Хүн ам зүйн детерминист болон стохастик загварын талаарх товч ойлголт

И. Ариун
МУИС–ийн Хүн Ам Зүйн Сургалт Судалгааны Төвийн магистрант

Хүн ам зүйн аливаа үзэгдэл нь загварын тусламжтайгаар нэлээд сайн судлагдсан байдаг. Хүн ам зүйн үзэгдэл үйл явцыг математик функцээр илэрхийлэх оролдлогыг хүн ам зүйн загвар гэнэ. Өөрөөр хэлбэл, 2 буюу түүнээс дээш хүн ам зүйн хүчин зүйлсийг математик функцээр илэрхийлж, тэдгээрийн хоорондын харилцаа уялдааг илэрхийлэх арга юм. Хүн амын бүх төрлийн загвар нь хүн ам зүйн үзэгдэл процессийн бодит байдлыг илэрхийлэхийг оролддог учраас ямар нэг хэмжээгээр бодит мэдээлэлд тулгуурлан боловсрогдох ёстой.

Хүн ам зүйн үзэгдлүүд болох гэрлэлт, шилжих хөдөлгөөн, төрөлт, нас баралт зэрэг нь олон янзын хэлбэрээр илэрдэг ба тэдгээрт нэгдсэн ерөнхий тодорхойлолт өгөх нь бэрхшээлтэй байдаг хэдий ч загварын тусламжтайгаар эдгээрийн хоорондын бүтцийн хамаарлыг тодорхойлж болох юм. Хүн ам зүйн үндсэн үзүүлэлтүүд б тухайлбал төрөлт, нас баралт, гэрлэлт, шилжих хөдөлгөөн зэргийг хүн амын насны бүтцээр задлан судлах үед хүн амын загваруудыг өргөн ашигладаг.

Загвар нь үйл явц, чухал болон чухал биш хувьсагчийг ялган таних, хүн ам зүйн үзэгдлүүдийн хамаарлыг судлах, мэдээллийг үнэлэх, хүн амын хэтийн тооцоо хийхэд судлаачдад тусалдаг.

Хүн ам зүйн загвар нь хоёр янз байдаг. Үүнд:

– Детерминист загвар
– Стохастик загвар

Детерминистик загвар нь тодорхой утга авдаг хэмжигдэхүүнүүдийн функцэн хамаарлыг харуулна. Энэ нь өгөгдсөн тоон мэдээллийг ашиглан бодит байдлыг илүү нарийвчлан тодорхойлсон байна. Үүний жишээ бол стационар болон стабиль хүн амын онол дээр үндэслэсэн загварууд болно. Стационар хүн ам гэдэг нь төрөл нас баралтын түвшин ижил, өсөлт байхгүй хүн амыг хэлнэ. Хүн ам зүйн шилжилтийн эхний болон сүүлийн шатны хүн ам хоорондоо төстэй. Стационар хүн амын онолыг үндэслэж насжилтын загвар хүснэгтүүдийг зохиосон юм (1948). Стабиль хүн ам гэдэг нь төрөлт нас баралтынх нь түвшин удаан хугацаанд тогтвортой түвшинд хадгалагдаж байдаг хүн ам юм. Өөрөөр хэлбэл, хүн амын өсөлт нь удаан хугацаанд өөрчлөлтгүй тогтвортой түвшинд хадгалагдаж байна гэсэн үг. Стабиль хүн амын загварыг хүн амын хэтийн тооцоог хийх үед тухайн суурь хүн амын мэдээлэл дээр үндэслэн урьдчилсан төсөөллүүдийг боловсруулан гаргадаг учраас өргөн ашигладаг.

Жинхэнэ амьдрал дээр стабиль болон стационар хүн ам гэж байдаггүй бөгөөд бүгд энэ хоёрын хооронд оршино.

Стохастик загвар нь санамсаргүй хэмжигдэхүүнүүд бүхий магадлалын тархалт хэлбэртэй.

Стохастик загварын жишээ бол төрөлт, нас баралт, шилжих хөдөлгөөний үйл явц, төрөлт хоорондын зай, өрхийн хүн амын хэмжээний магадлалт тархалтууд болно.

Энэ удаад бид стохастик загварын нэг болох нөхөн үржихүйн зохицуулалтын дүрмийг нэлээд дэлгэрэнгүй авч үзье.

Хос бүр n хүүхэдтэй болохыг хүсдэг эсвэл хүүхдийн хүйсийг онцлон үздэг гэж бодье. Энэ тохиолдолд хэрэв хос бүр нь a хүү, b охинтой болохыг хүссэн ба нөхөн үржихүйн процессоо хүсэлтээ биелсэн тохиолдолд зогсоох юм бол хос бүрийн хүсч буй хүүхдийн тоо, төрөх үеийн хүйсийн харьцаа хэд байх вэ гэсэн асуулт гарч байна.

p–ээр хүү төрөх магадлалыг тэмдэглэе.

Хэрэв хосууд нь дор хаяж a хүү, b охин хүсдэг ба нөхөн үржихүйгээ **б** хүү, b охинтой байдаа зогсоовол $a+b+K$ тооны хүүхэдтэй үед өрхийн хэмжээгээ хязгаарлах боломж нь доорх хоёр харилцан хамааралгүй нөхцлийн магадлалуудын нийлбэр болно.

