14

ЭДИЙН ЗАСГИЙН ӨСӨЛТИЙН ОНОЛЫН НЭГЭН ЗАГВАР

Р. Энхбат, Д. Баянжаргал

Дэлхийн улс орон бүрд амьдралын түвшин янз бүр байдаг. Хэдийгээр нарийн харьцуулалт хийх нь төвөгтэй боловч нэг хүнд ноогдох үйлдвэрлэлийн бодит хэмжээний өсөлтийн тусламжтайгаар улс орнуудын эдийн засгийн өсөлтийг хэмжиж хооронд нь харьцуулдаг. Эдийн засгийн өсөлт бол ард түмний амьдралын түвшинг дээшлүүлэх гол түлхүүр юм.

Аливаа эдийн засгийн тогтвортой, өндөр хурдацтай өсөлт нь үйлдвэрлэлийн нөөцүүдийг хэр оновчтой байршуулж бүрэн дүүрэн үр дүнтэй ашиглаж байгаагаас хамаардаг. Харамсалтай нь ихэнх улс орнуудад ялангуяа зах зээлийн тогтолцоонд шилжиж буй манай орны хувьд бүхий л нөөцийн ашиглалт туйлийн хангалтгүй байгаа билээ. Иймд манай улсын хувьд нөөцийн ашиглалтыг эрс сайжруулан эдийн засгийг тогтворжуулах явдал нэн тэргүүний зорилт болж байна.

Бид энэ өгүүлэлд эдийн засгийн өсөлтийн Soloyгийн загварыг онолын хувьд квази хотгор функцийн ангид өргөтгөн судалж, тэнцвэрийн төлөв байдлуудыг шинжиллээ. Soloy-гийн загварт үйлдвэрлэлийн функцийг хотгор байна гэж үздэг бөгөөд энэ нь үйлдвэрлэлийн бүтээгдэхүүний өсөлтийн хурдац нь үргэлж ижил тэмдэгтэй байна гэсэн үг. Энэ нь бодит байдлыг сайн тусгаж чаддаггүй. Ялангуяа урт хугацаанд эдийн засгийн систем дэх үйлдвэрлэлийн процесс нь өсөлттэй, уналттай, өөрчлөлттэй байдаг тул дээрх чанар нь учир дутагдалтай юм. Үйлдвэрлэлийн функцийг квази-хотгор функцээр сольсноор олон тэнцвэрт төлөв гарч ирэх боломжтой. Мөн түүнчлэн квази-хотгор функц болох логистик функцийг ашиглан тэнцвэрийн цэгүүдийг аналитик байдлаар гаргав.

Soloy-гийн загвар

Soloyгийн өсөлтийн загвар нь үйлдвэрлэгдсэн бүтээгдэхүүн, үйлдвэрлэлд ашиглаж байгаа капитал, хөдөлмөр болон мэдлэг туршлага буюу хөдөлмөрийн үр ашиг гэсэн 4 хувьсах хэмжигдэхүүний хоорондын хамаарлыг авч үздэг.

Үйлдвэрлэлийн функц дараах хэлбэртэй байна.

$$Y(t) = F(K(t), L(t)A(t)) \tag{1}$$

Энд: **Y** - үйлдвэрлэгдсэн бүтээгдэхүүн
K - капитал
L - хөдөлмөр
A - мэдлэг туршлага буюу хөдөлмөрийн үр ашиг
t - хугацаа

(1) тэгшитгэлээс харахад A ба L нь үржвэр хэлбэртэй байна. Энэ үржвэрийг ашигтай хөдөлмөр гэнэ.

Уг загварын үйлдвэрлэлийн функцтэй холбоотой хамгийн чухал таамаглал бол үйлдвэрлэлийн функц нь капитал ба ашигтай хөдөлмөр гэсэн 2 аргументынхаа хувьд тогтмол үр өгөөжтэй. Энэ нь капитал ба ашигтай хөдөлмөрийг тухайлбал 2 дахин ихэсгэхэд үйлдвэрлэлийн хэмжээ мөн 2 дахин өсөнө гэсэн үг. Ерөнхий тохиолдолд дээрх чанарыг дараах байдлаар томъёолдог. Ерөнхий тохиолдолд дээрх чанарыг дараах байдлаар томъёолдог.

