



NATIONAL UNIVERSITY OF MONGOLIA
SCHOOL OF ART AND SCIENCES
DEPARTMENT OF GEOGRAPHY

Geographical Issues

Газарзүйн Асуудлууд

Volume 25 (01)

ISSN: 2312-8534

2025

Ulaanbaatar

Calculating the heavy rainfall and flood flow by mathematical and statistical methods (Case study of Selbe River, Central Mongolia)

Oyunkhuu Gombo^{1,2}, Batsuren Dorjsuren^{1*}, Davaa Gombo²

¹*Department of Applied Mathematics, School of Engineering and Applied Sciences, National University of Mongolia, Ulaanbaatar 14200, Mongolia*

²*Surface Water Research Department, Information and Research institute of Meteorology, Hydrology and Environment, Ulaanbaatar 15160, Mongolia*

*Corresponding author: batsuren@num.edu.mn

Received: 2024.05.05

Revised: 2024.11.25

Accepted: 2024.11.28

Abstract

This study evaluates 5 most commonly used distribution methods, i.e., Exponential, Generalized Extreme Value (GEV), Pearson III, Gamma, and Lognormal for the flood frequency analysis in the area Selbe-Dambadarjaa hydrological station located in the center of Ulaanbaatar. The study was done for 2, 5, 10-, 20-, 50- and 100-year return periods by using annual maximum discharge data from 1984-2023 (34 yr) for Selbe River at Dambadarjaa hydrological station. The parameter estimation of the distributions was compared using the maximum likelihood method (MLE) and the linear moment method (LM) and evaluated using the relative absolute error. The results of the linear moment method the distribution parameter with less error than the maximum likelihood method. The goodness-of-fit test was applied to the fitted distributions Kolmogorov-Smirnov at a 5% significance level. The result indicates that Pearson III and GEV were the top two distributions at the Selbe River while Lognormal, and Exponential were least fitted having ranks 4-5, respectively. According to the Pearson III distribution, which can represent the peak flow curve of the Selbe River, the flood magnitudes for 1,2,5,10,20 and 50 % exceedance probability at Selbe-Dambadarjaa hydrological station are 42.6, 34.4, 24.0, 16.6, 10.1 and 3.34 m³/s, respectively. From the distribution calculation, it can be concluded that the magnitude of the flood in 2023 is a 5% catastrophic flood that repeats once every 20 years.

Keywords: *Flood frequency analysis, Exceedance probability, Maximum likelihood method (MLE), Linear moment method (LM), Generalized Extreme Value (GEV), Pearson III distribution*

Хур борооны үерийн их урсцыг математик статистикийн аргаар тооцох нь (Сэлбэ голын жишээн дээр)

©Гомбо Оюунхүү^{1,2}, Доржсүрэн Батсүрэн^{1*}, Гомбо Даваа²

¹Хүрээлэн буй орчин, ойн инженерчлэлийн тэнхим, Инженер, Технологийн Сургууль, Монгол Улсын Их Сургууль, Улаанбаатар 14200, Монгол Улс

²Гадаргын Усны Судалгааны Хэлтэс, Ус, Цаг Уур Орчны судалгаа Мэдээллийн Хүрээлэн, Улаанбаатар 15160, Монгол Улс

*Харилцагч зохиогч: batsuren@num.edu.mn

Хүлээн авсан: 2024.05.05

Засварласан: 2024.11.25

Зөвшөөрөгдсөн: 2024.11.28

Хураангуй

Энэхүү судалгаагаар Улаанбаатар хотын төвд байрлалтай ус судлалын Сэлбэ-Дамбадаржаа харуул орчимд хур борооны үерийн давтамжийн шинжилгээг “Exponential, Generalized Extreme Value (GEV)”, “Lognormal”, “Pearson III”, “Gamma” зэрэг янз бүрийн тархалтын загварчлалаар шинжилгээ хийв. Судалгаанд Сэлбэ-Дамбадаржаа харуулын 1984-2023 оны жилийн урсцын хамгийн их өнгөрөлтийн мэдээгээр 2, 5, 10, 20, 50 ба 100 жилд тохиох үерийн урсцын хэмжээг тооцов. Тархалтуудын параметрийн үнэлгээг хамгийн их үнэний арга болон шугаман моментын аргаар харьцуулалт хийж, алдааг харьцангуй үнэлэхүй алдаагаар үнэлэв. Судалгааны үр дүнгээс үзэхэд тархалтын параметрийн үнэлгээг шугаман моментын арга нь хамгийн их үнэний аргаасаа харьцуулахад алдаа багатай тооцож байна. Тархалтуудыг Колмогоров-Смирновын тестээр ач холбогдлын түвшин ($\alpha = 0.05$) шалгахад “Pearson III” болон “GEV” тархалт нь ажиглалтын мэдээтэй хамгийн ойролцоо буюу сайн тохироцтой байв. Харин “Exponential”, “Lognormal” тархалтуудын утга нь 4, 5 дугаарт эрэмбэлэгдэж байна. Сэлбэ голын их урсцын муруйг төлөөлж чадах “Pearson III” загварын тархалтаар 1, 2, 5, 10, 20 ба 50 хувийн хангамилыг давах магадлалтай үерийн их өнгөрөлт 42.6, 34.4, 24, 16.6, 10.1 ба 3.34 м³/с тус тус байна. Уг тархалтын тооцооноос 2023 онд болсон үерийн хэмжээ нь 20 жилд нэг давтагдах 5% хамгамшилтай үер болсон болох нь тогтоогдов.

