг зэрэг хангах ε -ийн утгын мужуудыг $\varepsilon_l,\beta,cnst,4co^2$ -дөрвөн параметрээс хамааруулан тогтоож баймааж (14) интегралаар илэрхийлэгдэх шийдийн параметр шинжилгээ эхэлнэ.

Шийдийн параметр шинжилгээг аль болохоор системчлэх зорилтыг энэ өгүүлэлд тавьсан болно. Шинжилгээ хийх хялбар аргыг бид олсон. Гэвч параметрийн тоо олон болохлоор шинжилгээнд цаг их зарцууллаа.

(15) нөхцлийг хангах ε -ийн утгын мужийг Ah муж, (16)-г хангахыг нь зөвшөөрөгдөх муж буюу тодорхойлолтын муж гэж нэрлэв.

1. $4co^2$-параметрийн утгын муж

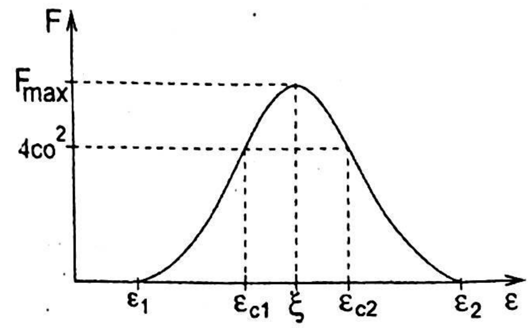
$\beta^2,cnst$-параметрийн тухайн утгад харгалзах Ah мужийг тогтоосны дараа $4co^2$-параметрийн авч болох утгын мужийг ($4co^2$-мужийг) тодорхойлох нь төвөггүй. Ah муж нэг буюу хоёр интервалаас тогтдог. $4co^2$-параметр ямар утгууд авч болох вэ гэдгийг Ah интервал тус бүр дээр үзэх хэрэгтэй. Тухайн Ah интервал дээр $F(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta,cnst)$ функц ганц максиумтай, эсвэл 2 максиум, 1 миниумтай байдаг. Ганц максиумтай тохиолд $4co^2$-параметр тэгээс эхлэн $F(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta,cnst)$ функцийн максиум утга, ($F_{\max}$), хүртэл бүх холбогдлыг авч болно (1-р зураг).

Хоёр максиум, нэг миниумтай тохиолд $4co^2$ нь тэгээс эхлэн 2 максиумын аль их утга хүртэл бүх холбогдлыг авч болно.

$$0\leq 4co^2<\max(F_{\max,1},F_{\max,2})$$

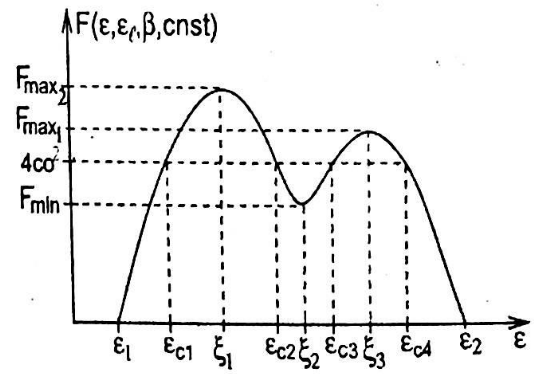
Энэ тохиолд тухайн Ah интервал дээрх зөвшөөрөгдөх муж нь $4co^2$-ын утгаас хамааарч нэг буюу хоёр дэд интервалаас тогтоно (2-р зураг).

$4co^2=0$ бол зөвшөөрөгдөх муж нь Ah интервалтайгаа давхцана. Зурагт $F_{\max,2}>F_{\max,1}$ байх тохиолыг дүрсэлжээ. Тэнд, хэрвээ $0\leq 4co^2<F_{\min}$, эсвэл $F_{\max,1}<4co^2<F_{\max,2}$ байвал зөвшөөрөгдөх муж нь нэг интервал, хэрвээ $F_{\min}<4co^2<F_{\max,1}$ байвал хоёр салангид интервал болно. Сүүлийн тохиолд өгөгдсөн $4co^2$-утгад (6) интегралыг хоёр салангид



интервал дээр авч үзэх хэрэг гардаг.

1-р зураг. $\varepsilon_1,\varepsilon_2$ бол Ah интервалын хил. $\varepsilon_{c1},\varepsilon_{c2}$ бол тухайн $4co^2$ утгад (16) -г хангах зөвшөөрөгдөх интервалын хил буюу (6)-д интеграндын авч болох утгын хязгаарууд. $4co^2$ нь $F(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta,cnst)$ функцийн максиум утга $F_{\max}$ - аас хэтэрч болохгүй, ξ бол максиумын цэг.



2-р зураг. $\varepsilon_1,\varepsilon_2$ бол Ah мужийн хил. ξ_1,ξ_2,ξ_3 бол экстремумын цэгүүд. Зурагт ординат тэнхлэг дээр $4co^2$-ын $F_{\min}$ -ээс их $F_{\max,1}$ -аас бага нэгэн утга авагджээ. Тэр утгад харгалзах зөвшөөрөгдөх муж нь $(\varepsilon_{c1},\varepsilon_{c2})$, $(\varepsilon_{c3},\varepsilon_{c4})$ гэсэн 2 салангид интервал байна. $0\leq 4co^2<F_{\min}$, эсвэл $F_{\max,1}<4co^2<F_{\max,2}$ нөхцөлийг хангах $4co^2$-ын утга бүрд зөвшөөрөгдөх муж нь нэг,нэг интервал байх болно.

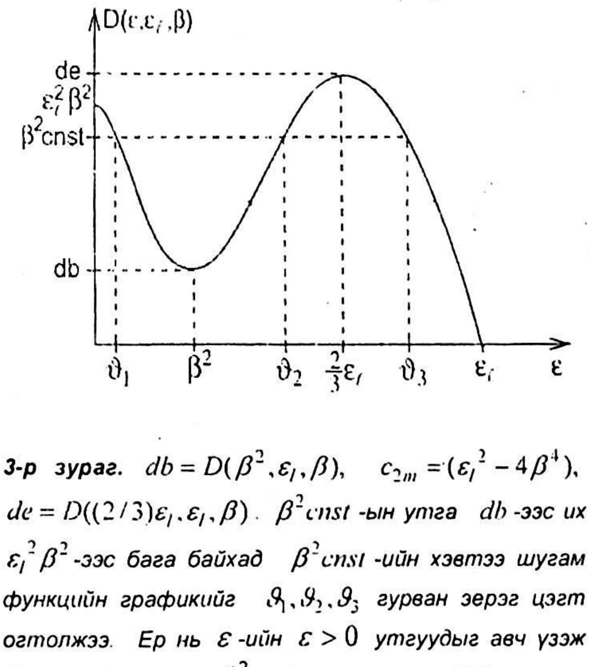
$4co^2=0$ бол зөвшөөрөгдөх муж нь Ah интервалтайгаа давхцана. Зурагт $F_{\max,2}>F_{\max,1}$ байх тохиолыг дүрсэлжээ. Тэнд, хэрвээ $0\leq 4co^2<F_{\min}$, эсвэл

$F_{max,1} < 4co^2 < F_{max,2}$ байвал зөвшөөрөгдөх муж нь нэг интервал, хэрвээ $F_{min} < 4co^2 < F_{max,1}$ байвал хоёр салангид интервал болно. Сүүлийн тохиолд өгөгдсөн $4co^2$-утгад (6) интегралыг хоёр салангид интервал дээр авч үзэх хэрэг гардаг.

2. Ah мужийн хил тогтоох

Ah мужийн шинжилгээнд $D(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta)$ функцийн ε_l,β параметраас, $R(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta,cnst)$ функцийн $\varepsilon_l,\beta,cnst$ параметраас хамаарах хамаарал тодорхойлох үүрэг гүйцэтгэнэ. Эдгээр функцууд ε -ээс 3-р зэргийн олон гишүүнт. $\varepsilon=\varepsilon_l$ цэг бол эхний функцийн нэг бодит тэг. Үүнээс гадна $\beta^2 \geq (8/9)\varepsilon_l$ нөхцөлд түүний өөр хоёр бодит тэг бий. Тэр тэгүүд нь

$$\theta_1 = (3/4)\beta^2 - (1/4)\sqrt{9\beta^4 - 8\beta^2\varepsilon_l},$$
$$\theta_2 = (3/4)\beta^2 + (1/4)\sqrt{9\beta^4 - 8\beta^2\varepsilon_l}$$



3-р зураг. $db = D(\beta^2,\varepsilon_l,\beta)$, $c_{2m} = (\varepsilon_l^2 - 4\beta^4)$, $de = D((2/3)\varepsilon_l,\varepsilon_l,\beta)$. *$\beta^2 cnst$ -ын утга db -ээс их $\varepsilon_l^2\beta^2$ -ээс бага байхад $\beta^2 cnst$ -ийн хэвтээ шугам функцийн графикийг $\vartheta_1,\vartheta_2,\vartheta_3$ гурван зэрэг цэгт огтолжээ. Ер нь ε -ийн $\varepsilon > 0$ утгуудыг авч үзэж байгаа болохлоор $\beta^2 cnst$ -ын утгын байршилаас хамаарч зөвхөн ϑ_2,ϑ_3 хоёр цэг дээр, эсвэл ганц ϑ_3 цэг дээр огтолж болох байсан бөгөөд бүр огтлохгүй ч байж болох байжээ. $\vartheta_1,\vartheta_2,\vartheta_3$ гурван цэг бол $R(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta,cnst)$ функцийн гурван тэг юм.*

$D(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta)$ функц хоёр экстремумын цэгтэй, $\varepsilon=\beta^2$, $\varepsilon=(2/3)\varepsilon_l$. Харгалзах экстремум утгууд нь

$$D(\beta^2,\varepsilon_l,\beta) = \beta^2(\beta^2-\varepsilon_l)^2, \quad (18)$$

$$D((2/3)\varepsilon_l,\varepsilon_l,\beta) = (1/3)\varepsilon_l^2((8/9)\varepsilon_l - \beta^2). \quad (19)$$

Энэ хоёр цэг давхцах боломжтой. $\beta^2=(2/3)\varepsilon_l$ байвал хоёр экстремумын оронд нэг тахийлтын цэг гарна. $\beta^2<(2/3)\varepsilon_l$ байвал $\varepsilon=\beta^2$ дээр миниумтай $\beta^2=(2/3)\varepsilon_l$ дээр максиумтай, харин $\beta^2>(2/3)\varepsilon_l$ байвал бүгд эсрэг болно.

$Q(\varepsilon,\varepsilon_l,cnst)$, $R(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta,cnst)$ функцууд $cnst$ -параметраас хялбархан шугаман хамааралтай. Иймээс тухайн ε_l,β - утгад Ah мужийн хил $cnst$ ийн утгаас хамаарч хэрхэн өөрчлөгдөхийг хялбархан мэдэж болно. Үүнийг тодорхой жишээн дээр дэлгэрэнгүй тайлбарлая.