$$F(cK, cAL) = cF(K, AL), \qquad c \geq 0 \tag{2}$$

c - тогтмол тоо

Тогтмол үр өгөөжтэй гэсэн энэ таамаглал нь бидэнд үйлдвэрлэлийн функцийн богино хэлбэртэй ажиллах боломжийг олгодог.

$$c = \frac{1}{AL}$$

гэе. Тэгвэл (2) тэгшитгэл нь дараахь хэлбэртэй болно.

$$F(\frac{K}{AL}, 1) = \frac{1}{AL} F(K, AL) \tag{3}$$

$\frac{K}{AL}$ - нэгж ашигтай хөдөлмөрт ногдох капитал буюу капитал зэвсэглэмж

$\frac{F(K, AL)}{AL}$ - нэгж ашигтай хөдөлмөрт ногдох бүтээгдэхүүний хэмжээ буюу хөдөлмөрийн бүтээмж

Эдгээр үзүүлэлтүүдийг жижиг үсгээр тэмдэглэе.

$$k = \frac{K}{AL}, \qquad y = \frac{Y}{AL}, \qquad f(k) = F(k, 1)$$

гэвэл (3)-ийг доорх байдлаар бичиж болно.

$$y = f(k) \tag{4}$$

(4) нь хөдөлмөрийн бүтээмжийг капитал зэвсэглэмжээс хамаарсан функц болохыг харуулж байна. Үйлдвэрлэлийн функцийн богино хэлбэр болох $f(k)$ нь дараах нөхцлийг хангана.

$$f(0) = 0, \qquad f'(k) > 0$$

$f'(k)$ - капиталын ахиу бүтээгдэхүүн.

Үүнээс гадна Soloyгийн загварт үйлдвэрлэлийн функц нь хотгор байдаг. Өөрөөр хэлбэл $f''(k) < 0$ гэж үздэг. Энэ нь орцыг өсгөх тутам тэдгээрийн ахиу бүтээгдэхүүн өсөх боловч тодорхой түвшнээс цааш үр өгөөж нь буурна гэсэн үг. Гэхдээ бүх эдийн засагт ийм байх боломжгүй. Хөгжиж байгаа орнуудад үр ашгийг өсгөх нь маш чухал ач холбогдолтой бөгөөд боломжтой байдаг. Иймд бид үйлдвэрлэлийн функцийг квази-хотгор байна гэж үзье. Энэ нь $f(k)$функцийн хувьд нэгж ашигтай хөдөлмөрт ноогдох капитал буюу капитал зэвсэглэмжийг нэгжээр нэмэгдүүлэхэд гарах гарц болох ахиу бүтээгдэхүүн эерэг байна. Гэхдээ энэ функцийн хувьд k-ийн эхний үед k-г өсгөх тутам ахиу бүтээгдэхүүн нь өсөх бөгөөд тодорхой түвшнээс эхлэн буурна. Өөрөөр хэлбэл тодорхой завсарт $f''(k) > 0$ тодорхой завсарт $f''(k) < 0$ байна.

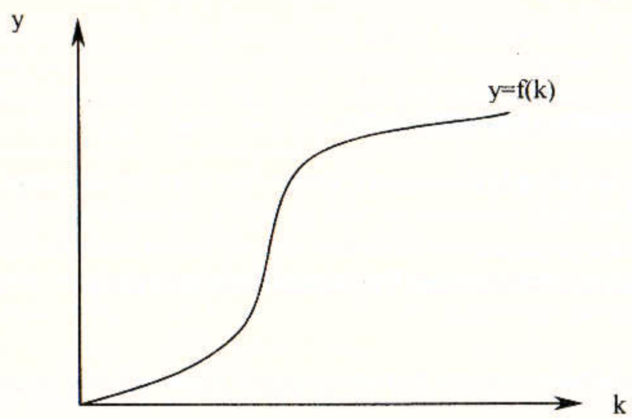
Квази-хотгор функцийн тодорхойлолтыг дараах байдлаар өгдөг.
$C \subset R^n$ гүдгэр олонлог дээр тодорхойлогдсон f бодит функцийн хувьд:

$$\forall u, v \in C, f(v) \geq f(u), 0 \leq \alpha \leq 1 \quad \Rightarrow \quad f(\alpha u + (1-\alpha)v) \geq f(u)$$

нөхцөл биелж байвал f-ийг C олонлог дээр квази-хотгор функц гэнэ.
Аливаа хотгор функц бүр квазихотгор байна. Харин квази-хотгор функц бүхэн хотгор байх албагүй.