(а) $a+b+K-1$ хүүхдээс $a+K$ хүү, $b-1$ охин ба сүүлийн хүүхэд нь охин

(б) $a+b+K-1$ хүүхдээс $a-1$ хүү, $b+K$ охин ба сүүлийн хүүхэд нь хүү.

Хэрэв төрөх хүүхдийн хүйс нь санамсаргүй биномт хазайлт байвал **(а)** үзэгдлийн магадлал нь

$$ {}^{a+b+K-1}C_{a+K}\, p^{a+K}(1-p)^{b-1}(1-p) \qquad (1)$$

(б) үзэгдлийн магадлалыг хувьд

$$ {}^{a+b+K-1}C_{b+K}\, p^{a-1}(1-p)^{b+K}p \qquad (2)$$

болно.

Иймд нөхөн үржихүйн зохицуулалтын дүрмийн хувьд $a+b+K$ хүүхэдтэй болох боломж нь

$$p(a+b+K) = {}^{a+b+K-1}C^{a+K}(1-p)^{b} + {}^{a+b+K-1}C^{b+K}(1-p)^{b+K}$$

Энд $a+b+K=n$, $1-p=q$ гэвэл n хүүхэдтэй болох боломж нь

$$p(n) = {}^{n-p}C_{b-1}p^{n-b}q^{bn} + {}^{n-1}C_{a-1}p^{a}q^{n-b} \qquad (3)$$

(хэдийгээр ${}^{n}C_{r} = {}^{n}C_{n-r}$)

Эндээс хос бүрийн боломжит хүүхдийн тоо нь

$$E(n) = \sum_{n=a+b} n\,p(n) \tag{4}$$

болно.

Одоо нөхөн үржихүйн зохицуулалтын хялбар тохиолдлыг авч үзье.

Хос бүр нь хоёр эрэгтэй хүүхэдтэй болсон тохиолдолд нөхөн үржихүйн процессоо зогсоодог гэж үзье. Тэгвэл хос бүрийн n хүүхэдтэй болоод төрөлтөө зогсоох боломж нь $n-1$ хүүхдийн нэг нь хүү ба $n-2$ нь охин, n дэх хүүхэд нь хүү байх үзэгдлүүдийн магадлалын үржвэртэй тэнцүү болно.

$$p(n) = {}^{n-1}C_1 p1(1-p)^{n-2}p = (n-1)p^2q^{n-2},\ n>2 \tag{5}$$

Энд p нь хүү төрөх магадлал ба $q = 1 - p$.

Үүний тархалтын моментын функц нь

$$\phi(s) = p^2s^2 + 2p^2sq^3 + 3p^2q^2s^4 + \ldots$$

$$= p^2s^2(1 + 2sq + 3q^2s^2 + \ldots)$$

$$\phi(s) = \frac{p^2s^2}{(1-qs)^2} \tag{6}$$

s–ээр дифференциалчлаад $s=1$ гэвэл

$$E(n) = \frac{2p^2s(1-qs)^2 + 2(1-qs)qp^2s^2}{(1-qs)^4} \quad \{s=1\}$$

$$= \frac{2p^2(1-q)^2 + 2(1-q)qp^2}{(1-q)^4}$$

$$= \frac{2p^4 + 2qp^3}{p^4} = 2\left(1 + \frac{q}{p}\right) \tag{7}$$

Жишээ: Монголд 1993 онд 24471 эрэгтэй ба 23400 эмэгтэй хүүхэд төрсөн байхад эрэгтэй хүүхэд төрөх магадлал нь $p = 0.509$, $q = 0.491$ болно. Үүнийг томьёо (7)–д орлуулбал:

$$E(n) = 2(1 + 0.491/0.509) =$$

$$2(1 + 0.96) = 3.92$$ болно.

Өөрөөр хэлбэл, хос бүрийн хүсэмжит хүүхдийн тоо нь 1993 онд 3.92 буюу ойролцоогоор 4 байсан байна.

Доор хүүхдийн тоогоорх хосын тоог харуулсан байна.

Хүүхдийн тоо	*Хосууд*
1	0
2	p^2
3	$2p^2q$
4	$3p^2q^2$
5	$4p^2q^3$
6	$5p^2q^4$

Одоо төрөх үеийн хүйсийн харьцаанд хүү хүссэн нөхөн үржихүйн зохицуулалтын дүрэм нь нөлөөлдөг эсэхийг сонирхоё. Хос бүр n хүүхэдтэй ба тэдгээрийн n-2 нь охин, **2** нь хүү бол ийм байх хосуудын тоо нь np^2q^{n-2}.

Эндээс төрөх үеийн хүүгийн харьцаа нь

$$P(m) = \frac{2p^2+2*2p^2q+2*3p^2q^2+2*4p^2q^3+\ldots}{2p^2+3*2p^2q+4*3p^2q^2+5*4p^2q^3+\ldots}$$

$$= \frac{2p^2(1+2q+3q^2+4q^3+\ldots)}{p^2(2+3*2q+4*3p^2q^2+5*4p^2q^3+\ldots)}$$

$$= \frac{2p^2(1-q)^{-2}}{2p^2(1-q)^{-3}} = \frac{1}{(1-q)^{-1}} = (1-q) = p$$

Энэ нь хүү хүссэн нөхөн үржихүйн зохицуулалтын дүрэм нь төрөх үеийн хүйсийн харьцаанд нөлөөлөхгүй байна гэдгийг харуулж байна.