$D(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta)$-функцийн $0<\beta^2<(2/9)\varepsilon_l$ байх үеийн нэгэн бүдүүвч графикийг 3-р зурагт үзүүлэв. (17)

Тэнд

$$D(\beta^2,\varepsilon_l,\beta) < \beta^2(\varepsilon_l^2 - 4\beta^4) < \quad (20)$$
$$< \varepsilon_l^2\beta^2 < D((2/3)\varepsilon_l,\varepsilon_l,\beta).$$

$cnst$ -ын өгөгдсөн утгад $Q(\varepsilon,\varepsilon_l,cnst)$ функц

$$\varepsilon = \chi \equiv \sqrt{\varepsilon_l^2 - cnst}, \quad \varepsilon_l^2 \geq cnst \quad (21)$$

цэг дээр тэмдгээ өөрчилнө. χ цэг $\vartheta_1,\vartheta_2,\vartheta_3$-ын хаана байрших нь бас $\beta^2 cnst$ ын утгаас хамаарна. Хэрвээ $\beta^2 cnst = \beta^2(\varepsilon_l^2 - 4\beta^4)$ байвал $\vartheta_2 = \chi = 2\beta^2$

a) Хэрвээ $\beta^2\varepsilon_l^2 > \beta^2 cnst > \beta^2(\varepsilon_l^2 - 4\beta^4)$ байвал $0,\vartheta_1,\chi,\vartheta_2,\vartheta_3,\varepsilon_l$- дараалал үүснэ, тэхдээ $\chi < 2\beta^2 < \vartheta_2$. Энэ тохиолд (15) нөхцөл (ϑ_1,χ), $(\vartheta_2\vartheta_3)$ интервалуудад биелнэ. Өөрөөр хэлбэл Ah муж нь хоёр салангид интервал байна. Интервалуудын хил нь

$$R(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta,cnst)=0$$

куб тэгшитгэлийн гурван зэрэг $\vartheta_1,\vartheta_2,\vartheta_3$ язгуур ба (21) томъёогоор бодогдоно.

b) Хэрвээ $D(\beta^2,\varepsilon_l,\beta) < \beta^2 cnst < \beta^2(\varepsilon_l^2 - 4\beta^4)$ байвал $0,\vartheta_1,\vartheta_2,\chi,\vartheta_3,\varepsilon_l$ дараалал үүснэ, тэхдээ $\vartheta_2 < 2\beta^2 < \chi$. Энэ тохиолд (15) нөхцөл

$(\vartheta_1,\vartheta_2)$, (χ,ϑ_3) интервалуудад биелнэ. Ah муж нь хоёр салангид интервал байна.

c) Хэрвээ $0<\beta^2 cnst<D(\beta^2,\varepsilon_l,\beta)$ байвал ϑ_1,ϑ_2 цэгүүд, $(\vartheta_1,\vartheta_2)$ интервал алга болж ϑ_3 цэг (χ,ϑ_3) интервал үлдэнэ.

d) Хэрвээ $D((2/3)\varepsilon_l,\varepsilon_l,\beta)>\beta^2 cnst>\beta^2\varepsilon_l{}^2$ байвал ϑ_1 цэг (ϑ_1,χ) интервал алга болж $(\vartheta_2,\vartheta_3)$ интервал үлдэнэ.

e) Хэрвээ $\beta^2 cnst>D((2/3)\varepsilon_l,\varepsilon_l,\beta)$ байвал Ah муж хоосон. Жишээнээс үзэхэд, Ah мужийн хилийг тогтооход

$D(\beta^2,\varepsilon_l,\beta)$, $\beta^2(\varepsilon_l{}^2-4\beta^4)$, $\beta^2\varepsilon_l{}^2$, $D((2/3)\varepsilon_l,\varepsilon_l,\beta)$.

дөрвөн хэмжигдүүн (ДРВХ)-ийн утгын дараалал чухал үүрэгтэй байна. β^2 параметрийн утгаас хамаарч хэмжигдүүн тус бүр хувьсах тул ДРВХ -ийн утгын дараалал β^2 параметрийн тодорхой утгууд дээр өөрчлөгдөж таарна. Утгын тухайн дараалал өөрчлөгдөхгүй байх β^2 параметрийн утгын тодорхой муж байх ёстой. Ийм β^2-мужийн нэг жишээ бол бидний сая үзсэн $(0,(2/9)\varepsilon_l)$ интервал юм. Энэ интервалын аль ч цэг дээр ДРВХ -ийн утгын дараалал ижил. Манай жишээнд $\beta^2 cnst$ -ийн утгуудыг

$$(0,D(\beta^2,\varepsilon_l,\beta)),(D(\beta^2,\varepsilon_l,\beta),\beta^2(\varepsilon_l{}^2-4\beta^4)),$$
$$(\beta^2(\varepsilon_l{}^2-4\beta^4),\beta^2\varepsilon_l{}^2),(\beta^2\varepsilon_l{}^2,D((2/3)\varepsilon_l,\varepsilon_l,\beta)),$$
$$(D((2/3)\varepsilon_l,\varepsilon_l,\beta),\infty)$$

гэсэн зах нийлсэн журамлагдсан интервалуудад авч үзсэн бөгөөд интервал тус бүрийн хэмжээн дээр $\beta^2 cnst$ -ийн аль ч утгаар Ah мужийн хилийг нэг ерөнхий рецептээр тодорхойлж болж байна. Энэ рецептүүд β^2-ийн $(0,(2/9)\varepsilon_l)$ интервал доторхи аль ч утгад ижил тул β^2-ийн тухайн интервал дээр түгээмэл хэрэглэгдэх ерөнхий рецептүүд юм.

Ерөөс β^2-ийн авах утгуудыг тухайн интервал тус бүр дээр β^2 -ийн аль ч утганд ДРВХ -ийн утгын дараалал ижил байх зах нийлсэн интервалуудад хувааж болно. Тухайлбал

$$(0,(2/9)\varepsilon_l),((2/9)\varepsilon_l,(2/5)\varepsilon_l),((2/5)\varepsilon_l,$$
$$(1/2)\varepsilon_l),((1/2)\varepsilon_l,(2/3)\varepsilon_l),((2/3)\varepsilon_l, \tag{22}$$
$$(8/9)\varepsilon_l),((8/9)\varepsilon_l,\varepsilon_l),(\varepsilon_l,\infty).$$

Интервал тус бүр дээр β^2 -ийн аль ч утганд, харгалзах ДРВХ -ийн утгын дараалал ашиглан, жишээнд үзүүлсэний адилаар, $\beta^2 cnst$ -ийн утгын интервалууд байгуулж интервал тус бүрийн хэмжээн дээр $\beta^2 cnst$ -ийн аль ч утгаар Ah мужийн хилийг нэг ерөнхий аргаар олж болно.

3. $F(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta,cnst)$

Тухайн Ah муж дээр $F(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta,cnst)$ функцийн $\min,\max$ -уудыг мэдэх нь $4co^2$ параметрийн авах утгуудын хил хязгаарыг тогтоох болон $4co^2$-ийн өгөгдсөн утгад $\varepsilon(z)$ функцийн хэлбэр төрхийг мэдэхэл гол үүрэг гүйцэтгэнэ.

$\varepsilon_l,\beta^2,cnst$ параметруудын өгөгдсөн холбогдолд $F(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta,cnst)$ функцийн стационар утга авах цэгийг ξ гэе. ξ нь $\varepsilon_l,\beta^2,cnst$ параметруудын холбогдлоороо илэрхийлэгдэх ёстой:

$$\xi=\xi(\varepsilon_l,\beta,cnst).$$

Эндээс $cnst$ нь ξ,ε_l,β -ээр илэрхийлэгдэж болно:.

$$cnst=cnst(\xi,\varepsilon_l,\beta).$$

Тооцооноос үзэхэд ξ-ээс хамаарсан $cnst(\xi,\varepsilon_l,\beta)$ функц хоёр мөчиртөй байв [1]. Тухайлбал

$$cnst=cnst_1(\xi,\varepsilon_l,\beta)=(\varepsilon_l-\xi)(3\xi+\varepsilon_l-4\beta^2), \tag{23}$$

$$cnst=cnst_2(\xi,\varepsilon_l,\beta)=\varepsilon_l{}^2-3\xi^2+(1/\beta^2)\xi^3. \tag{24}$$

Оронгийн A^2,e^2,h^2 квадрат амплитудууд $\varepsilon=\xi$ утгаар илэрхийлэгдэх илэрхийлэл мөчир бүрд бас өөр байлаа. Эхний мөчирт

$$\begin{aligned} e^2&=\beta^2(\varepsilon_l-\xi)/\xi,\\ A^2&=(\varepsilon_l-\xi)(\xi-\beta^2)/\xi,\\ h^2&=\xi(\varepsilon_l-\xi).\end{aligned} \tag{25}$$

хоёр дахь мөчирт

$$A^2=0.5(2\varepsilon_l-3\xi),\ e^2=0.5\xi,\ h^2=0.5\xi^3/\beta^2. \tag{26}$$

Ийнхүү хоёр өөр төрлийн стационар цэг байдаг ажээ. Эхнийхийг нь нэгдүгээр төрлийн, сүүлчийхийг нь хоёрдугаар төрлийн стационар цэг гэж нэрлэв. Нэгдүгээр төрлийн стационар цэг ξ нь $[\beta^2,\varepsilon_l)$ завсард, хоёр дугаар төрлийн стационар цэг ξ нь $(0,(2/3)\varepsilon_l]$ завсарт тус тус орших болно.

Нэгдүгээр төрлийн стационар цэгийн шинжилгээ.

ξ нь нэг дүгээр төрлийн стационар цэг мөн бол $\xi \in \left[\beta^2, \varepsilon_l\right)$, $cnst = cnst_1(\xi, \varepsilon_l, \beta)$. Энэхүү $cnst_1(\xi, \varepsilon_l, \beta)$ -ийн бүдүүвчийг 4-р зурагт үзүүлэв. $cnst_1(\xi, \varepsilon_l, \beta)$ нь $\xi = \gamma \equiv (1/3)(2\beta^2 + \varepsilon_l)$ байхад $(4/3)(\varepsilon_l - \beta^2)^2$ -тэй тэнцүү хамгийн их утгатай, $\xi = \varepsilon_l$ байхад тэгтэй тэнцэнэ. ξ ийн авч болох утгын доод хил $\xi = \beta^2$ дээр

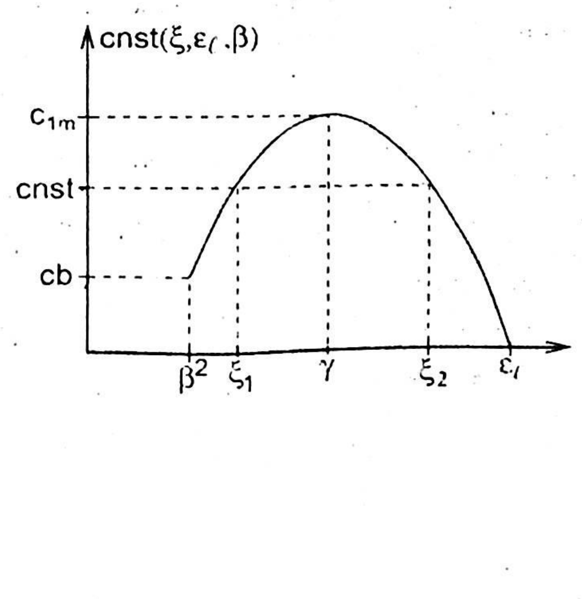
$$cnst_1(\beta^2, \varepsilon_l, \beta) = D(\beta^2, \varepsilon_l, \beta)/\beta^2 \geq 0.$$

Нэгдүгээр төрлийн стационар цэгд харгалзах $cnst$ -ийн утга хэзээ ч сөрөг байж болохгүй бөгөөд дээрээсээ зааглагдсан байна. Нэг дүгээр төрлийн стационар цэг $\varepsilon = \xi$ дээр $F(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst)$ функцийн 2-р эрэмбийн уламжлал нь (РС дээр бодуулахад)

$$F''(\xi, \varepsilon_l, \beta, cnst_1(\xi, \varepsilon_l, \beta)) = -(\varepsilon_l - 3\xi + 2\beta^2)$$
$$(2\beta^2\varepsilon_l - \xi^2 - 2\beta^2\xi)/(2\beta^2 - \xi)^2. \qquad (27)$$

4-р зураг. $\gamma = (2\beta^2 + \varepsilon_l)/3$, $cb = D(\beta^2, \varepsilon_l, \beta)/\beta^2$, $c_{1m} = (4/3)(\varepsilon_l - \beta^2)^2$ *ξ_1, ξ_2 бол $cnst$ -ийн cb -ээс их c_{1m} ээс бага нэгэн утгад харгалзаж буй нэгдүгээр төрлийн хоёр стационар цэг. Хэрвээ $0 < cnst < D((\beta^2, \varepsilon_l, \beta))/\beta^2$ бол ганц стационар цэг байх ба хэрвээ $cnst > 4(\varepsilon_l - \beta^2)^2/3$ бол нэгдүгээр төрлийн стационар цэг байхгүй.*

Энэ илэрхийлэл $\xi = \gamma \equiv (1/3)(2\beta^2 + \varepsilon_l)$, $\xi = \delta \equiv -\beta^2 + \sqrt{\beta^4 + 2\beta^2\varepsilon_l}$ гэсэн 2 цэг дээр тэгтэй тэнцүү утга авдаг. Эхний цэг нь нэгдүгээр төрлийн максиум, хоёр давхцахад үүссэн тахийлтын цэг мөн. Энэ цэг бол



нэгдүгээр төрлийн тахийлтын цэг мөн. Энэ цэг бол 4-р зураг дээр $cnst \to (4/3)(\varepsilon_l - \beta^2)^2$ үед ξ_1, ξ_2 цэг хоорондоо ойртсоор γ цэг болж хувирах тэр агшинг тэмдэглэж байгаа юм. $\xi = \delta$ цэг яагаад гарч ирснийг 4-р зураг дээр дүрсэлсэн зүйлээс ухаарах аргагүй. Түүний учир хоёрдугаар төрлийн стационар цэгийг шинжлэхэд тайлагдах болно.