Түлхүүр үгс: : Үерийн давтамжийн шинжилгээ, Хангамшил, Хамгийн их магадлалын арга (MLE), Шугаман моментын арга (LM), Ерөнхий хэлбэлзлийн утга (GEV), Пирсоны III тархалт

Оршил

Хот, суурин газрын дундуур урсах гол, мөрдийн урсац, үерийн хэлбэлзэл нь нийгэм, эдийн засаг, дэд бүтэц, харилцаа холбоо, зам тээвэрт шууд болон шууд бусаар сөрөг нөлөө үзүүлсээр иржээ (Némethy et al., 2022). Сэлбэ голын үерийн давтамж болон эрчимжил нь Улаанбаатар хотын төвийн дэд бүтцэд, хүн амын аюулгүй байдалд, улмаар байгаль орчны тэнцвэрт байдалд чухал нөлөө үзүүлдэг (Rybchenko et al., 2023). Улаанбаатар хот орчимд үерийн нөлөөнд өртөмтгий рельефийн онцлог болон газар ашиглалтын тэлэлтээс шалтгаалж сүүлийн жилүүдэд үерийн эрсдэл ихээр нэмэгджээ (Saizen, Tsutsumida, 2017). Улаанбаатар хот орчимд үерийн ус зайлуулах зохицуулалтын шийдэл маш дутагдалтай байгаа нь үерийн аюулыг улам бүр нэмэгдүүлсээр байна

Монгол орон эх газрын эрс тэрс уур амьсгал, хагас хуурай болон хуурайвтар байгалийн бүсийн онцлог нь хур борооны үерийн эрчимжил, давтамжид тодорхой нөлөө үзүүлдэг онцлогтой.

©Зохиогчийн оруулсан хувь нэмэр: **Г.Оюунхүү, Д.Батсүрэн:** Онолын үндэслэл, аргазүй боловсруулалт, өгөгдөл боловсруулалт, үндсэн бичвэр, өгөгдөл цуглуулалт, боловсруулалт **Г.Даваа:** Үр дүнгийн хяналт. 2312-8534/© 2025 Зохиогчийн бүх эрх хуулиар хамгаалагдсан.

Зарим үр дүнгүүдээс харахад бороотой өдрийн тоо 1951-1980 он хүртэл жил бүр нэмэгдсэн боловч аадар бороо орох хандлага багатай байв. Харин аадар бороотой өдрийн тоо 1980 оноос хойш нэмэгдэх хандлага илрэх болжээ (Мижиддорж, Дуламсүрэн, 2017). Энэ нь хандлага нь дэлхийн дулаарал, уур амьсгалын өөрчлөлтийн тодорхой нэгэн илрэл юм (Дуламсүрэн, 2022). Уур амьсгалын өөрчлөлтөөс шалтгаалж цаг агаарын гамшигт үзэгдлийн тоо, давтамж сүүлийн 40 гаруй жилийн хугацаанд нэмэгдсээр иржээ. Энэ гамшгийн үзэгдлүүд дотроос аадар борооны тоо, давтамж, хүч нэмэгдсэн нь хот, суурин газруудад үерийн гамшиг тохиолдох эрсдлийг улам бүр нэмэгдүүлсээр байна (Narangerel et al., 2024).

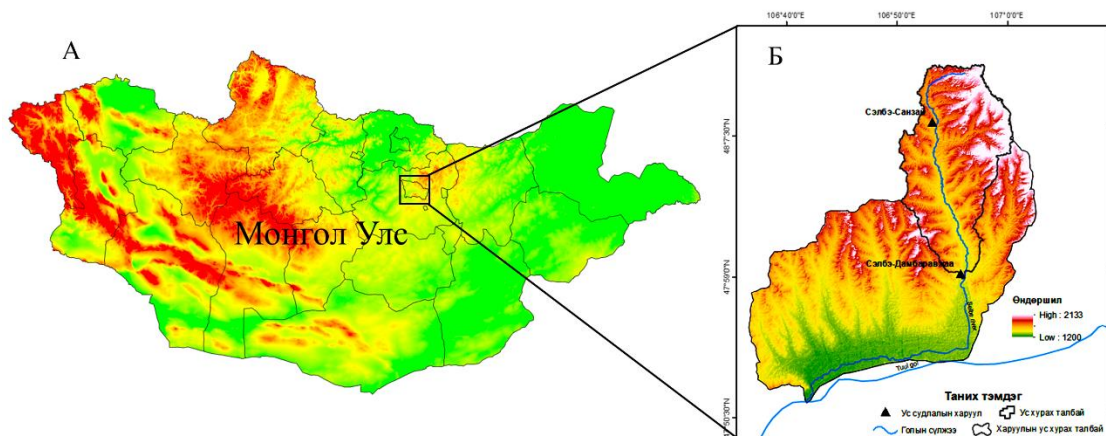
Сүүлийн жилүүдэд +30 °C дээш халуун өдрийн тоо олон жилийн дунджаас 15 хоногоор нэмэгдсэн нь хөрсний чийг багасаж, хуурайшилтын хэмжээ огцом өсөх нөхцөлийг бүрдүүлжээ (Мижиддорж, Дуламсүрэн, 2017). Энэ нь голын голдрил өөрчлөгдөх, улмаар усны горим алдагдах эрсдэл үүсэхэд хүргэх ба хүчтэй үерийн аюулыг ч дагуулсаар байна (Даваа, 2017) Тодорхой хугацаанд давтагдах үерийн хэмжээг тооцох статистик магадлалын тархалтын 50 гаруй тооцооллын загварыг одоогоор дэлхийд ашиглаж байна. Эдгээрээс ус зүйн судалгаанд “EV-1, Normal, Pearson, Gamma” зэрэг статистик тархалтын загваруудыг ихэвчлэн ашигладаг (Chow et al., 1997; Farooq et al., 2018; Vivekanandan, 2024). Монгол орны байнгын урсацтай гол мөрний үерийн их өнгөрөлтийн дундаж урсац 1991 оны тооцоотой харьцуулахад 4.3%-иар буурсан (Даваа, 2015). Гэвч агшин зуурын хугацаанд тохиох үерийн тоо, давтагдал нэмэгдэх хандлагатай байна