Үйлдвэрлэлийн квази-хотгор функцийн графикийг доорх графикаар харуулав.

Зураг - 1



Үйлдвэрлэлийн хүчин зүйлүүдийн өөрчлөлт

Загварыг бид тасралтгүй тохиолдолд байгуулж байгаа бөгөөд загварын хувьсагчид хугацааны цэг бүр дээр тодорхойлогдсон гэе.

Хөдөлмөр ба мэдлэг туршлагыг тогтмол хувиар өсдөг гэж үзье. Өөрөөр хэлбэл:

$$L(t) = nL(t) \tag{5}$$

$$A(t) = gA(t) \tag{6}$$

n ба g - гадаад параметрүүд бөгөөд хувьсагчдын дээрх цэг нь хугацаагаар авсан уламжлалыг тэмдэглэнэ.

(5), (6) тэгшитгэлүүд нь A ба L экспоненциал хуулиар өсдөг гэдгийг харуулж байна. Хэрэв t=0 үеийн L(0), A(0) гэсэн анхны утгууд өгөгдсөн гэвэл:

$$L(t) = L(0)e^{nt}, \qquad A(t) = A(0)e^{gt}$$

болно.

Үйлдвэрлэгдсэн бүтээгдэхүүн хэрэглээ ба хөрөнгө оруулалтанд хувиарлагдана. Бүтээгдэхүүний хөрөнгө оруулалтанд зориулагдах хэсгийг s гэе. Хөрөнгө оруулалтанд зориулагдсан нэг нэгж бүтээгдэхүүн нэг нэгж шинэ капитал бий болгодог, мөн байгаа капиталын δ элэгддэг гэвэл капиталын өөрчлөлт:

$$K(t) = sY(t) - \delta K(t) \tag{7}$$

болно.

Одоо бид дээр үзсэн зүйлүүдээ ашиглан k-ийн өөрчлөлтийг олъё. Өмнө үзсэн ёсоор:

$$k = \frac{K}{AL}$$

Эндээс t хувьсагчаар уламжлал авбал:

$$k(t) = \frac{K(t)}{A(t)L(t)} - \frac{K(t)}{[A(t)L(t)]^2}[A(t)L(t) + L(t)A(t)] = \frac{K(t)}{A(t)L(t)} - \frac{K(t)}{A(t)L(t)} \cdot \frac{L(t)}{L(t)} -$$

$$- \frac{K(t)}{A(t)L(t)} \cdot \frac{A(t)}{A(t)} \tag{8}$$

(5), (6), (7)-ийг (8)-д орлуулбал:

$$k(t) = \frac{sY(t) - \delta K(t)}{A(t)L(t)} - k(t)n - k(t)g = s\frac{Y(t)}{A(t)L(t)} - \delta k(t) - nk(t) - gk(t)$$

$$\frac{Y(t)}{A(t)L(t)} = f(k) \tag{9}$$

учраас:

$$k(t) = sf(k) - (n + \delta + g)k(t) \tag{10}$$

(10) нь Soloyгийн загварын үндсэн түлхүүр юм. Эндээс харахад капитал зэвсэглэмжийн өөрчлөлт нь 2 зүйлийн ялгавар байна.

$sf(k)$ - нэгж ашигтай хөдөлмөрт ноогдох бодит хөрөнгө оруулалт
s - нийт бүтээгдэхүүнээс хөрөнгө оруулалтанд оногдох хувь буюу хадгаламжийн норм
$(n + \delta + g)k$ - нөхвөр хөрөнгө оруулалт. (break-even investment)