(27)-ийн тэмдэгийг шинжлэхэд $\beta^2 < \dfrac{2}{3}\varepsilon_l$ нөхцөлд γ, δ -цэгүүдийн хооронд орших нэгдүгээр төрлийн аль ч стационар цэг дээр $F(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst)$ функц зөвхөн миниумумтэй, бусад нэгдүгээр төрлийн ямар ч цэг дээр бол зөвхөн максиумтай байж болох нь мэдэгдэнэ.

Хоёрдугаар төрлийн стационар цэгийн шинжилгээ.

ξ нь хоёр дугаар төрлийн стационар цэг мөн бол $\xi \in \left(0, (2/3)\varepsilon_l\right]$, $cnst = cnst_2(\xi, \varepsilon_l, \beta)$. Энэхүү $cnst_2(\xi, \varepsilon_l, \beta)$ илэрхийлэлийн

$$\xi = 0,\ (2/3)\varepsilon_l,\ \beta^2,\ \delta,\ 2\beta^2$$

цэгүүдэд харгалзах утгууд хэрэг болдог.

$$cnst_2(0, \varepsilon_l, \beta) = \varepsilon_l^2,$$
$$cnst_2((2/3)\varepsilon_l, \varepsilon_l, \beta) = D((2/3)\varepsilon_l, \varepsilon_l, \beta)/\beta^2,$$
$$cnst_2(\beta^2, \varepsilon_l, \beta) = \varepsilon_l^2 - 2\beta^4,$$
$$cnst_2(\delta, \varepsilon_l, \beta) = -10\beta^4 - 12\varepsilon_l\beta^2 + \varepsilon_l^2 +$$
$$+(2\varepsilon_l + 10\beta^2)\sqrt{\beta^4 + 2\beta^2\varepsilon_l},$$
$$cnst_2(2\beta^2, \varepsilon_l, \beta) = \varepsilon_l^2 - 4\beta^4.$$

Товчлохын үүднээс

$$\begin{aligned} de &= D((2/3)\varepsilon_l, \varepsilon_l, \beta), \\ db &= \beta^2(\varepsilon_l - \beta^2)^2, \\ c_{12} &= cnst_2(\delta, \varepsilon_l, \beta), \\ c_{2m} &= \varepsilon_l^2 - 4\beta^4 \end{aligned} \qquad (28)$$

гэж тэмдэглэе. Мөн түүнчлэн

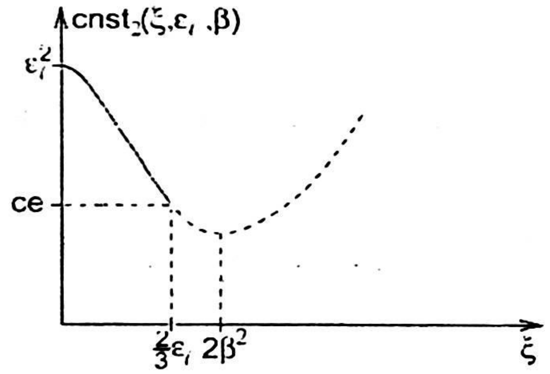
$$\begin{aligned} ce &= de/\beta^2, \\ cb &= db/\beta^2, \\ c_{1m} &= (4/3)(\varepsilon_l - \beta^2)^2 \end{aligned} \qquad (29)$$

гэе. $cnst_2(\xi, \varepsilon_l, \beta)$ илэрхийлэл $\xi = (2/3)\varepsilon_l$, $\xi = 2\beta^2$ хоёр цэгийн аль нэг дээр хамгийн бага утгаа авна. Хэрвээ $(2/3)\varepsilon_l < 2\beta^2$ байвал $\xi = (2/3)\varepsilon_l$ цэг дээр хамгийн бага утгаа авна.

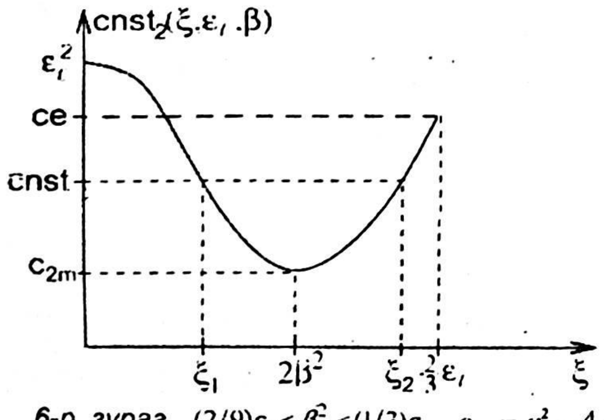
Тэр утга нь ce. Энэ утга $\beta^2 > (8/9)\varepsilon_l$ үед сөрөг. Хэрвээ $(2/3)\varepsilon_l > 2\beta^2$ байвал $\xi = 2\beta^2$ цэг дээр хамгийн бага утгаа авна. Тэр утга нь c_{2m}. Энэ утга эерэг.

1-р хүснэгт

β^2 - параметрийн муж	$\beta^2 > (1/3)\varepsilon_l$	$(2/9)\varepsilon_l < \beta^2 < (1/3$	$\beta^2 < (2/9)\varepsilon_l$
$cnst$ -ийн утгын муж, хоёрдугаар төрлийн стационар цэгийн тоо	(ce, ε_l^2) 1 цэг	(c_{2m}, ce), 2 цэг	$(c_{2m}, \varepsilon_l^2)$, 2 цэг
		(ce, ε_l^2), 1 цэг	(ε_l^2, ce), 1 цэг



5-р зураг. $(2/3)\varepsilon_l < 2\beta^2$, ce $D((2/3)\varepsilon_l, \varepsilon_l, \beta)/\beta^2$. *Энд* $cnst_2(\xi, \varepsilon_l, \beta)$ *илэрхийлэл* ε_l^2 *тэй тэнцүү хамгийн их утгаа* $\xi = 0$ *дээр,* ce *-тэй тэнцүү хамгийн бага утгаа* $\xi = (2/3)\varepsilon_l$ *цэг дээр авч байна. Хэрвээ* $cnst \subset (ce, \varepsilon_l^2)$ *байвал* $cnst$ *-ийн утга бүрд хоёр дугаар төрлийн стационар цэг буюу* $cnst - cnst_2(\xi, \varepsilon_l, \beta)$ *тэгшитгэлийн язгуур нэг байх ба* $cnst$ *-ийн бусад утгад нэг ч байхгүй.*



6-р зураг. $(2/9)\varepsilon_l < \beta^2 < (1/3)\varepsilon_l$, $c_{2m} = \varepsilon_l^2 - 4\beta^4$, $ce = D((2/3)\varepsilon_l, \varepsilon_l, \beta)/\beta^2$. *Энд* $cnst_2(\xi, \varepsilon_l, \beta)$ *илэрхийлэл хамгийн бага утгаа* $\xi = 2\beta^2$ *цэг дээр авч байна. Хэрвээ* $cnst \subset (c_{2m}; ce)$ *байвал* $cnst$ *-ийн утга бүрд хоёр дугаар төрлийн стационар цэг хоёр байна(зураг дээр бол* ξ_1, ξ_2*). Хэрвээ* $cnst \in (ce, \varepsilon_l^2)$ *байвал* $cnst$ *-ийн утга бүрд нэг цэг байх ба* $cnst$ *-ийн бусад утгад нэг ч байхгүй.*

$cnst_2(\xi, \varepsilon_l, \beta)$ илэрхийлэл $\xi = 0$, $\xi = (2/3)\varepsilon_l$ хоёр цэгийн аль нэг дээр хамгийн их утгаа авна. Хэрвээ $(2/9)\varepsilon_l > \beta^2$ байвал $\xi = (2/3)\varepsilon_l$ цэг дээр хамгийн их утгаа авна. Тэр утга нь ce. Хэрвээ $(2/9)\varepsilon_l < \beta^2$ байвал $\xi = 0$ цэг дээр хамгийн их утгаа авна. Тэр утга нь ε_l^2 юм. $cnst$ -ийн өгөгдсөн утгад хоёрдугаар төрлийн стационар цэг хэд байхыг $cnst_2(\xi, \varepsilon_l, \beta)$ илэрхийлэлийн хамгийн их, бага утгын шинжилгээг үндэслэн хялбархан тогтооно. Жишээ болгож хоёр бүдүүвчийг 5, 6-зурагт үзүүлэв.

Хоёрдугаар төрлийн стационар цэгийн тоо, $\beta^2, cnst$ -ийн утгын мужаас хэрхэн хамаарахыг 1-р хүснэгтэд үзүүлэв.

Хоёрдугаар төрлийн стационар цэг 2 байвал $\xi = 2\beta^2$ цэгийн хоёр талд салангид орших хоёр Ah интервал дээр нэг нэгээрээ байршина. Учир нь $\xi = 2\beta^2$ онцгой цэгийг агуулсан үргэлж Ah интервал байж болохгүй. Хоёрдугаар төрлийн стационар цэг $\varepsilon = \xi$ дээр $F(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst)$ функцийн 2-р эрэмбийн уламжлал нь(PC дээр бодуулахад)

$$F''(\xi, \varepsilon_l, \beta, cnst_2(\xi, \varepsilon_l, \beta)) = 1.5\xi(\xi^2 + 2\beta^2\xi - 2\beta^2\varepsilon_l)/\beta^2(2\beta^2 - \xi) \qquad (30)$$

Энэ илэрхийлэл $\xi = \delta \equiv -\beta^2 + \sqrt{\beta^4 + 2\beta^2\varepsilon_l}$ цэг дээр тэг утга авна:

$$F''(\delta, \varepsilon_l, \beta, cnst_2(\delta, \varepsilon_l, \beta)) = 0 .$$

Нэгдүгээр төрлийн стационар цэг судалж байхад энэ цэг тааралдаж байсан. Энэ цэг бол хоёр төрлийн аль алины шинжийг агуулсан ерөнхий стационар цэг бөгөөд энэ цэг бол $F(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst)$ функцийн тахийлтын цэг юм. Энэ цэгийг хоёрдугаар төрлийн тахийлтын цэг гэж нэрлэв. Хоёрдугаар төрлийн аль ч стационар цэгийн гол онцлог бол тэр цэг дээр ((26)-ийн дундах томъёо)

$$0.5\xi - e^2(\xi) = 0 . \qquad (31)$$

Энэ бол (6) интеграл доорхи хүртвэр хоёрдугаар төрлийн стационар цэг бүр дээр тэмдэгээ хувиргадаг гэсэн үг юм.