Орчин үед хур борооны үерийн давтамжийн статистик шинжилгээг тооцох нь зөвхөн байгаль орчныг хамгаалах төдийгүй, хот төлөвлөлт, инженерийн шийдлүүдийг оновчтой болгоход шаардлагатай чухал асуудал болж байна. Тэр дундаа үерийн хангамшлын магадлалыг тооцох нь дэд бүтцийн хөгжүүлэлтийн аюулгүй байдлын суурь өгөгдөл болох ач холбогдолтой юм (Kamal, et al., 2021). Хот суурин газрын дундуур урсан өнгөрөх голуудын урсац нь эерэг болон сөрөг нөлөөг дагуулсаар ирсэн байдаг (Dorjsuren et al., 2018). Улаанбаатар хотын хувьд Сэлбэ голын хур борооны үерийн их урсцыг тооцоолох нь хотын эдийн засаг, нийгэм, хүрээлэн буй орчин, дэд бүтэц, хүн амын усан хангамж зэрэгт нөлөөлөх нөлөөллийн тооцоолох чухал ач холбогдолтой юм (Dorjsuren et al., 2021).

Энэхүү судалгааны зорилго нь Улаанбаатар хот орчимд Сэлбэ голын үерийн давтамжийг математик статистикийн аргаар тооцож, тухайн бүс нутагт тохиромжтой загварчлалын аргыг тодорхойлоход чиглэсэн. Энэхүү зорилгын хүрээнд, (i) ажиглалтын цуваанд дүн шинжилгээ хийх, (ii) урсцын тархалтын параметруудийг тооцох, үерийг тооцох статистик тархалтуудыг харьцуулах (iii) янз бүрийн хангамшилд харгалзах их үерийн хэмжээг тооцох, статистик ач холбогдлыг шалгах зэрэг зорилтуудыг дэвшүүлэв.

Судалгааны талбай

Сэлбэ гол нь Туул голын цутгал бөгөөд 3-р эрэмбийн гол юм. Ус судлалын Дамбадаржаа харуулаар хойд өргөргийн 47°55' 19" , зүүн уртрагийн 106°50' 00" байрлана (Зураг 1). Голын нийт ус хурах талбай 300км², голын нийт урт 68 км, хэвгий нь 0.013, ус хагалбарын шугамын урт 143 км (Оюунбаатар, Даваа, 2017). Сэлбэ голын сав газрын уур амьсгал нь бүс нутгийн уур амьсгалын ерөнхий шинжийг хадгалж эх газрын эрс тэс уур амьсгалтай. Сэлбэ гол нь зуны хур борооны үерийн горим бүхий хэв шинжид хамаардаг ба хамгийн их өнгөрөлт зуны хур борооны үед зонхилж ажиглагдах ба зарим гандуу хуурай жилд хаврын шар усны үерийн үед тохиолдоно . Хур борооны үер хэмжээний хувьд их бага, хугацааны хувьд урт богино байх ба Сэлбэ голын ус хурах сав газрын рельефийн онцлог, уур амьсгалын нөхцөл зэргээс хамаарч богино хугацаанд үүсдэг онцлогтой (Оюунбаатар, 2004). Сэлбэ голын олон жилийн дундаж урсац нь Дамбадаржаа харуул орчимд 0.65 м³/с. Хоногт ажиглагдсан хамгийн их үер 1985 онд 36.1 м³/с хүрсэн байдаг (Оюунбаатар, 2004).



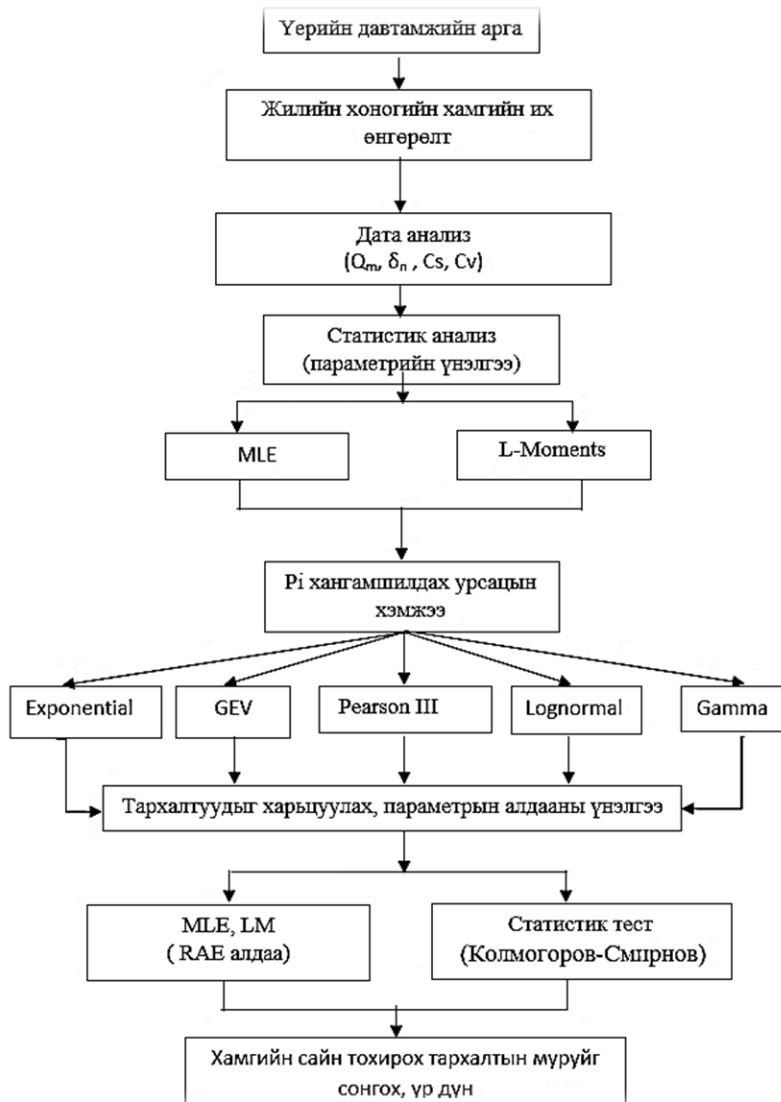
Зураг 1. А. Судалгааны талбайн газарзүйн байршил Б. Сэлбэ голын сав газар, ус хэмжилтийн харуулуудын байршил