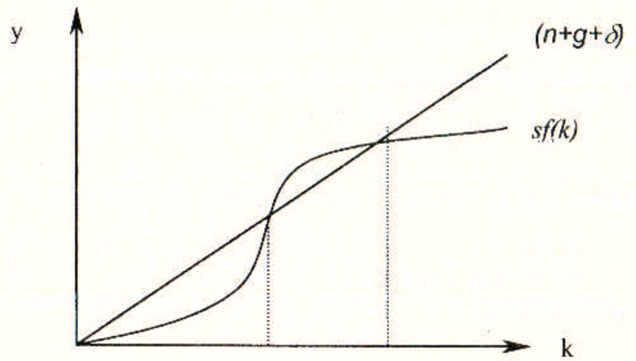
Энд элэгдэж хасагдсан капитал, хүн амын өсөлт болон мэдлэг туршлага буюу хөдөлмөрийн үр ашгийн дүн нэгтгэгдэж байгаа юм. Хүн амын өсөлт болон хөдөлмөрийн үр ашиг нь элэгдэлтэй адил капитал зэвсэглэмжийг бууруулдагийг энэ тэгшитгэл харуулж байна.

Капитал зэвсэглэмжийн тогтвортой түвшин

Нөхвөр буюу завсар хөрөнгө оруулалт нь капиталын нөөцийг өмнөх түвшинд нь тогтмол барьж байхад шаардагдах капиталын хэмжээ юм.

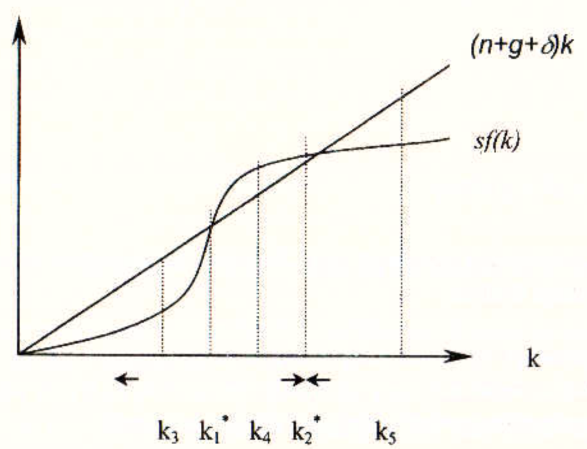
Нэгж хөдөлмөрийн бүтээмжинд оногдох бодит хөрөнгө оруулалтын хэмжээ нөхвөр хөрөнгө оруулалтын хэмжээнээс давах үед k өсдөг. Харин бодит хөрөнгө оруулалт нь нөхвөр хөрөнгө оруулалтанд хүрэхгүй бол k-ын хэмжээ буурдаг. Хэрэв бодит хөрөнгө оруулалт нь нөхвөр хөрөнгө оруулалттай тэнцүү үед k тогтмол байна.

Зураг -2



Зургаас харахад бодит хөрөнгө оруулалт нь нөхвөр хөрөнгө оруулалттай тэнцүү байх капитал зэвсэглэмжийн 2 түвшин байна. Өөрөөр хэлбэл үйлдвэрлэлийн функцийг квазихотгор гэж үзсэн тохиолдолд $k = 0$ байх k_1^*, k_2^* гэсэн 2 тэнцвэрийн түвшин байна. Одоо энэ 2 тэнцвэрийн түвшний тогтвортой эсэхийг шалгая.

Зураг -3



Капиталын нөөц Зураг-3-ийн k_3 цэгийн байрлалд байгаа шиг эхний тэнцвэрийн цэгээс доогуур түвшинд байна гэж бодъё. Энэ тохиолдолд: $sf(k) < (n+g+\delta)k$ буюу бодит хөрөнгө оруулалт нь нөхвөр гарч байна гэсэн үг. Иймд капиталын нөөц багасаж ирнэ.

Одоо капитал зэвсэглэмж k_4 түвшинд байна гэе. $k_4 \in]k_1^*; k_2^*[$ Энэ тохиолдолд