$\xi = \delta$ -ээс өөр ерөнхий стационар цэг бий юу, ийм цэгүүдийг яаж олох вэ. Түүнд хариулахын тулд $\beta^2 < \xi < (2/3)\varepsilon_l$ нөхцөлд

$$cnst_1(\xi, \varepsilon_l, \beta) = cnst_2(\xi, \varepsilon_l, \beta) \qquad (32)$$

тэгшитгэл авч үзье. Энэ тэгшитгэл гурван бодит язгууртай:

$$\xi_1 = -\beta^2 - \sqrt{\beta^4 + 2\beta^2\varepsilon_l},$$

$$\xi_2 = -\beta^2 + \sqrt{\beta^4 + 2\beta^2\varepsilon_l}, \qquad (33)$$

$$\xi_3 = 2\beta^2 .$$

Харгалзах $cnst$ -ийн утгууд нь

$$cnst_1(\xi_1, \varepsilon_l, \beta) = cnst_2(\xi_1, \varepsilon_l, \beta) =$$
$$-10\beta^4 - 12\varepsilon_l\beta^2 + \varepsilon_l^2 - (2\varepsilon_l + 10\beta^2)\sqrt{\beta^4 + 2\beta^2\varepsilon_l} , \qquad (34)$$

$$cnst_1(\xi_2, \varepsilon_l, \beta) = cnst_2(\xi_2, \varepsilon_l, \beta) =$$
$$-10\beta^4 - 12\varepsilon_l\beta^2 + \varepsilon_l^2 - (2\varepsilon_l + 10\beta^2)\sqrt{\beta^4 + 2\beta^2\varepsilon_l} . \qquad (35)$$

$$cnst_1(\xi_3, \varepsilon_l, \beta) = cnst_2(\xi_3, \varepsilon_l, \beta) = c_{2m} = \varepsilon_l^2 - 4\beta^4 . \qquad (36)$$

$\xi_1 < 0$ тул түүнийг авч үзэхгүй. ξ_2 нь 2-р ба 3-р хэсэгт үзсэн $\xi = \delta$ цэг болно. $\xi_3 \;\; 2\beta^2$ цэг их онцлогтой. $\varepsilon \;\; 2\beta^2$ бол ерөөс (3), (4), (5) илэрхийллийн полюс. Гэвч хачирхалтай нь $cnst \;\; c_{2m}$ байхад энэ цэг эдгээр илэрхийллийн полюс байхаа болино. Ерөнхий стационар цэгийг бас өөр аргаар хялбархан олж болно. (25), (26) -аас

$$\beta^2(\varepsilon_l - \xi)/\xi = 0.5\xi , \qquad (37)$$

$$(\varepsilon_l \;\; \xi)(\xi \;\; \beta^2)/\xi \;\; 0.5(2\varepsilon_l \;\; 3\xi) . \qquad (38)$$

Энэ хоёр тэгшитгэл нийцтэй, шийд нь (33) -ийн ξ_1, ξ_2 болно.

Тахийлтын цэгийн байршил, тахийлтын цэг үүсэх $cnst$ -ийн утгыг 2-р хүснэгтэд үзүүлэв.

2-р хүснэгт

Тахийлтын цэгийн төрөл	Тахийлтын цэгийн байршил	Тахийлтын цэг үүсэх $cnst$ -ийн утга
Нэгдүгээр төрлийн тахийлтын цэг	$\xi = \gamma \equiv (1/3)(2\beta^2 + \varepsilon_l)$	$cnst = c_{1m} \equiv (4/3)(\varepsilon_l - \beta^2)^2$
Хоёрдугаар төрлийн тахийлтын цэг	$\xi = \delta \equiv -\beta^2 + \sqrt{\beta^4 + 2\beta^2\varepsilon_l}$	$cnst = c_{12} \equiv -10\beta^4 - 12\beta^2\varepsilon_l + \varepsilon_l^2 + (2\varepsilon_l + 10\beta^2)\sqrt{\beta^4 + 2\beta^2\varepsilon_l}$

4. β^2 -ийн авах утгын мужийн ангиллыг $F(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst)$ функцийн min, max шинжийг тусган цааш нь нарийсгах

Ah мужийн хил хязгаарыг яаж системтэй тодорхойлох вэ гэдэг асуудлыг 2-р хэсэгт үзсэн. Тэнд β^2 -ийн авах утгын мужийг 7 интервалд хувааж интервал тус бүр дээр ДРВХ -ийн утгын дараалал ашиглан $\beta^2 cnst$ -ийн утгын мужууд байгуулан муж тус бүр дээр нэг ерөнхий аргаар Ah мужийн хилийг тогтоож болно гэж тэмдэглэсэн. Ингэж тогтоосон Ah муж нь нэг үргэлж эсвэл 2 салангид Ah интервал байдгийг жишээн дээрээс мэдсэн.

Гэвч ингэж тогтоосон Ah интервал тус бүр дээр $F(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta,cnst)$ функцийн min, max шинжийг шинжилж үзэхэд зарим Ah интервал дээр min, max- ийн тоо харьцангуй байршил, төрлийг шууд нэгэн утгатай зааж болмооргүй байв. Бидэнд Ah интервалын хилийг төдийгүй тухайн Ah интервал дэх min, max -ийн тоо харьцангуй байршил, төрлийг шууд нэгэн утгатай тодорхойлж болох тийм систем чухал юм. Аз болоход тийм систем байжээ. Энэ систем нь бидний үзсэн (28), (29)-р томъёогоор тодорхойлогдох дөрвөн хэмжигдэхүүн дээр c_{12}, c_{1m} хоёр хэмжигдүүнийг нэмж зургаан хэмжигдүүний (ЗУРХ -ийн) утгын дараалал авч үзэх дээр үндэслэнэ. Энэ зургаа нь

$$\varepsilon_l^2,\ ce,\ cb,\ c_{1m}\ c_{2m}\ c_{12}.$$

β^2-ийн авах утгуудыг интервал тус бүр дээр β^2-ийн аль ч утгад ЗУРХ -ийн дараалал ижил байх тийм интервалуудад хуваах болно. Тэдгээр интервалууд нь

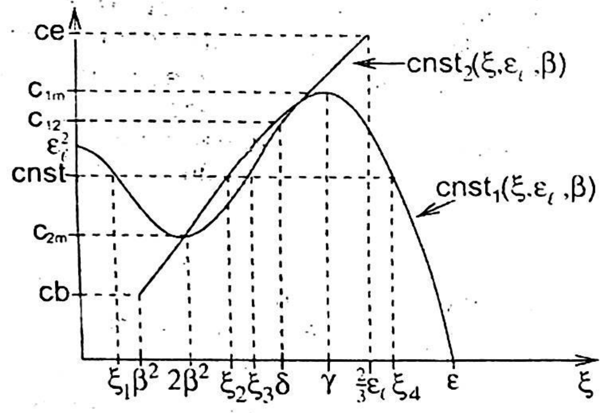
$$\begin{gathered}(0,(2/15)\varepsilon_l),\ ((2/15)\varepsilon_l,(1-0.5\sqrt{3})\varepsilon_l),\\ ((1-0.5\sqrt{3})\varepsilon_l,(2/9)\varepsilon_l),\ ((2/9)\varepsilon_l,(1/4)\varepsilon_l),\\ ((1/4)\varepsilon_l,r1),\ (r1,r2),\ (r2,(1/3)\varepsilon_l),\\ ((1/3)\varepsilon_l,(2/5)\varepsilon_l),\ ((2/5)\varepsilon_l,(1/2)\varepsilon_l),\\ ((1/2)\varepsilon_l,(2/3)\varepsilon_l),\ ((2/3)\varepsilon_l,(8/9)\varepsilon_l),\\ ((8/9)\varepsilon_l,\varepsilon_l),\ (\varepsilon_l,\infty_l).\end{gathered} \tag{39}$$

Энд орсон $r1$, $r2$-ийн утгыг хавсралтын эхэнд үзнэ үү. (39)-г (22)-тай харьцуулж үзэхэд (22)-ийн эхний β^2-интервал нь гурван дэд β^2-интервалд, хоёр дахь β^2-интервал нь таван дэд β^2-интервалд задарч сүүлчийн таван β^2-интервал өөрчлөгдөлгүй үлджээ.

Интервал тус бүр дээр β^2-ийн аль ч утгад, харгалзах ЗУРХ -ийн утгын дарааллыг ашиглан, 2-ийн жишээнд үзүүлсний адилаар, $cnst$ интервалууд байгуулж интервал тус бүрийн хэмжээн дээр $cnst$ -ийн утгаар Ah мужийн хилийг нэг ерөнхий аргаар тодохойлно. Хамгийн гол нь ингэж олсон Ah муж нь, нэг интервал ч бай, хоёр интервал ч бай, Ah интервал тус бүр дээр $F(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta,cnst)$ функцийн min, max ийн тоо харьцангуй байршил, төрлийг шууд нэгэн утгатай зааж болно. Товчоог хавсралтаас үзнэ үү.

5. Шийдийн шинжилгээ

Тухайн Ah интервал дээр $F(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta,cnst)$ функц эсвэл ганц максиумтай, эсвэл хоёр максиум нэг миниумумтай эсвэл нэг максиум нэг тахийлтын цэгтэй байж болно, үүнээс өөр боломж байхгүй.



7-р зураг*. Ординат тэнхлэг дээр ЗУРХ (42) дараалал ёсоор байршжээ. ((28), (29) тэмдэглэл үзнэ үү). $cnst$ -ийн (c_{2m},ε_l^2) завсар дахь нэгэн утгад харгалзах хэвтээ шулуун нь функцийн графикийг ξ_1, ξ_2, ξ_3 ξ_4 дөрвөн цэгт огтолжээ. $cnst_1(\xi,\varepsilon_l,\beta)$ муруйг огтлоход үүссэн ξ_2, ξ_4 бол нэгдүгээр төрлийн, $cnst_2(\xi,\varepsilon_l,\beta)$ муруйг огтлоход үүссэн ξ_1, ξ_3 бол хоёрдугаар төрлийн экстремумын цэгүүд. Энэ нь $F(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta,cnst)$ функц $cnst$ -ийн тухайн утганд эдгээр дөрвөн цэг дээр экстремумтэй гэсэн үг. $\xi=2\beta^2$ цэгийн хоёр талд орших $(\vartheta_1,\chi),(\vartheta_2,\vartheta_3)$ гэсэн салангид хоёр Ah интервал дээр эдгээр цэгүүд яаж байршихыг мэдэхэд төвөггүй. Энэ дөрвөөс зөвхөн ξ_1 нь $\xi=2\beta^2$ цэгээс зүүн тийш оршино($\xi_1<2\beta^2$). Иймд ξ_1 бол $\xi=2\beta^2$ цэгийн зүүн талд орших (ϑ_1,χ) гэсэн Ah интервал дээрх цорын ганц хоёр дугаар төрлийн максиумын цэг байж таарна. үүнийг хавсралт I.3-ын зүүн интервалд экстр=2max гэж тэмдэглэжээ. Үлдэх 3 цэг ξ_2, ξ_3, ξ_4 нь $\xi=2\beta^2$ цэгийн баруун талд орших $(\vartheta_2,\vartheta_3)$ гэсэн Ah интервал дээрх максиум, миниум, максиумын цэгүүд байж таарна. Үүнийг хавсралт I.3-ын баруун интервалд экстр=2max,1min,1max гэж тэмдэглэжээ.*

Хэрвээ $\varepsilon=\xi$ нь нэг дүгээр төрлийн экстремумын цэг бол

$$F(\xi,\varepsilon_l,\beta,cnst_1(\xi,\varepsilon_l,\beta))=(\varepsilon_l-\xi)^2(\xi-\beta^2). \tag{40}$$

Хэрвээ $\varepsilon=\xi$ нь хоёр дугаар төрлийн экстремумын цэг бол

$$F(\xi,\varepsilon_l,\beta,cnst_2(\xi,\varepsilon_l,\beta))=\xi^3(2\varepsilon_l-3\xi)/4\beta^2 . \quad (41)$$

Тухайн интервал дээр $4co^2$-ийн утгаас хамаарсан ямар ямар төрхтэй шийд байж болохыг шууд хэлж болно. Үүнийг хавсралт I-ийн тохиолууд дээр дэлгэрэнгүй тайлбарлая. β^2-ийн утга $(0,(2/15)\varepsilon_l)$ завсарт байх үед

$$ce > c_{1m} > c_{12} > \varepsilon_l^2 > c_{2m} > cb . \quad (42)$$

Энэ тохиолд $D(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta)$ функцийн бүдүүвч 3-р зураг болж чадна. $cnst(\xi,\varepsilon_l,\beta)$-ийн бүдүүвчийг (7)-зурагт үзүүлэв.