Судалгааны материал, аргазүй

Ус судлалын Сэлбэ-Дамбадаржаа харуулын 1984-2023 оны жилийн урсцын хамгийн их өнгөрөлтийн мэдээг (<https://irimhe.namem.gov.mn/>) үерийн их урсцыг тооцоход ашиглав. Нийт 34 жилийн урсцын цуваа бүхий мэдээг авч ашигласан.

Энэхүү судалгаанд хур борооны үерийн урсцын хувьсан өөрчлөгдөж байгаа байдалд дүн шинжилгээ хийх, тэдгээрийн янз бүрийн хангамжид тохиох их утгыг тодорхойлох зорилгоор үерийн давтамжийн шинжилгээг математик статистикийн тооцооны “Exponential, Generalized Extreme Value, Pearson III, Gamma Lognormal” зэрэг тархалтын загваруудаар тооцов. Тархалт тус бүрээр тодорхой хангамшлыг (50, 20, 10, 5, 2, 1) хувийг давж гарах үерийн хэмжээг тооцов. Тархалтуудын параметруудийн тооцоог хамгийн их үнэний арга болон шулуун шугамын моментын аргаар тооцож, тэдгээрийн алдааг харьцангуй үнэмлэхүй алдаагаар харьцуулж үр дүнгээ гаргалаа. Судалгаанд ашигласан тархалтуудын мэдээг үнэлэхэд Колмогоров-Смирновын

($p > 0.05$) ач холбогдлын түвшин ашиглаж үр дүнг боловсруулав. Судалгаанд ашигласан аргагүйн бүдүүвчийг харуулав (Зураг 2).



Зураг 2. Судалгааны аргагүйн бүдүүвч

Үер эсвэл ямар нэгэн үзэгдлийн ажиглагдах хугацааны магадлалыг дараах харьцаагаар тооцно (Даваа, 2015). Үүнд:

$$T = \frac{P}{100} \tag{1}$$

Үүнд: T-тухайн үзэгдэл давтагдах хугацаа, жилээр

P-үзэгдэл ажиглагдах магадлал буюу хангамшлын хувь

Энд 1, 5, 20 ба 50 хувийн хангамшилтай их өнгөрөлт нь 100, 20, 5 ба 2 жилд нэг удаа тохиолдох магадлал бүхий их үерийн хэмжээ юм.

Санамсаргүй, тасралтгүй тархалтын нягтын функцуудыг 2-6 дугаар томъёогоор илэрхийлэв. Экспоненциаль тархалтын илтгэгч тархалттай тасралтгүй, санамсаргүй хэмжигдэхүүний хувьд нягтын функц (Ghorbani et al., 2010) дараах хэлбэртэй байх ба λ буюу дунжийн параметр юм Үүнд:

$$f(x; \lambda) = \lambda e^{-\lambda x} \tag{2}$$

энд: x - тархалтын цувааны хэлбэлзэл, λ -стандарт хазайлт

Exponential, Generalized Extreme Value (GEV) тархалт нь нягтын функц дараах хэлбэртэй ба тухайн тархалтын цувааны утгаас дундаж, стандарт хазайлт, ассиметрийн итгэлцүүр гэсэн 3 параметрийг тодорхойлно (Sandoval & Raynal-Villasenor, 2008). Үүнд:

$$f(x; \mu, \sigma, \xi) = \frac{1}{\sigma} \left[1 + \xi \left(\frac{x-\mu}{\sigma} \right) \right]^{-\frac{1}{\xi}-1} e^{-\left[1 + \xi \left(\frac{x-\mu}{\sigma} \right) \right]^{-\frac{1}{\xi}}} \tag{3}$$

энд: x - тархалтын цувааны хэлбэлзэл, μ -дундаж, σ -стандарт хазайлт, ξ -ассиметрийн итгэлцүүр

Pearson III тархалтыг 3 параметрт гамма тархалтын гэж нэрлэдэг ба параметрууд нь дундаж, хувьслын итгэлцүүр, ассиметрийн итгэлцүүрийг Cv/Cv харьцаагаар тодорхойлдог (Singh et al., 1988). Нягтын функц нь дараах хэлбэртэй байна. Үүнд:

$$f(x; \mu, \sigma, \gamma) = \frac{1}{\sigma \cdot B\left(\frac{2}{\gamma}, \frac{1}{\gamma}\right)} \left[1 + \frac{\gamma}{\beta} \left(\frac{x-\mu}{\sigma} \right) \right]^{-\frac{1}{\gamma}-1} e^{-\left[1 + \frac{\gamma}{\beta} \left(\frac{x-\mu}{\sigma} \right) \right]^{-\frac{1}{\gamma}}} \tag{4}$$

энд: x - тархалтын цувааны хэлбэлзэл, μ -дундаж, σ -стандарт хазайц, γ -ассиметрийн итгэлцүүр, β -гамма функц юм.