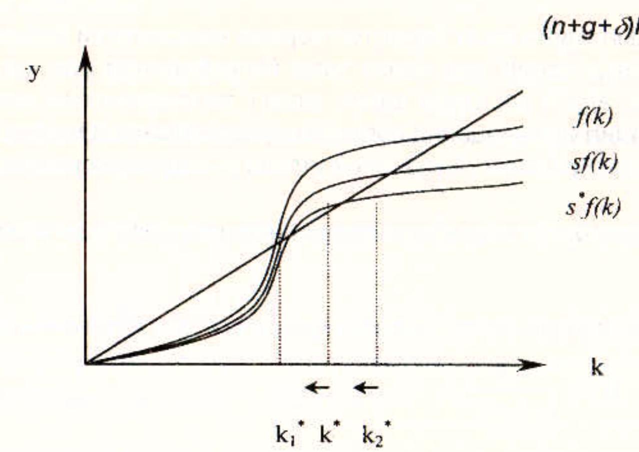
$sf(k) > (n+g+\delta)k$ байна. Иймд капитал зэвсэглэмж нэмэгдэх бөгөөд k_1^* түвшнээс холдож k_2^* түвшинд дөхөж ирнэ.

Хэрэв капиталын нөөц k_5 түвшинд байвал $sf(k) < (n+g+\delta)k$ болж капиталын нөөц буурч k_2^* түвшинд дөхөж ирнэ.

Эндээс харахад k_1^* нь тогтворгүй тэнцвэрийн түвшин, k_2^* нь тогтвортой тэнцвэрийн түвшин байна. Капитал зэвсэглэмжийн тогтвортой түвшин урт хугацааны төлөвлөгөөний үеийн эдийн засгийн тогтвортой байдалтай тохирч байдаг. Эдийн засгийн тогтвортой байдал гэдэг нь хүчин зүйлүүд тогтмол хувиар өсөх үзэгдлийг хэлдэг.

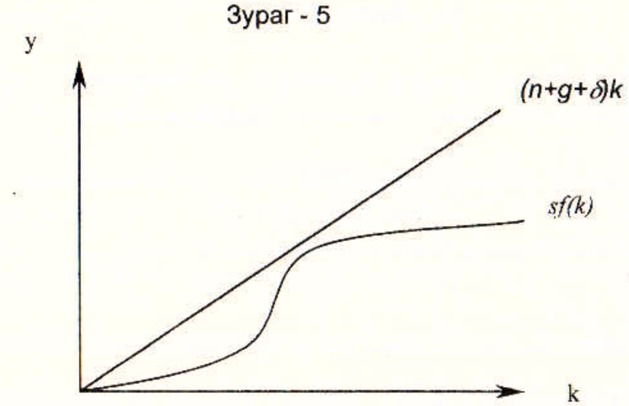
Зураг - 4-өөс харахад нэгэн сонирхолтой төлөв ажиглагдаж байна. Хэрэв хадгаламжийн нормыг багасгаад байвал k_1^*, k_2^* тэнцвэрийн цэгүүдийн зай багассаар $s = s^*$ $(c = c^*)$ утган дээр $k_1^* = k_2^* = k^*$ байна. Энэ төлөв нь капитал хуримтлалын алтан түвшинтэй давхцаж байна. Учир нь үйлдвэрлэгдсэн бүтээгдэхүүн хэрэглээ ба хадгаламжинд хуваарлагддаг гэдгээс хадгаламжийн нормыг багасгаад байвал энэ нь хэрэглээний түвшинг ихэсгэнэ гэсэн үг. Хэрэглээ хамгийн их байх капитал зэвсэглэмжийн тогтвортой түвшинг капитал хуримтлалын алтан түвшин гэж нэрлэдэг билээ.

Зураг - 4



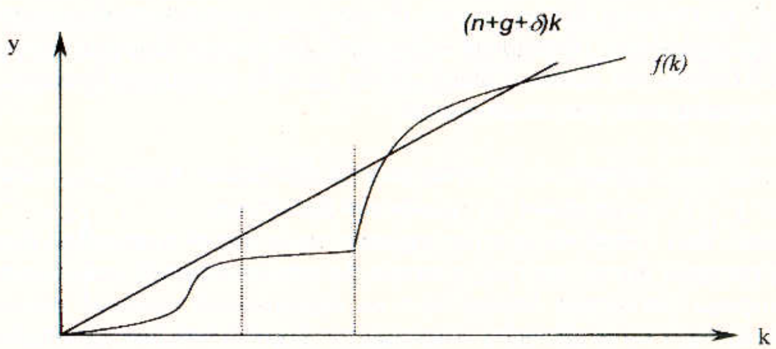
Гэвч k^* тэнцвэрийн түвшин нь тогтвортой тэнцвэрийн түвшин биш юм. Түүнчлэн s - ийг s^*-оос цааш багасгавал өөрөөр хэлбэл хэрэглээг c^*-оос цааш ихэсгэвэл уул динамик системд ямар ч тэнцвэрийн төлөв байхгүй. Үүнийг зураг 5-д харуулав.