3-р зурагт ординат тэнхлэг дээр ce,ε_l^2, c_{2m}, cb хэмжигдүүнүүд (42) дараалал дахь харьцаагаар буюу (20) ёсоор байршжээ. $\beta^2 cnst$-ийн $(\beta^2 c_{2m},\beta^2\varepsilon_l^2)$ завсар дахь нэгэн утгад харгалзах хэвтээ шулуун функцийн графикийг огтолсон ϑ_1, ϑ_2, ϑ_3 гурван цэг χ-цэгийн (21-томъёо үзнэ үү) хамт Ah мужийн хоёр салангид интервалын хил болно: (ϑ_1,χ), $(\vartheta_2,\vartheta_3)$. Хавсралт I.3-т энэ 2 интервал тэмдэглэгджээ.

Интервал тус бүр дээр ямар төрхтэй шийд харгалзахыг сонирхоё. (ϑ_1,χ) гэсэн Ah интервал авч үзье. 7-р зурагт үзүүлсэн $\xi=\xi_1$ цэг бол энэ интервал дээрх $F(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta,cnst)$ функцийн 2-р төрлийн цорын ганц максиумын цэг тул $F(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta,cnst_2(\xi_1,\varepsilon_l,\beta))$ функц энэ интервал дээр (41) ёсоор

$$\xi_1^3(2\varepsilon_l-3\xi_1)/4\beta^2$$

гэсэн хамгийн их утгаа авна. $4co^2$ параметр үүнээс хэтрэхгүй утга авах ёстой. Өөрөөр хэлбэл, $4co^2$ параметрийн авах утгын муж нь:

$$\left[0,\xi_1^3(2\varepsilon_l-3\xi_1)/4\beta^2\right)$$

гэсэн интервал юм. $4co^2$ параметрийн энэ завсар дахь дурын утганд

$$z=z_0+\int_{\varepsilon_{c1}}^{\varepsilon}\frac{\varepsilon-2e^2(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta,cnst_2(\xi_1,\varepsilon_l,\beta))}{2(2\beta^2-\varepsilon)\sqrt{A^2(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta,cnst_2(\xi_1,\varepsilon_l,\beta))h^2(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta,cnst_2(\xi_1,\varepsilon_l,\beta))-4co^2}}d\varepsilon \quad (43)$$

интегралаар илэрхийлэгдэх $z(\varepsilon)$ функц авч үзье. $\varepsilon=\varepsilon_{c1}$, ε_{c2} цэгүүд бол 1-р зурагт үзүүлсэн зөвшөөрөгдөх интервалын хил бөгөөд (43) интеграл доторх язгуур тэмдэгээ хувиргах цэгүүд(ε-ийн буцах цэгүүд) мөн. $\varepsilon=\xi_1$ цэг дээр интеграндын хүртвэр бас тэмдэгээ хувиргана. Тэгэхлээр ε нь $\varepsilon=\xi_1$ болох бүрд $(z-z_0)$ буцаж утга авч эхэлнэ, өөрөөр хэлбэл, $\varepsilon=\xi_1$ бол $(z-z_0)$-ийн буцах цэг мөн.

$$\Delta z_1=\int_{\varepsilon_{c1}}^{\xi_1}\frac{\varepsilon-2e^2(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta,cnst_2(\xi_1,\varepsilon_l,\beta))}{2(2\beta^2-\varepsilon)\sqrt{A^2(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta,cnst_2(\xi_1,\varepsilon_l,\beta))h^2(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta,cnst_2(\xi_1,\varepsilon_l,\beta))-4co^2}}d\varepsilon ,$$

$$\Delta z_2=\int_{\xi_1}^{\varepsilon_{c2}}\frac{\varepsilon-2e^2(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta,cnst_2(\xi_1,\varepsilon_l,\beta))}{2(2\beta^2-\varepsilon)\sqrt{A^2(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta,cnst_2(\xi_1,\varepsilon_l,\beta))h^2(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta,cnst_2(\xi_1,\varepsilon_l,\beta))-4co^2}}d\varepsilon .$$

ε нь ε_{c1} ээс ε_{c2} хүртэл өөрчлөгдөхөд $(z-z_0)$ нь $\Delta z_1+\Delta z_2$ хэмжээгээр өөрчлөгдөнө. ε нь буцаад ε_{c2} ээс ε_{c1} хүртэл өөрчлөгдөөд $(z-z_0)$ нь мөн ийм хэмжээгээр өөрчлөгдөх тул $(z-z_0)$ нь бүтэн үеийн дотор $2(\Delta z_1+\Delta z_2)$ хэмжээгээр өөрчлөгдөнө. Ийнхүү $\varepsilon(z-z_0)$ нь олон утгатай $2(\Delta z_1+\Delta z_2)$ үетэй үелэх функц болно. Ийм функцийн бүдүүвчийг 8-р зурагт үзүүлэв.

Хэрвээ $\Delta z_1=\Delta z_2$ нөхцөл бүрдвэл $\varepsilon(z-z_0)$ нь битүү муруй зурна. Хавсралт I.3-ын $(\vartheta_2,\vartheta_3)$, экстр=2max, 2min, 1max гэсэн нөгөө нэг Ah интервал авч үзье. Энэ экстремумын 3 цэг бол 1б зурагт үзүүлсэн ξ_2, ξ_3, ξ_4 цэгүүд юм. Энд 2-р зурагт үзүүлсэн горим таарна.

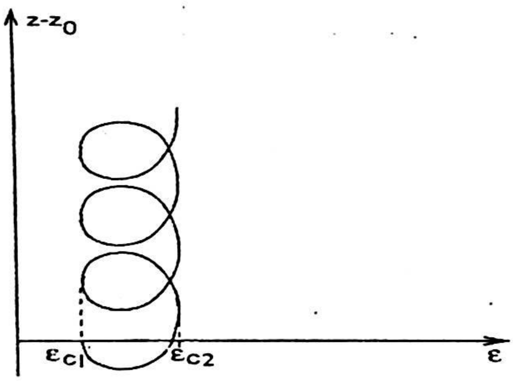
Хэрвээ

$$F_{\max,1}=\min(F(\xi_2,\varepsilon_l,\beta,cnst_1(\xi_2,\varepsilon_l,\beta)),$$
$$F(\xi_4,\varepsilon_l,\beta,cnst_1(\xi_4,\varepsilon_l,\beta)),$$

$$F_{\max,2} = \max(F(\xi_2, \varepsilon_l, \beta, cnst_1(\xi_2, \varepsilon_l, \beta)), \\ F(\xi_4, \varepsilon_l, \beta, cnst_1(\xi_4, \varepsilon_l, \beta))$$

$$F_{\min} = F(\xi_3, \varepsilon_l, \beta, cnst_2(\xi_3, \varepsilon_l, \beta)$$

гэвэл $4co^2$ параметрийн утгын мужлалт 2-р зурагт үзүүлсэнтэй адил болно. $4co^2 \in [0, F_{\min})$ байхад зөвшөөрөгдөх муж нь заавал хоёрдугаар төрлийн экстремумын $\varepsilon = \xi_3$ цэг агуулсан байх тул $\varepsilon(z - z_0)$ нь олон утгат үелэх функц болно.



8-р зураг. *Хэрвээ $\Delta z_1 \neq \Delta z_2$ бол муруй тодорхой давтамжтайгаар эргэж өөрийгөө огтлон үргэлжилнэ. Муруй $\varepsilon = \varepsilon_{c1}$ (буюу ε_{c2}) байх аль ч цэгийн хувьд тэгш хэмтэй.*

$$4co^2 \in (F_{\min}, F_{\max,1}),\ 4co^2 \in (F_{\max,1}, F_{\max,2})$$

тохиолуудад аль ч зөвшөөрөгдөх интервал дотор хоёрдугаар төрлийн экстремумын $\varepsilon = \xi_3$ цэг орохгүй учир тэнд $\varepsilon(z - z_0)$ нь нэгэн утгат үет функц байна.

Хавсралт I.4 сая үзсэнтэй адил. Хавсралт I.2-ын $(\vartheta_1, \vartheta_2)$, (χ, ϑ_3) хоёр салангид Ah интервал тус бүр дээр хоёрдугаар төрлийн экстремумын цэг алга. Аль ч Ah интервал дээр $4co^2$ параметрийн боломцоот утга бүрд харгалзах зөвшөөрөгдөх интервал дээр $\varepsilon(z - z_0)$ нь нэгэн утгат үет функц байна.

Хэрвээ хавсралт I.5 –ын $(\vartheta_2, \vartheta_3)$, экстр=2max,1min,1max гэсэн интервалд экстремумын цэгүүдийг ξ_1, ξ_2, ξ_3 гэж тэмдэглэсэнсэн бол $F(\xi_2, \varepsilon_l, \beta, cnst_1(\xi_2, \varepsilon_l, \beta))$ -ээс бага $4co^2$ ийн дурын утгад харгалзах зөвшөөрөгдөх интервал бүр дээр $\varepsilon(z - z_0)$ нь олон утгат үет функц байна. Мөн

$$F(\xi_2, \varepsilon_l, \beta, cnst_1(\xi_2, \varepsilon_l, \beta)) < 4co^2 < \\ F(\xi_1, \varepsilon_l, \beta, cnst_2(\xi_1, \varepsilon_l, \beta))$$

байх $4co^2$-ийн дурын утгад хоёрдугаар төрлийн максиумын $\varepsilon = \xi_1$ цэгийг агуулсан, зөвшөөрөгдөх интервал бий. Тэр интервал дээр $\varepsilon(z - z_0)$ нь бас олон утгатай үет функц. Харин

$$F(\xi_2, \varepsilon_l, \beta, cnst_1(\xi_2, \varepsilon_l, \beta)) < 4co^2 < \\ F(\xi_3, \varepsilon_l, \beta, cnst_1(\xi_3, \varepsilon_l, \beta))$$

байх $4co^2$-ийн дурын утгад харгалзах нэгдүгээр төрлийн максиумын $\varepsilon = \xi_3$ цэгийг агуулсан, зөвшөөрөгдсөн интервал дээр $\varepsilon(z - z_0)$ нь нэгэн утгатай үет функц байна.

Харин

$$4co^2 = F(\xi_2, \varepsilon_l, \beta, cnst_1(\xi_2, \varepsilon_l, \beta))$$

байх тохиолыг тусад нь үзэх шаардлагатай. Энэ үед зөвшөөрөгдөх интервал $(\varepsilon_{c1}, \varepsilon_{c2})$ нь нэгдүгээр төрлийн миниумийн $\varepsilon = \xi_2$ цэгийг агуулна. $\varepsilon = \xi_2$ цэг дээр

$$F(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst_1(\xi_2, \varepsilon_l, \beta)) - 4co^2$$

нь хоёрдугаар эрэмбийн тэгтэй. Иймд $\varepsilon \to \xi_2 \pm 0$ үед

$$z - z_0 \approx r(\xi_2) \ln(\lfloor \xi_2 - \varepsilon \rfloor),$$

үүнд $r(\xi_2)$ бол ξ_2 ээс хамаарсан ерийн нэгэн коэффициент илэрхийлэл. Энэ нь ε бол $z - z_0 \to \infty$ үед ξ_2 асимптот цэг рүүгээ экспоненциал хурдтай нийлнэ гэсэн үг. Энэ асимптот долгио зөвхөн нэгдүгээр төрлийн миниумын цэгтэй холбоотой байна. Нэгдүгээр төрлийн миниумийн цэг агуулсан интервалууд Хавсралт II .4, III .4, IV.4, V.4, VI .4, VII.5, VIII.5, IX.4, X.3, XI.3, XII.3 -д байгаа болохлоор эдгээр бүх тохиолд экспоненциаль хуулиар нийлдэг асимптот долгионы горим бас байх болно.