Гамма тархалт нь нягтын функц дараах хэлбэрээр байх ба стандарт хазайлт болон ассиметрийн итгэлцүүр гэсэн 2 параметрээр илэрхийлэгдэнэ (Aksoy, Hafzullah, 2000).

$$f(x; \kappa, \theta) = \frac{1}{\Gamma(k)\theta^\kappa} x^{\kappa-1} e^{-\frac{x}{\theta}} \tag{5}$$

энд: x - тархалтын цувааны хэлбэлзэл, κ - ассиметрийн итгэлцүүр, θ -стандарт хазайлт, Γ -гамма функц

Lognormal тархалт нь нормал тархалтаас логарифм авсан байх ба хэвийн, тасралтгүй санамсаргүй хэмжигдэхүүний нягтын функц дараах хэлбэрээр тодорхойлогдоно. Уг тархалтад дундаж болон стандарт хазайлт зэрэг параметрийг тодорхойлно (Chow et al., 1997). Үүнд:

$$f(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln(x)-\mu)^2}{2\sigma^2}} \tag{6}$$

энд: x - тархалтын цувааны хэлбэлзэл, μ -дундаж, σ -стандарт хазайлт, π -3.14

Хур борооны үерийн ажиглалтын цувааны параметруудийг статистик шинжилгээнд дараах томъёогоор тодорхойлно. Давтамжийн муруйн байрлалын хэмжүүр буюу цувааны дундаж хэмжээ ба хэлбэлзлийг илэрхийлэх хувьслын итгэлцүүр, хэлбэрийг илэрхийлэх ассиметрийн итгэлцүүр, стандарт алдаа зэрэг юм (Даваа, 2015).

Хур борооны үерийн урсцын олон жилийн дундажийг дараах байдлаар тооцно. Үүнд:

$$\bar{Q} = \frac{\sum_{i=1}^n Q_i}{n} \tag{7}$$

энд: Q_i –тухайн жилийн үерийн их урсац, n -цувааны урт

Хур борооны үерийн дундаж урсцын хувьслын итгэлцүүрийг дараах байдлаар тооцно. Үүнд:

$$Cv = \sqrt{\frac{\sum(k-1)^2}{n}} \quad k = \frac{Q_i}{\bar{Q}} \tag{8}$$

энд: k - жил бүрийн урсцын модулийн итгэлцүүр, n - цувааны урт

Ассиметрийн итгэлцүүр

$$C_s = \frac{n \sum(k-1)^3}{C_v^3 \cdot (n-1) \cdot (n-2)} \tag{9}$$

энд: k - жил бүрийн урсцын модулийн итгэлцүүр, n - цувааны урт, C_v –хувьслын итгэлцүүр.

Стандарт алдааны утга

$$\sigma_n \% = \frac{Cv}{\sqrt{n}} * 100 \tag{10}$$

энд: n - цувааны урт, C_v –хувьслын итгэлцүүр

Онолын, давтамжийн тархалт дараах байдлаар илэрхийлэгдэнэ (Chow et al., 1997). Үүнд:

$$Q_i = \mu + \sigma \cdot K_T \tag{11}$$

энд: μ - олон жилийн дундаж их урсац, σ –стандарт хазайлт , K_T –давтамжийн параметр юм. Статистик дүн шинжилгээний тархалтын параметрийн үнэлгээний алдааг харьцангуй абсолют алдааны тэгшитгэлээр тооцов. Үүнд:

$$RAE = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n \left| \frac{x_i - x(p)}{x_i} \right| \tag{12}$$

Үүнд: n -түүврийн хэмжээ, x_i –бодит утга , $x(p)$ – тооцсон утга

Колмогоров-Смирновын тестээр параметрийн бус тохирох байдлын тест бөгөөд хоёр тархалт өөр байгаа эсэх, эсвэл үндсэн магадлалын тархалт нь таамагласан тархалтаас ялгаатай эсэхийг өгөгдлөөр үүсгэгдсэн тархалт буюу эмперик тархалтын функцтэй харьцуулан тодорхойлдог. Энэ нь өөр өөр байж болох хоёр ялгаатай хоёр дээж авах үед хэрэглэдэг (Smirnov, 1936). Колмогоров-Смирновын тест нь дараах байдлаар тодорхойлно. Үүнд:

$$D = \sup[F_0(x) - F_{date}(x)] \tag{13}$$

Үүнд: $F_0(x)$ -таамагласан тархалт, $F_{date}(x)$ - өгөгдлийн эмперик тархалтын функц

Сэлбэ голын хур борооны үерийн урсцын судалгаанд ашигласан магадлал статистикийн 5 тархалтуудыг Колмогоров-Смирновын тестээр бодит өгөгдлийн тархалтай харьцуулах шинжилгээг хийсэн.

Судалгааны үр дүн ба хэлэлцүүлэг

Ажиглалтын хүрэлцээтэй материалаар гол мөрний хур борооны үерийн урсцын үзүүлэлтүүд нь тасралтгүй 15-30 жил буюу түүнээс илүү, хувьслын итгэлцүүр нь 30 хувиас бага, стандарт алдаа нь 20 хувиас хэтрэхгүй байх нөхцөл тавигдах ба мөн магадлалын тархалтын муруй нь ажиглалтын бодит өгөгдөлтэй сайн уялдаж байгаа тохиолдолд ажиглалтын цувааг хангалтай гэж үзнэ (Даваа, 2015). Тухайлбал, АНУ-н Гидрологи инженерийн төвийн үерийн давтамжийн шинжилгээний арга зүй “Bulletin 17C”-д жилийн хамгийн их өнгөрөлтийн мэдээний цувааг 20 жил гэж үздэг (England et al., 2015). Бидний судалгааны цуваанд дүн шинжилгээ хийхэд үерийн их урсцын дундаж нь 6.72 м³/с , хувьслын итгэлцүүр 1.21, стандарт алдаа 20.8 хувь, ассиметрийн итгэлцүүр 2.34, цуваа нь 34 тус тус байна. Өгөгдлөөс тэгш хэмийн коэффициент эерэг ($C_s > 0$) буюу баруун талдаа, тархалтын хэлбэрийг нормал тархалтай харьцуулж үзэхэд тэгш хэмтэй бус байгаа нь илэрхий байна (Хүснэгт 1) . Жилийн хамгийн их өнгөрөлтийн хэлбэлзлийг харуулав (Зураг 3).