Зураг - 5



Уг загварт хадгаламж нь хөрөнгө оруулалттай тэнцүү гэж үзэж байгаа учраас энэ тохиолдолд хөрөнгө оруулалт маш бага байна. Иймд энэ уналтаас гарахын тулд гадны хөрөнгө оруулалтыг ашиглавал бүтээгдэхүүний хэмжээ ихэсэж тэнцвэрт төлөвийг бий болгож болно. Үүнийг дараах графикаар харуулав.

Зураг - 6



Логистик муруй

Өндөр хөгжилтэй орнуудын эдийн засаг бараг тогтворжих хандлагатай байдаг. Харин буурай хөгжилтэй орнуудын хувьд эхний үед өсөлт маш бага байснаа урт хугацаанд аяндаа тогтворждог. Ийм учраас аль ч улс орны эдийн засагт тогтворжилтын түвшин гэж байна. Өсөлтийн муруй нь бүгд адил урт хугацаанд логистик шинжтэй байна. Өөрөөр хэлбэл логистик хэлбэрийн муруй нь хязгааргүй өсөхгүй тодорхой утганд очоод тогтворждог.

Логистик функц нь квазихотгор функц учраас тэнцвэрийн цэгүүдийг аналитик байдлаар олох аргыг авч үзье.

Үйлдвэрлэлийн функцийг капитал зэвсэглэмжийн хувьд логистик хэлбэрийн функц гэе. Тэгвэл

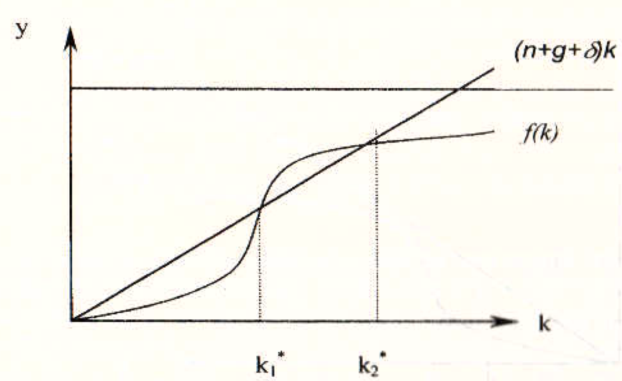
$$f(k)=\frac{q}{1+Ae^{-\alpha k}} \qquad (11)$$

Энд: $A=\dfrac{\overline{q}-q_0}{q_0}$

q_0 - нь $k=0$ үе дэх бүтээгдэхүүний хэмжээ

$\overline{q}$ - нэг хүнд ногдох бүтээгдэхүүний тогтворжилтын түвшин

Зураг - 6



$$k(t)=sf(k)-(n+\delta+g)k(t)=0$$

тэгшитгэлд (11)-ийг орлуулбал:

$$s\frac{\overline{q}}{1+Ae^{\alpha k}}=(n+g+\delta)k$$

$$n+g+\delta=\mu$$

гэвэл

$$s\frac{\overline{q}}{1+Ae^{\alpha k}}=\mu k$$

болно. Энэ нь трансциендент тэгшитгэл бөгөөд түүний шийдийг тухайлбал алтан огтлолын арга, Ньютоны арга гэх мэт тооцон бодох аргуудын тусламжтайгаар олж болно.

Хэрэглээний тогтвортой түвшин

Нийгмийн гишүүдийн сайн сайхан байдал нь зөвхөн үйлдвэрлэгдсэн бүтээгдэхүүнээс төдийгүй хэрэглээнээс хамаарна. Иймд хэрэглээг хамгийн их байлгах нь тэдний гол зорилго юм. Нэгж ашигтай хөдөлмөрт оногдох хэрэглээ нь нийт бүтээгдэхүүнээс хөрөнгө оруулалтыг хасаад үлдэж байгаа хэсэг юм.

$$c=f(k)-sf(k) \qquad (12)$$

Хэрэглээ хамгийн их байдаг капитал зэвсэглэмжийн тогтвортой түвшинг капитал хуримтлалын алтан дүрмийн түвшин гэдэг.