Хавсралт I.5-д $cnst \to c_{12}$ үеийн тахийлтын цэг нь нэг ба хоёрдугаар төрлийн экстремумын цэг давхцахад үүсдэг. $\xi_1 = \xi_2 = \delta$.

$$cnst_1(\delta, \varepsilon_l, \beta) = cnst_2(\delta, \varepsilon_l, \beta) = c_{12}$$

Энд $4co^2$-ын c_{12} ээс бага дурын утгад $\varepsilon(z - z_0)$ нь олон утгатай үет функц байна. Харин

$$c_{12} \le 4co^2 < F(\xi_3, \varepsilon_l, \beta, cnst_1(\xi_3, \varepsilon_l, \beta))$$

байх $4co^2$-ийн дурын утгад $\varepsilon = \xi_3$ цэгийг агуулсан зөвшөөрөгдөх интервал бүр дээр $\varepsilon(z - z_0)$ нь нэгэн утгатай үет функц байна. Хавсралт I.6-ийн эхний интервал бидний үзсэн Хавсралт I.3 -ийн эхний интервалтай ижил бүтэцтэй, 2-р төрлийн ганц максиумтай тул $\varepsilon(z - z_0)$ нь ч ижил төрхтэй. 2-р төрлийн максиумын баруун талд $cnst \to c_{1m}$ үед үүсэх тахийлтын цэг нь нэгдүгээр төрлийн тахийлтын цэг. Энд хэрвээ хоёрдугаар төрлийн максиумын цэгийг ξ_1, тахийлтын цэгийг ξ_2 гэж тэмдэглэсэнсэн бол, $\xi_2 = \gamma = (2\beta^2 + \varepsilon)/3$. $4co^2$-ийн $F(\xi_2, \varepsilon_l, \beta, cnst_1(\xi_2, \varepsilon_l, \beta))$-ээс бага дурын утгад зөвшөөрөгдөх интервал дээр $\varepsilon(z - z_0)$ нь олон утгатай үет функц байна. Мөн

$$F(\xi_2, \varepsilon_l, \beta, cnst_1(\xi_2, \varepsilon_l, \beta)) < 4co^2 < F(\xi_1, \varepsilon_l, \beta, cnst_2(\xi_1, \varepsilon_l, \beta))$$

байх $4co^2$-ийн дурын утгад харгалзах $\varepsilon = \xi_1$ цэгийг агуулсан зөвшөөрөгдөх интервал бүр дээр $\varepsilon(z - z_0)$ олон утгатай үет функц байна.

Харин $4co^2 = F(\xi_2, \varepsilon_l, \beta, cnst_1(\xi_2, \varepsilon_l, \beta))$ байх тохиол онцлогтой. Энэ тохиолд зөвшөөрөгдөх интервалын баруун үзүүр $\varepsilon = \xi_2 = \gamma$ нь

$$F(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst_1(\xi_2, \varepsilon_l, \beta)) - 4co^2$$

-ийн гуравдугаар эрэмбийн тэг. Иймд $\varepsilon \to \xi_2$ үед

$$z - z_0 \to b(\xi_2)/\sqrt{\xi_2 - \varepsilon}$$

хуулиар хязгааргүйд тэмүүлнэ, $b(\xi_2)$ нь ξ_2 ээс хамаарсан ерийн коэффициент илэрхийлэл. Энэ бол ε нь $z - z_0 \to \infty$ үед ξ_2 асимптот цэг рүүгээ $(z - z_0)^{-2}$ хурдтай нийлнэ гэсэн үг.

Энэ асимптот долгио $F(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst)$ функцийн зөвхөн нэгдүгээр төрлийн тахийлтын цэгтэй холбоотой болохлоор саяын ярьсан зүйл I -XII хавсралтанд байгаа нэгдүгээр төрлийн тахийлтын цэг бүхий аль ч интервалд нэгэн адил хамаарна.

Ийнхүү сөрөг керр орчинд өөр өөр асимптот бүхий хоёр янзын стационар асимптот ТМ долгио байж болох ажээ.

Диэлектрикийн функц координатаас хамаарсан хамаарлыг шинжилсэн шинжилгээний дүнг теорем хэлбэрээр томъёолъё.

Теорем I. $4co^2$*-ийн өгөгдсөн утганд хэрвээ* $F(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst) - 4co^2 \geq 0$ *тэнцэл-тэнцэл бишийг хангах аль нэг интервал дотор* $F(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst)$ *функц*

а) $F(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst) > 4co^2$ *нөхцөл хангах хоёрдугаар төрлийн стационар цэгтэй,*

б) $F(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst) = 4co^2$ *нөхцөл хангах нэгдүгээр төрлийн миниумын цэггүй,*

в) уг интервалын аль ч үзүүр нь $F(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst)$ *функцийн нэгдүгээр төрлийн тахийлтын цэг биш байвал* $\varepsilon(z - z_0)$ *нь уг интервалын хэмжээн дээр өөрчлөгдах олон утгат, өөрийгөө огтолсон график бүхий үелэх функц байна.*

Теорем II. $4co^2$*-ийн өгөгдсөн утганд хэрвээ* $F(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst) - 4co^2 \geq 0$ *тэнцэл-тэнцэл бишийг хангах интервал дотор* $F(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst)$ *функц*

а) $F(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst) > 4co^2$ *нөхцөл хангах хоёрдугаар төрлийн экстремумийн цэггүй*

б) $F(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst) = 4co^2$ *нөхцөл хангах 1-р төрлийн миниумын цэггүй,*

в) уг интервалын аль ч үзүүр нь $F(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst)$ *функцийн нэгдүгээр төрлийн тахийлтын цэг биш байвал* $\varepsilon(z - z_0)$ *нь уг интервалын хэмжээн дээр өөрчлөгдах нэгэн утгат үелэх функц байна.*

Теорем III. $4co^2$*-ийн өгөгдсөн утганд хэрвээ* $F(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst) - 4co^2 \geq 0$ *тэнцэл-тэнцэл бишийг хангах интервал дотор* $F(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst)$ *функц* $F(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst) = 4co^2$ *тэнцэлийг хангах нэгдүгээр төрлийн миниумын цэгтэй байвал утга нь тэр цэг рүү экспонент хуулиар тэмүүлэх* $\varepsilon(z - z_0)$ *функцээр илэрхийлэгдэх асимптот долгио бий.*

Теорем IV. $4co^2$*-ийн өгөгдсөн утганд хэрвээ* $F(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta, cnst) - 4co^2 \geq 0$ *тэнцэл-тэнцэл бишийг хангах интервалын аль* *нэг үзүүр нь $F(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta,cnst)$ функцийн нэгдүгээр төрлийн тахийлтын цэг байвал утга нь тэр цэг рүү зэрэгт хуулиар тэмүүлэх $\varepsilon(z-z_0)$ функцээр илэрхийлэгдэх*[1] *асимптот долгио бий.*

Дүгнэлт

Сөрөг керр орчинд тарах гэрлийн стационар ТМ цахилгаан соронзон долгионы оронгийн амплитудууд диэлектрикийн функцээр илэрхийлэгддэг. Диэлектрикийн функцийн координатаас хамаарах хамаарлыг тодорхойлох дөрвөн сул параметр агуулсан бөгөөд ерөнхий хэлбэртээ элементар ба тусгай функцээр илэрхийлэгддэггүй квадратур томъёо бий[1]. Параметруудын утгын огторгуйг мужилж, муж бүрд диэлектрикийн функцийн координатаас хамаарах хамаарал ямар төрхтэй байхыг шууд хэлж чадах рецепт боловсруулав. Тухайн мужид диэлектрикийн функцийн координатаас хамаарах хамаарал нь дараахь 5 төрлийн функцийн аль нэг хэлбэртэй байж болно. Үүнд

- Нэгэн утгат үет функц
- Олон утгатай бөгөөд график нь эргэж өөрийгөө огтолсон муруйгаар дүрслэгдэх үет функц
- Экспонент асимптоттой үет биш функц (асимптот долгион)
- Зэрэгт асимптоттой үет биш функц (асимптот долгион).
- Хавтгай долгио.

Ишлэл

Г. Очирбат, О. Нямсүрэн Рассеяние света в дефокусирующей среде на линейной подложке. Анализ формального решения, 2000, Препринт ОИЯИ, Р17-2000-241, Дубна.

Выводы

Амплитуды электромагнитных полей световых волн в дефокусирующей керр –среде выражаются через диэлектричекую функцию. Существует квадратурное выражение для зависимости диэлектрической функции от координаты,которое зависит от четырёх свободных параметров и неберется в общем виде через элементарные и специальные функции[1]. Нам удалось динамичным образом разложить пространство значений этих параметров на подпространства таким образом что в каждом из которых характер зависимости диэлектрической функции от координаты становится предсказуемым и сводится к одному из следующих типов функций:

- Однозначные периодические функции
- Многозначные периодические функции, которые графически изображаются линиями с самопересечениями
- Апериодические функции с экспоненциальным асимптотом (асимптотическая волна)
- Апериодические функции со степенным асимптотом (асимптотическая волна)
- Плоская волна

ХАВСРАЛТ

$r1 =$
$(-(1/6)(2+\sqrt{3})^{1/3} - (1/6)(2+\sqrt{3})^{-1/3} + 2/3)\varepsilon_l$

$r2 =$
$((1/135)(4636+2052\sqrt{5})^{1/3} +$

$(76/135)(4636+2052\sqrt{5})^{1/3} + 16/135)\varepsilon_l$

(15) нөхцлийг хангах Ah-мужийн хил хязгаар, уг муж дээрх $F(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta,cnst)$ функцийн min, max шинж нь (6) интегралаар тодорхойлогдох шийдийн төрхийг тогтооход гол баримжаа болно. Дор бид β, $cnst$ параметруудыг мужилж, тухайн муж бүрд Ah-мужийн хил, $F(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta,cnst)$ функцийн min, max шинжийг тодорхойлов. Үүнийг ашиглах юм бол $4co^2$-д зохих утга өгч (6) томъёогоор тооцоо хийхэд саадгүй болно. min, max-ын цэгийн байршил,уг цэг дээрх $F(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta,cnst)$ функцийн утга, min, max-ын төрлийг тогтоосны дараа $4co^2$-ийн аль утгад шийд ямар төрхтэй байхыг урьдаас шууд хэлэх боломж бүрддэг. Ah-муж бүр нэг буюу хоёр интервалаас тогтдог. Интервал $(\vartheta_1,\vartheta_2)$, $(\vartheta_2,\vartheta_3)$, (ϑ_1,χ), (χ,ϑ_2), (χ,ϑ_3), (ϑ_3,χ) гэсэн 6 янз бий. Үүнд χ нь $Q(\varepsilon,\varepsilon_l,cnst)=0$ квадрат тэгшитгэлийн эерэг ε-язгуур (() томъёогоор бодогдоно), $\vartheta_1,\vartheta_2,\vartheta_3$ нь $R(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta,cnst)=0$ куб тэгшитгэлийн эерэг ε-язгуурууд. Интервал бүрийн 2 үзүүрт $F(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta,cnst)$ функц тэг утга авна. Тухайн интервал дээр $F(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta,cnst)$ функц эсвэл нэг максиум эсвэл хоёр максиум нэг миниумумтэй байж болно.

Дор, жишээ нь, экстр=1max гэж тэмдэглэсэн газар бий. Энэ нь тухайн интервал 1-р төрлийн нэг максиумын цэг тэй гэдгийг тэмдэглэж байгаа юм, түүнчлэн экстр=1max,2min,2max гэж тэмдэглэсэн бол тухайн интервал дээр 1-р төрлийн максиумын цэгийн дараа 2-р төрлийн миниумум максиумын цэг дараалан оршиж байгааг зааж буй. Нэгдүгээр төрлийн экстремумийн цэг $cnst_1(\xi,\varepsilon_l,\beta)=cnst$ квадрат тэгшитгэлийн ξ-язгуур, 2-р төрлийн экстремумийн цэг $cnst_2(\xi,\varepsilon_l,\beta)=cnst$ куб тэгшитгэлийн ξ-язгуур юм.