Хүснэгт 1: Үерийн урсцын үзүүлэлтүүд

Дундаж утга, Q_m	Хувьслын итгэлцүүр, C_v	Ассиметрийн итгэлцүүр, C_s	Стандарт алдаа, δ_n , %
6.72	1.21	2.34	20.81

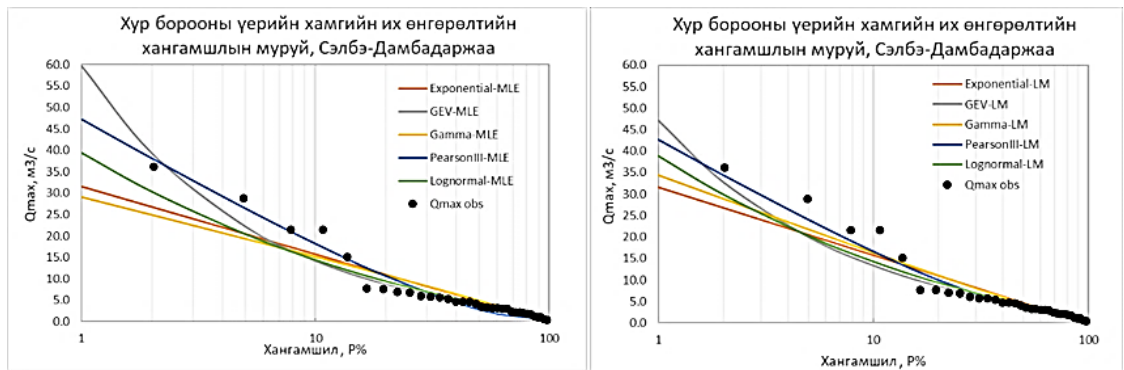


Зураг 3. Сэлбэ голын урсцын хамгийн их өнгөрөлтийн хэлбэлзэл

Сэлбэ голын Дамбадаржаа харуул дээр “Exponential, GEV, Lognormal, Pearson III, Gamma” зэрэг янз бүрийн тархалтын нягтын функцийн параметруудийн утгуудыг хамгийн их үнэний арга болон шугаман моментын аргаар тооцов (Хүснэгт 2). Тархалтуудын параметрийн үнэлгээг MLE болон L-моментын аргаар үнэлэхэд тооцоолсон тархалт тус бүрийн дундаж, стандарт хазайлт ойролцоо тооцоог хийсэн байна. Харин ассиметрийн параметрийн өөрчлөлт нь MLE параметрийн үнэлгээний арга нь LM аргаасаа бага зэрэг өндөр үнэлгээтэй байх хандлагатай байна. Энэ нь түүврийн хэмжээ бага үед 2 параметртэй тархалт стандарт алдаа бага тооцдог ба харин гурав, дөрөв параметртэй тархалтын үед хэлбэлзэл ихтэй тооцоог хийх хандлагатай байдаг (Cunnane, 1989). Хэдийгээр MLE болон L-моментын аргуудын хооронд ассиметрийн параметрийн тооцоолсон утгууд бага зэрэг ялгаатай боловч, энэ өөрчлөлт нь тархалтын муруйн хэлбэрт тогтвортой байв.

Хүснэгт 2. Тархалтын параметруудийг MLE болон LM аргаар тооцсон утгууд

Тархалт	параметр	MLE	L-moments
Exponential	λ	6.848	6.848
GEV	μ	2.977	3.018
	σ	2.415	2.544
	ξ	-0.585	-0.490
Ln-Normal	μ	1.445	1.445
	σ	0.957	0.953
Pearson Type III	μ	6.848	6.848
	σ	9.858	8.619
	γ	3.331	3.272
Gamma	κ	1.183	0.846
	θ	5.790	8.095



Зураг 4. Хамгийн их үнэний арга болон шугаман моментын аргаар параметруудийг тооцоо

Судалгаанд сонгогдсон тархалтуудын параметруудийг тооцсон хамгийн их үнэний болон шугаман моментын арга тус бүрд харьцангуй үнэмлэхүй алдааг (RAE) үнэлэв (Singh et al., 1988) (Хүснэгт 3). “Exponential” тархалтын хувьд 2 арга адилхан 27% алдаатай байгаа ба энэ нь бусад тархалтаасаа хамгийн өндөр алдаатай байна. Харин “GEV, Gamma, Pearson III” тархалт бүрт хамгийн их үнэний арга нь 20-31% алдаатай байгаа бол шугаман моментын арга нь арай бага (17-23%) алдаатай байв. Энэ нь шугаман моментын арга нь түүврийн хэмжээ бага үед илүү уян хатан, хазайлт багатай тооцдогтой холбоотой юм (Kamal et al., 2017). Логнормал тархалт нь параметрийг тооцсон 2 аргын хувьд 20% дундаж алдаатай тус тус байна. Нормал тархалт цувааны хэмжээнээс ихээхэн хамаарах ба түүврийн хэмжээ ихсэх тусам хэлбэлзэл нь багасаж тархалт сайжирдаг (Kamal et al., 2017) болох үр дүнтэй энэ судалгааны үр дүнгүүд нийцэж байв.

Хүснэгт 3. Тархалт хоорондын үнэмлэхүй алдаа

Тархалт	Харьцангуй үнэмлэхүй алдаа	
	MLE	L-moments
Exponential	0.27	0.27
GEV	0.22	0.19
Gamma	0.31	0.23
Pearson 3	0.20	0.17
Lognormal	0.20	0.20

Сэлбэ-Дамбадаржаа харуулын олон жилийн хамгийн их урсцын үерийн давтамж нь тархалтын нягтын функцээс хамааран ялгаатай байна. Exponential, GEV, Lognormal, Pearson III, Gamma тархалтуудаар 2, 5, 10, 20, 50, 100 жилд тохиох хур борооны хамгийн их урсцын хэмжээг тус тус тодорхойлов (Хүснэгт 4).