Иймд тогтвортой үе дэх хэрэглээний хэмжээг c^*, капитал зэвсэглэмжийг k^* гэвэл (12) тэгшитгэл:

$$c^*=f(k^*)-sf(k^*) \qquad (13)$$

болно. Тогтвортой үед бодит хөрөнгө оруулалт нь нөхвөр хөрөнгө оруулалттай тэнцүү учраас $sf(k^*)$ -ийн оронд $(n+g+\delta)k^*$ -г орлуулбал:

$$c^*=f(k^*)-(n+g+\delta)k^* \qquad (14)$$

Хэрэглээ хамгийн их байх нөхцлийг функцийн хамгийн их утга оршин байх нэгдүгээр эрэмбийн зайлшгүй нөхцөлөөс гаргаж авна.

$$c^*_{k^*}=0 \text{ буюу } f'(k^*)=(n+g+\delta) \qquad (15)$$

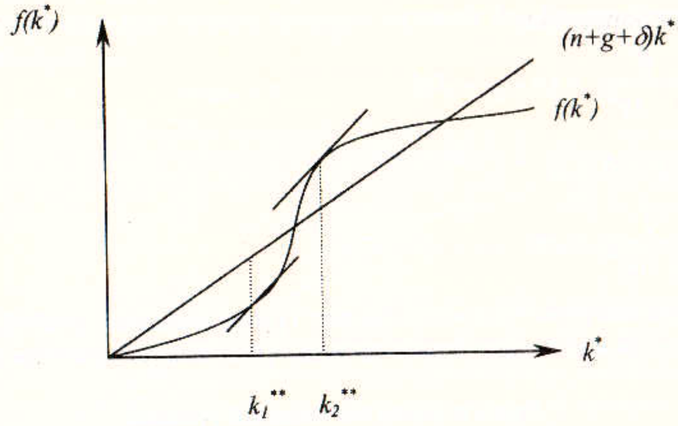
Эндээс харахад $f(k^*)$ функцийн өнцгийн коэффициент нь $(n+g+\delta)$-тэй тэнцүү байх k^{**} цэг дээр хэрэглээ хамгийн их байна.

Бид $f(k^*)$функцийг квази-хотгор гэж үзэж байгаа учраас доорх зургаас харахад энэ функцийн өнцгийн коэффициент $(n+g+\delta)$-тай тэнцүү байх k_1^{**} ба k_2^{**} гэсэн 2 тогтвортой түвшин байна. Гэвч эхний k_1^{**} түвшний үед хэрэглээ сөрөг утгатай байна. $(n+g+\delta)k_1^{**}>f(k_1^{**})$ учраас. Иймд $c^*=f(k_1^{**})-(n+g+\delta)k_1^{**}<0$

Харин k_2^{**}түвшний хувьд хэрэглээ эерэг утгатай байна. Өөрөөр хэлбэл:

$$(n+g+\delta)k_1^{**}<f(k_1^{**}) \quad\Rightarrow\quad c^*=f(k_1^{**})-(n+g+\delta)k_1^{**}>0$$

Зураг - 7



Иймээс k_2^{**}нь хэрэглээ хамгийн их байх капитал зэвсэглэмжийн алтан дүрмийн түвшин юм.

Логистик функцийг ашиглан алтан дүрмийн түвшинг дараах байдлаар олж болно.

$$f(k) = \frac{q}{1 + Ae^{-\alpha k}}$$

Уламжлалыг олбол:

$$f'(k) = \frac{A\overline{q}\,\alpha e^{-\alpha k}}{(1 + Ae^{-\alpha k})^2} \qquad (15)$$

ёсоор

$$\frac{A\overline{q}\,\alpha e^{-\alpha k}}{(1 + Ae^{-\alpha k})^2} = \mu \qquad (16)$$

(16) тэгшитгэл нь $e^{-\alpha k}$ -ын хувьд квадрат тэгшитгэл бөгөөд ялгаатай 2 шийдтэй. Хамгийн их шийд нь алтан дүрмийн түвшин байна.