I. $0<\beta^2<(2/15)\varepsilon_l$

$D(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta)$ функц $\varepsilon=\beta^2$ цэг дээр миниумумтэй, $\varepsilon=(2/3)\varepsilon_l$ цэг дээр максиумтай.

$cnst_1(\xi,\varepsilon_l,\beta)$, $cnst_2(\xi,\varepsilon_l,\beta)$ хоёр функцийн $(\xi,cnst)$ хавтгай дээрх график $\xi=2\beta^2$, $\xi=\delta$ гэсэн хоёр цэг дээр огтлолцоно. $2\beta^2<\delta<\gamma<(2/3)\varepsilon_l$,

ЗУРХ-ын дараалал :

$ce>c_{1m}>c_{12}>\varepsilon_l^2>c_{2m}>cb$

1. $cnst\in(0,cb)$ байвал Ah-муж : (χ,ϑ_3), экстр=1min. $cnst\to0$ үед (χ,ϑ_3) интервал $\varepsilon=\varepsilon_l$ цэг болж хувирна.

2. $cnst\in(cb,c_{2m})$ байвал Ah-муж : $(\vartheta_1,\vartheta_2)\bigcup(\chi,\vartheta_3)$ болно. $(\vartheta_1,\vartheta_2)$ дээр экстр=1max. (χ,ϑ_3) дээр экстр=1max. $\vartheta_2<2\beta^2<\chi$. $cnst\to cb$ үед $(\vartheta_1,\vartheta_2)$ интервал $\varepsilon=\beta^2$ цэг болж хувирна.

3. $cnst\in(c_{2m},\varepsilon_l^2)$ байвал Ah-муж : $(\vartheta_1,\chi)\bigcup(\vartheta_2,\vartheta_3)$ болно. (ϑ_1,χ) дээр экстр=2max. $(\vartheta_2,\vartheta_3)$ дээр экстр=1max, 2min, 1max. $cnst\to c_{2m}$ үед хоёр интервал нийлнэ. Тэр үед $\vartheta_2=2\beta^2=\chi$

4. $cnst\in(\varepsilon_l^2,c_{12})$ байвал Ah-муж : $(\vartheta_2,\vartheta_3)$ болно. $(\vartheta_2,\vartheta_3)$ дээр экстр=1max,2min,1max.Энд $2\beta^2<\vartheta_2<(2/3)\varepsilon_l<\vartheta_3$

5. $cnst\in(c_{12},c_{1m})$ байвал Ah-муж: $(\vartheta_2,\vartheta_3)$ болно. $(\vartheta_2,\vartheta_3)$ дээр экстр=2max, 1min, 1max. Энд $cnst\to c_{12}$ үед зүүн талын 2 экстремумын цэг давхцаж 2-р төрлийн тахийлтын цэг болж хувирна.

6. $cnst\in(c_{1m},ce)$ байвал Ah-муж : $(\vartheta_2,\vartheta_3)$ болно. $(\vartheta_2,\vartheta_3)$ дээр экстр=2max. Энд $2\beta^2<\vartheta_2<(2/3)\varepsilon_l<\vartheta_3$ байна. $cnst\to ce$ үед $(\vartheta_2,\vartheta_3)$ интервал $\varepsilon=(2/3)\varepsilon_l$ цэг болж хувирна. $cnst\to c_{1m}$ үед 2max цэгийн баруун талд 1-р төрлийн тахийлтын цэг бий болно.

7. $cnst>ce$ байвал Ah-муж хоосон.

II. $(2/15)\varepsilon_l < \beta^2 < (1-\sqrt{3}/2)\varepsilon_l$

$D(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta)$ функц $\varepsilon=\beta^2$ цэг дээр миниумумтэй, $\varepsilon=(2/3)\varepsilon_l$ цэг дээр максиумтай.

$cnst_1(\xi,\varepsilon_l,\beta)$, $cnst_2(\xi,\varepsilon_l,\beta)$ хоёр функцийн $(\xi,cnst)$ хавтгай дээрх график $\xi=2\beta^2$, $\xi=\delta$ гэсэн хоёр цэг дээр огтлолцоно. $2\beta^2<\delta<\gamma<(2/3)\varepsilon_l$,

ЗУРХ-ын дараалал :

$ce > c_{1m} > \varepsilon_l^2 > c_{12} > c_{2m} > cb$

$cnst \in (0,cb)$, $cnst \in (cb,c_{2m})$ байхад Ah-мужийн хилийн тодорхойлолт, $F(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta,cnst)$ функцийн min, max шинж нь I-ийн1., 2. –ийхтэй адил.

3. $cnst \in (c_{2m},c_{12})$ байвал Ah-муж: $(\vartheta_1,\chi)\cup(\vartheta_2,\vartheta_3)$ болно. (ϑ_1,χ) дээр экстр=2max. $(\vartheta_2,\vartheta_3)$ дээр экстр=1max, 2min, 1max. $cnst\to c_{2m}$ үед хоёр интервал нийлнэ. Тэр үед $\chi=\vartheta_2=2\beta^2$

4. $cnst \in (c_{12},\varepsilon_l^2)$ байвал Ah-муж : $(\vartheta_1,\chi)\cup(\vartheta_2,\vartheta_3)$ болно. (ϑ_1,χ) дээр экстр=2max. $(\vartheta_2,\vartheta_3)$ дээр экстр=2max, 1min, 1max. $\chi<2\beta^2<\vartheta_2<(2/3)\varepsilon_l<\vartheta_3$

5. $cnst \in (\varepsilon_l^2,c_{1m})$ байвал Ah-муж: $(\vartheta_2,\vartheta_3)$ болно. $(\vartheta_2,\vartheta_3)$ дээр экстр=2max, 1min,1max. Энд $\chi<2\beta^2<\vartheta_2<(2/3)\varepsilon_l<\vartheta_3$. Энд $cnst\to c_{1m}$ үед 1-р төрлийн экстремумын хоёр цэг давхцаж 1-р төрлийн тахийлтын цэг болж хувирна.

6. $cnst \in (c_{1m},ce)$ байвал Ah-муж: $(\vartheta_2,\vartheta_3)$ болно. $(\vartheta_2,\vartheta_3)$ дээр экстр=2max. Энд $cnst\to ce$ үед $(\vartheta_2,\vartheta_3)$ интервал $\varepsilon=(2/3)\varepsilon_l$ цэг болж хувирна.

7. $cnst>ce$ байвал Ah-муж хоосон.

III. $(1-\sqrt{3}/2)\varepsilon_l < \beta^2 < (2/9)\varepsilon_l$

$D(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta)$ функц $\varepsilon=\beta^2$ цэг дээр миниумумтэй, $\varepsilon=(2/3)\varepsilon_l$ цэг дээр максиумтай.

$cnst_1(\xi,\varepsilon_l,\beta)$, $cnst_2(\xi,\varepsilon_l,\beta)$ хоёр функцийн $(\xi,cnst)$ хавтгай дээрх график $\xi=2\beta^2$, $\xi=\delta$ гэсэн хоёр цэг дээр огтлолцоно. $2\beta^2<\delta<\gamma<(2/3)\varepsilon_l$,

ЗУРХ-ын дараалал :

$ce > \varepsilon_l^2 > c_{1m} > c_{12} > c_{2m} > cb$

$cnst \in (0,cb)$, $cnst \in (cb,c_{2m})$ байхад Ah-мужийн хилийн тодорхойлолт, $F(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta,cnst)$ функцийн min, max шинж нь I-ийн1., 2. –ийхтэй адил.

3. $cnst \in (c_{2m},c_{12})$ байвал Ah-муж : $(\vartheta_1,\chi)\cup(\vartheta_2,\vartheta_3)$ болно. (ϑ_1,χ) дээр экстр=2max. $(\vartheta_2,\vartheta_3)$ дээр экстр=1max,2min,1max. Энд $cnst\to c_{2m}$ үед 2 интервал нийлнэ . Тэр үед $\vartheta_2=2\beta^2=\chi$

4. $cnst \in (c_{12},c_{1m})$ байвал Ah-муж : $(\vartheta_1,\chi)\cup(\vartheta_2,\vartheta_3)$ болно. (ϑ_1,χ) дээр экстр=2max. $(\vartheta_2,\vartheta_3)$ дээр экстр=2max, 1min, 1max Энд $(\vartheta_2,\vartheta_3)$ дээр $cnst\to c_{12}$ үед эхний хоёр экстремумын цэг давхцаж 2-р төрлийн тахийлтын цэг болж хувирна. Бас $cnst\to c_{1m}$ үед сүүлчийн хоёр экстремумын цэг давхцаж 1-р төрлийн тахийлтын цэг болж хувирна

5. $cnst \in (c_{1m},\varepsilon_l^2)$ байвал Ah-муж: $(\vartheta_1,\chi)\cup(\vartheta_2,\vartheta_3)$ болно. (ϑ_1,χ) дээр экстр=2max. $(\vartheta_2,\vartheta_3)$ дээр экстр=2max . $\chi<2\beta^2<\vartheta_2<(2/3)\varepsilon_l<\vartheta_3$

6. $cnst \in (\varepsilon_l^2,ce)$ байвал Ah-муж : $(\vartheta_2,\vartheta_3)$ болно. Энэ интервал дээр экстр=2max Энд $cnst\to ce$ үед уг интервал $\varepsilon=(2/3)\varepsilon_l$ цэг болж хувирна.

7. $cnst>ce$ байвал Ah-муж хоосон.

IV. $(2/9)\varepsilon_l < \beta^2 < (1/4)\varepsilon_l$

$D(\varepsilon,\varepsilon_l,\beta)$ функц $\varepsilon=\beta^2$ цэг дээр миниумумтэй, $\varepsilon=(2/3)\varepsilon_l$ цэг дээр максиумтай.

$cnst_1(\xi,\varepsilon_l,\beta)$, $cnst_2(\xi,\varepsilon_l,\beta)$ хоёр функцийн $(\xi,cnst)$ хавтгай дээрх график $\xi=2\beta^2$, $\xi=\delta$ гэсэн хоёр цэг дээр огтлолцоно. $2\beta^2<\delta<\gamma<(2/3)\varepsilon_l$,

ЗУРХ-ын дараалал :

$\varepsilon_l^2 > ce > c_{1m} > c_{12} > c_{2m} > cb$

ЗУРХ-д сүүлчийн 4 хэмжигдүүний дараалал III –ыхтай адил байна, III –ын эхний 4 тохиол энд давтагдана.

5. $cnst \in (c_{1m}, \varepsilon_l^2)$ байвал Ah-муж : $(\vartheta_1, \chi) \cup (\vartheta_2, \vartheta_3)$ болно. (ϑ_1, χ) дээр экстр=2max. $(\vartheta_2, \vartheta_3)$ дээр экстр=2max . $\chi < 2\beta^2 < \vartheta_2 < (2/3)\varepsilon_l < \vartheta_3$. $cnst \to c_{1m}$ үед $(\vartheta_2, \vartheta_3)$ дээр 2max цэгийн баруун талд 1-р төрлийн тахийлтын цэг бий болно.

6. $cnst \in (ce, \varepsilon_l^2)$ байвал Ah-муж : (ϑ_2, χ) болно. (ϑ_2, χ) дээр экстр=2max. Энд $cnst \to ce$ үед $(\vartheta_2, \vartheta_3)$ интервал $\varepsilon = (2/3)\varepsilon_l$ цэг болж хувирна.

7. $cnst > ce$ байвал Ah-муж хоосон.

V. $(1/4)\varepsilon_l < \beta^2 < r1$

$D(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta)$ функц $\varepsilon = \beta^2$ цэг дээр миниумумтэй, $\varepsilon = (2/3)\varepsilon_l$ цэг дээр максиумтай.