Хүснэгт 4. Янз бүрийн тархалтаар тооцсон хангамшил дах урсцын хэмжээ

Магадалалын тархалтууд											
Т	P	Exponential		GEV		Gamma		Pearson 3		Lognormal	
		MLE	LM	MLE	LM	MLE	LM	MLE	LM	MLE	LM
жил	%	м³/с	м³/с	м³/с	м³/с	м³/с	м³/с	м³/с	м³/с	м³/с	м³/с
2	50	4.75	4.75	3.97	4.04	5.04	4.41	2.89	3.34	4.24	4.24
5	20	11.02	11.02	8.78	8.65	10.86	11.16	10.74	10.01	9.49	9.46
10	10	15.8	15.8	14.2	13.5	15.1	16.4	18.3	16.6	14.5	14.4
20	5	20.5	20.5	22.3	20.1	19.3	21.8	26.5	24.0	20.5	20.3
50	2	26.8	26.8	39.3	32.9	24.9	28.9	38.1	34.4	30.3	30.0
100	1	31.5	31.5	59.7	47.2	29.0	34.3	47.3	42.6	39.3	38.9

Тархалтуудын 1%-н хангамшлыг хамгийн их үнэний аргаар тооцоолсон дүнгээс авч үзвэл GEV-59.7 м³/с, Exponential-31.5 м³/с, Pearson III-47.3 м³/с, Gamma-29 м³/с, LogPearson III-39.3 м³/с тус тус тооцов. Харин шугаман моментын аргаар GEV-47.2 м³/с, Exponential-31.5 м³/с, Pearson III-42.6 м³/с, Gamma-34.3 м³/с, LogPearson III-38.9 м³/с тус тус байв.

Хүснэгт 5. Колмогоров-Смирнов тест

Тархалт	Колмогоров-Смирнов тест	Эрэмбэ
Exponential	0.177	4
GEV	0.163	2
Gamma	0.17	3
Pearson III	0.088	1
Normal	0.299	5

Бидний судалгаанд нийт 5 онолын муруйг авч судалсан. Колмогоров-Смирнов D тестээр тархалт хоорондын ялгаа Exponential (0.177), GEV (0.163), Lognormal (0.299), Pearson III (0.088), Gamma (0.17) нь статистик ач холбогдолтой ($p > .05$) болохыг харуулах бөгөөд эдгээр таамагласан онолын тархалтууд бодит өгөгдлийг дагаж буйг илэрхийлнэ (Хүснэгт 5). Эдгээр таамагласан тархалт бүрийг Сэлбэ голд эрэмбэлбэл хамгийн сайн тохирох нь Пирсоны III тархалт нэгдүгээрт, хоёрдугаарт GEV тархалт, гуравт Gamma, дөрөвт Exponential, тавдугаарт Lognormal тархалт тус тус эрэмбэлэгдэж байна. Эндээс Монгол орны голуудын үерийн урсцыг тооцоолоход эдгээр уялдаат тархалтын загваруудаар цаашид судалгааны үр дүнгүүдийг тооцоолон гаргах боломжтой юм.

Дүгнэлт

Энэхүү судалгаанд Улаанбаатар хот орчимд ус судлалын Сэлбэ голын Дамбадаржаа усны харуул дээр хур борооны үерийн их урсцыг янз бүрийн тархалтаар тооцов. Манай орны нөхцөлд гурван параметрт хуваарилалт, биномаль тархалт өргөн хэрэглэдэг ч судалгаанд хур борооны үерийн их урсцын утгыг нарийвчлах, дүн шинжилгээ хийхэд бусад тархалтуудыг тооцоонд ашиглав.

Хур борооны үерийн ажиглалтын цувааны статистик параметруудийг хамгийн их үнэний арга болон шугаман моментын аргаар үнэлж гаргав. Параметрийн үнэлгээний аргууд нь дундаж болон стандарт хазайлтыг ойролцоо, харин муруйн хэлбэрийн параметрийг бага зэрэг зөрүүтэй тооцож байна.

Тархалтуудын параметрийн үнэлгээний арга тус бүрд харьцангуй үнэмлэхүй алдааг (RAE) үнэлэхэд шугаман моментын арга нь хамгийн их үнэний аргаасаа алдаа багатай тооцоог бүх тархалтуудад үзүүлсэн ба энэ нь цувааны хэмжээ бага үед шугаман момент арга нь илүү уян хатан тооцоог хийдэгтэй холбоотой. Тухайлбал, GEV тархалтын хувьд шугаман моментын аргаар (19%), хамгийн их үнэний аргаар (22%), Gamma тархалт дээр 2 арга нь хоорондоо хамгийн их зөрүүтэй буюу (23% ба 31%) байна. Харин шугаман моментын аргаар Пирсоны III тархалт нь бусад тархалтаас хамгийн бага алдаатай (17%) тооцоолжээ.

Сэлбэ голын сав газрын их урсцын муруйг төлөөлж чадах хамгийн тохиромжтой нь тархалтын муруйг Колмогоров-Смирновын тестээр шинжлэхэд Пирсоны III тархалт батлагдсан болно. Уг тархалтаар 1-50 хувийн хангамшлыг давах магадлалтай үерийн их өнгөрөлт 42.6-3.34 м³/с хооронд байна. Уг тархалтын тооцооноос 2023 онд болсон үерийн хэмжээ нь 20 жилд нэг давтагдах 5% хамгамшилтай үер болсон байв.