$cnst_1(\xi, \varepsilon_l, \beta)$, $cnst_2(\xi, \varepsilon_l, \beta)$ хоёр функцийн $(\xi, cnst)$ хавтгай дээрх график $\xi = 2\beta^2$, $\xi = \delta$ гэсэн хоёр цэг дээр огтлолцоно. Энд $\beta^2 < \delta < \gamma < 2\beta^2 < (2/3)\varepsilon_l$,

ЗУРХ-ын дараалал :

$\varepsilon_l^2 > ce > c_{1m} > c_{12} > c_{2m} > cb$

I –ийн эхний 2 тохиол энд давтагдана.

3. $cnst \in (c_{2m}, c_{12})$ байвал Ah-муж : $(\vartheta_1, \chi) \cup (\vartheta_2, \vartheta_3)$ болно. (ϑ_1, χ) дээр экстр= 1max, 2min, 1max. $(\vartheta_2, \vartheta_3)$ дээр экстр=2max. $\chi < 2\beta^2 < \vartheta_2$, Энд $cnst \to c_{2m}$ үед 2 интервал нийлнэ .

4. $cnst \in (c_{12}, c_{1m})$ байвал Ah-муж : $(\vartheta_1, \chi) \cup (\vartheta_2, \vartheta_3)$ болно. (ϑ_1, χ) дээр экстр= 2max,1min,1max. $(\vartheta_2, \vartheta_3)$ дээр экстр=2max. Энд $2\beta^2 < \vartheta_2$, $\chi < 2\beta^2$ байна. (ϑ_1, χ) дээр $cnst \to c_{12}$ үед эхний хоёр экстремумын цэг давхцаж 2-р төрлийн тахийлтын цэг болж хувирна. Бас $cnst \to c_{1m}$ үед сүүлчийн хоёр экстремумын цэг давхцаж 1-р төрлийн тахийлтын цэг болж хувирна

5. $cnst \in (c_{1m}, ce)$ байвал Ah-муж : $(\vartheta_1, \chi) \cup (\vartheta_2, \vartheta_3)$ болно. (ϑ_1, χ) дээр экстр= 2max. $(\vartheta_2, \vartheta_3)$ дээр экстр=2max . $cnst \to ce$ үед $(\vartheta_2, \vartheta_3)$ интервал $\varepsilon = (2/3)\varepsilon_l$ цэгрүү нийлнэ.

6. $cnst \in (ce, \varepsilon_l^2)$ байвал Ah-муж : (ϑ_1, χ) болно. (ϑ_1, χ) дээр экстр=2max. Энд $cnst \to \varepsilon_l^2$ үед энэ интервал $\varepsilon = 0$ цэг болж хувирна.

7. $cnst > ce$ байвал Ah-муж хоосон

VI. $r1 < \beta^2 < r2$

$D(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta)$ функц $\varepsilon = \beta^2$ цэг дээр миниумумтэй, $\varepsilon = (2/3)\varepsilon_l$ цэг дээр максиумтай.

$cnst_1(\xi, \varepsilon_l, \beta)$, $cnst_2(\xi, \varepsilon_l, \beta)$ хоёр функцийн $(\xi, cnst)$ хавтгай дээрх график $\xi = 2\beta^2$, $\xi = \delta$ гэсэн хоёр цэг дээр огтлолцоно. Энд $\beta^2 < \delta < \gamma < 2\beta^2 < (2/3)\varepsilon_l$,

ЗУРХ-ын дараалал :

$\varepsilon_l^2 > c_{1m} > ce > c_{12} > c_{2m} > cb$

I –ийн эхний 2 тохиол энд давтагдана.

3. $cnst \in (c_{2m}, c_{12})$ байвал Ah-муж : $(\vartheta_1, \chi) \cup (\vartheta_2, \vartheta_3)$ болно. (ϑ_1, χ) дээр экстр=1max,2min,1max. $(\vartheta_2, \vartheta_3)$ дээр экстр=2max. $\chi < 2\beta^2 < \vartheta_2$, Энд $cnst \to c_{2m}$ үед 2 интервал нийлнэ .

4. $cnst \in (c_{12}, ce)$ байвал Ah-муж : $(\vartheta_1, \chi) \cup (\vartheta_2, \vartheta_3)$ болно. (ϑ_1, χ) дээр экстр=2max,1min,1max. $(\vartheta_2, \vartheta_3)$ дээр экстр=2max Энд $2\beta^2 < \vartheta_2$, $\chi < 2\beta^2$ байна. (ϑ_1, χ) дээр $cnst \to c_{12}$ үед эхний хоёр экстремумын цэг давхцаж 2-р төрлийн тахийлтын цэг болж хувирна. Бас $cnst \to ce$ үед $(\vartheta_2, \vartheta_3)$ интервал $\varepsilon = (2/3)\varepsilon_l$ цэг рүү нийлнэ.

5. $cnst \in (ce, c_{1m})$ байвал Ah-муж : (ϑ_1, χ) болно. (ϑ_1, χ) дээр экстр=2max,1min.1max. $\chi < 2\beta^2 < \vartheta_2$. $cnst \to c_{1m}$ үед сүүлчийн хоёр экстремумын цэг давхцаж 1-р төрлийн тахийлтын цэг болж хувирна.

6. $cnst \in (c_{1m}, \varepsilon_l^2)$ байвал Ah-муж : (ϑ_1, χ) болно. (ϑ_1, χ) дээр экстр=2max. Энд $cnst \to \varepsilon_l^2$ үед энэ интервал $\varepsilon = 0$ цэг болж хувирна.

7. $cnst > ce$ байвал Ah-муж хоосон

VII. $r2 < \beta^2 < (1/3)\varepsilon_l$

$D(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta)$ функц $\varepsilon = \beta^2$ цэг дээр миниумумтэй, $\varepsilon = (2/3)\varepsilon_l$ цэг дээр максиумтай.

$cnst_1(\xi, \varepsilon_l, \beta)$, $cnst_2(\xi, \varepsilon_l, \beta)$ хоёр функцийн $(\xi, cnst)$ хавтгай дээрх график $\xi = 2\beta^2$, $\xi = \delta$ гэсэн хоёр цэг дээр огтлолцоно. Энд $\beta^2 < \delta < \gamma < 2\beta^2 < (2/3)\varepsilon_l$,

ЗУРХ-ын дараалал :

$\varepsilon_l^2 > c_{1m} > c_{12} > ce > c_{2m} > cb$

I –ийн эхний 2 тохиол энд давтагдана.

3. $cnst \in (c_{2m}, ce)$ байвал Ah-муж : $(\vartheta_1, \chi) \cup (\vartheta_2, \vartheta_3)$ болно. (ϑ_1, χ) дээр экстр= 1max,2min,1max. $(\vartheta_2, \vartheta_3)$ дээр экстр=2max. Энд $cnst \to c_{2m}$ үед 2 интервал нийлнэ. $cnst \to ce$ үед $(\vartheta_2, \vartheta_3)$ интервал $\varepsilon = (2/3)\varepsilon_l$ цэг рүү нийлнэ.

4. $cnst \in (ce, c_{12})$ байвал Ah-муж : (ϑ_1, χ) болно. (ϑ_1, χ) дээр экстр=1max, 2min,1max. $cnst \to c_{12}$ үед эхний хоёр экстремумын цэг давхцаж 2-р төрлийн тахийлтын цэг болж хувирна.

5. $cnst \in (c_{12}, c_{1m})$ байвал Ah-муж : (ϑ_1, χ) болно. (ϑ_1, χ) дээр экстр=2max, 1min,1max. $cnst \to c_{1m}$ үед сүүлчийн хоёр экстремумын цэг давхцаж

1-р төрлийн тахийлтын цэг болж хувирна.

6. $cnst \in (c_{1m}, \varepsilon_l^2)$ байвал Ah-муж : (ϑ_1, χ) болно. (ϑ_1, χ) дээр экстр=2max. Энд $cnst \to \varepsilon_l^2$ үед энэ интервал $\varepsilon = 0$ цэг болж хувирна.

7. $cnst > ce$ байвал Ah-муж хоосон

VIII. $(1/3)\varepsilon_l < \beta^2 < (2/5)\varepsilon_l$

$D(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta)$ функц $\varepsilon = \beta^2$ цэг дээр миниумумтэй, $\varepsilon = (2/3)\varepsilon_l$ цэг дээр максиумтай.

$cnst_1(\xi, \varepsilon_l, \beta)$, $cnst_2(\xi, \varepsilon_l, \beta)$ хоёр функцийн $(\xi, cnst)$ хавтгай дээрх график $\xi = 2\beta^2$, $\xi = \delta$ гэсэн хоёр цэг дээр огтлолцоно. Энд $\beta^2 < \delta < \gamma < (2/3)\varepsilon_l < 2\beta^2$,

ЗУРХ-ын дараалал :

$\varepsilon_l^2 > c_{1m} > c_{12} > ce > c_{2m} > cb$

1. $cnst \in (0, cb)$ байвал Ah-муж : (χ, ϑ_3) болно. (χ, ϑ_3) дээр экстр=1max.

2. $cnst \in (cb, c_{2m})$ байвал Ah-муж : $(\vartheta_1, \vartheta_2) \cup (\chi, \vartheta_3)$ болно. $(\vartheta_1, \vartheta_2)$ дээр экстр=1max. (χ, ϑ_3) дээр экстр=1max.

3. $cnst \in (c_{2m}, ce)$ байвал Ah-муж : $(\vartheta_1, \vartheta_2) \cup (\vartheta_3, \chi)$ болно. $(\vartheta_1, \vartheta_2)$ дээр экстр=1max. (ϑ_3, χ) дээр экстр=1max. Энд $cnst \to ce$ үед 2 интервал нийлнэ .Тэр үед $\vartheta_2 = \vartheta_3 = (2/3)\varepsilon_l$

4. $cnst \in (ce, c_{12})$ байвал Ah-муж : (ϑ_1, χ) болно. (ϑ_1, χ) дээр экстр=1max,2min, 1max. $cnst \to c_{12}$ үед эхний хоёр экстремумын цэг давхцаж 2-р төрлийн тахийлтын цэг болж хувирна.

5. $cnst \in (c_{12}, c_{1m})$ байвал Ah-муж: (ϑ_1, χ) болно. (ϑ_1, χ) дээр экстр=2max,1min,1max

6. $cnst \in (c_{1m}, \varepsilon_l^2)$ байвал Ah-муж : (ϑ_1, χ) болно. (ϑ_1, χ) дээр экстр=2max. Энд $cnst \to c_{1m}$ үед 2max цэгийн баруун талд 1-р төрлийн тахийлтын цэг бий болно.

7. $cnst > ce$ байвал Ah-муж хоосон

IX. $(2/5)\varepsilon_l < \beta^2 < (1/3)\varepsilon_l$

$D(\varepsilon, \varepsilon_l, \beta)$ функц $\varepsilon = \beta^2$ цэг дээр миниумумтэй, $\varepsilon = (2/3)\varepsilon_l$ цэг дээр максиумтай.

$cnst_1(\xi, \varepsilon_l, \beta)$, $cnst_2(\xi, \varepsilon_l, \beta)$ хоёр функцийн $(\xi, cnst)$ хавтгай дээрх график $\xi = 2\beta^2$, $\xi = \delta$ гэсэн хоёр цэг дээр огтлолцоно. Энд $\beta^2 < \delta < \gamma < (2/3)\varepsilon_l < 2\beta^2$,

ЗУРХ-ын дараалал :

$\varepsilon_l^2 > c_{1m} > c_{12} > ce > cb > c_{2m}$

1. $cnst \in (0, c_{2m})$ байвал Ah-муж: (χ, ϑ_3) болно. (χ, ϑ_3) дээр экстр=1max. Энд (χ, ϑ_3) интервал $cnst \to 0$ үед $\varepsilon = 0$ цэг рүү, $cnst \to c_{2m}$ үед $\varepsilon = 2\beta^2$ цэг рүү нийлнэ.

2. $cnst \in (c_{2m}, cb)$ байвал Ah-муж : (ϑ_3, χ) болно. (ϑ_3, χ) дээр экстр=1max. $(2/3)\varepsilon_l < \vartheta_3 < \chi < 2\beta^2$