Талархал ба санхүүжүүлэлт

Энэхүү судалгааг Монголын Шинжлэх Ухааны Технологийн Сангийн (CHN-2022/274) дугаартай төслөөс санхүүжүүлсэнд талархал илэрхийлье.

Ном зүй

1. Даваа, Г. (2015). *Монгол орны гадаргын усны горим, нөөц*. Адмон принт.
2. Даваа, Г., Эрдэнэбаяр, Б., Оюунхүү, Г., Оюунбаатар, Д. (2017). Уур амьсгалын өөрчлөлтөөс усны горим, нөөцөд үзүүлэх нөлөөлөл ба дасан зохицох арга зам. *Экологи-тогтвортой хөгжил*, 14, 238.
3. Дуламсүрэн, Д. (2022). Монгол орны улирлын уур амьсгалын өнөөгийн өөрчлөлт, *Уур амьсгалын өөрчлөлтийн үндэсний 4 дүгээр тайлан*, Улаанбаатар хот. 6-14
4. Мижиддорж, Р., Дуламсүрэн, Д. (2017). Дэлхийн дулаарлаас үүдэлтэй "чимээгүй ирдэг" болзошгүй гамшгийн тухай өгүүлэх нь. *Экологи-Тогтвортой хөгжил*, 14, 146-157.
5. Мягмаржав, Б., Дашдэлэг, Н. (1983). *Дождевые паводки рек бассейна р.Селенги*.
6. Оюунбаатар, Д. (2004). *Зарим гол мөрний урсцын богино хугацааны прогнозын арга, загварчлал*
7. Оюунбаатар, Д., Даваа, Г. (2017). Сэлбэ голын сав газрын нийлбэр ууршилт тооцсон үр дүн. *Экологи-Тогтвортой хөгжил*, 14.
8. Aksoy, & Hafzullah. (2000). Use of Gamma Distribution in Hydrological Analysis. *Turkish Journal of Engineering and Environmental Sciences*, 24.
9. Chow, V. T., R.Maidment, D., & W.Mays, L. (1997). *Applied hydrology*. international editions on hydrology.
10. Cunnane, C. (1989). Statistical distribution for flood frequency analysis. *WMO Operational Hydrology, Report No. 33, WMO-No. 718, Geneva, Switzerland*.

11. Dorjsuren, B., Batsaikhan, N., Yan, D., Yadamjav, O., Chonokhuu, S., Enkhbold, A., ... & Abiyu, A. (2021). Study on relationship of land cover changes and ecohydrological processes of the Tuul River Basin. *Sustainability*, 13(3), 1153.
12. Dorjsuren, B., Yan, D., Wang, H., Chonokhuu, S., Enkhbold, A., Yiran, X., ... & Abiyu, A. (2018). Observed trends of climate and river discharge in Mongolia's Selenga sub-basin of the Lake Baikal basin. *Water*, 10(10), 1436.
13. England, J., Cohn, T., Faber, B., Stedigen, J., Wilbert, T., Veilleux, A., & Mason, R. (2015). Bulletin 17C: Guidelines for determining flood flow frequency. *USGS, USACE, ACWI, US Department of the Interior*, 156.
14. Farooq, M., Shafique, M., & Khattak, M. S. (2018). Flood frequency analysis of river swat using Log Pearson type 3, Generalized Extreme Value, Normal, and Gumbel Max distribution methods. *Arabian Journal of Geosciences*, 11, 1-10.
15. Ghorbani, Ali, M., H., R., Singh, V., & Sivakumar, B. (2010). Flood frequency analysis using Mathematica. *Turkish Journal of Engineering and Environmental Sciences*, 34, 171-188.
16. Kamal, V., Mukherjee, S., Singh, P., Sen, R., Vishwakarma, C., Sajadi, P.,...Rena, V. (2017). Flood frequency analysis of Ganga river at Haridwar and Garhmukteshwar. *Applied Water Science*, 7, 1979-1986.
17. Narangerel, S., & Suzuki, Y. (2024). Historic Flood Events and Current Flood Hazard in Ulaanbaatar City, Central Mongolia. *Journal of Disaster Research*, 19(4), 691-704.
18. Némethy, S. A., Ternell, A., Bornmalm, L., Lagerqvist, B., & Szemethy, L. (2022). Environmental Viability Analysis of Connected European Inland–Marine Waterways and Their Services in View of Climate Change. *Atmosphere*, 13(6), 951.
19. Rybchenko, A. A., Kozyreva, E. A., Mazaeva, O. A., & Demberel, S. (2023). Assessment of the Exogeodynamic Hazard of Catastrophic Flash Floods on the Territory of the Ulaanbaatar Agglomeration. *Geography and Natural Resources*, 44(Suppl 1), S44-S52.
20. Sandoval, C. E., & Raynal-Villasenor, j. (2008). Trivariate generalized extreme value distribution in flood frequency analysis. *Hydrological Sciences Journal*, 53, 550–567.
21. Saizen, I., & Tsutsumida, N. (2017). The rapid development of settlements in flood-prone areas in peri-urban Ulaanbaatar, Mongolia: monitoring and spatial analysis using VHR satellite imageries. *Land Use Management in Disaster Risk Reduction: Practice and Cases from a Global Perspective*, 137-148
22. Singh, V. P., & Singh, K. (1988). Parameter estimation for log-Pearson type III distribution by POME. *Journal of Hydraulic Engineering*, 114(1), 112-122.
23. Smirnov, & NV. (1936). Sui la distribution de w_2 (Criterium de MRv Mises). *Comptes Rendus (Paris)*, 202, 449-452.
24. Vivekanandan, N. (2024). Intercomparison of Extreme Rainfall Estimates Using Normal, Gamma and Pearson, and Extreme Value Families of Probability Distributions. In *Integrated Management of Water Resources in India: A Computational Approach: Optimizing for Sustainability and Planning* (pp. 271-289). Cham: Springer Nature Switzerland.