

АГУУЛАХЫН БАГТААМЖ ХЯЗГААРЛАГДМАЛ, ОЛОН ТӨРЛИЙН БАРААТАЙ ҮЕИЙН ЗАХИАЛГЫН ОНОВЧТОЙ ХЭМЖЭЭГ ТООЦОХ БОДЛОГО

М.Эрдэнэбат*, Ж.Энхбаяр**, Р.Энхбат***

Хураангуй: Бараа материалын оновчтой удирдлага компаниудад шийдэх асуудлын нэг юм. Бараа материалыг захиалгын оновчтой хэмжээ, түүнд үнийн хөнгөлөлт, инфляци нөлөөлөх зэрэг асуудлыг эрдэмтэд судалсан байдаг. Бараа материал захиалах асуудал нь агуулахын хэмжээнээс шууд хамааралтай. Иймд бид агуулахын хэмжээнээс хамаарч захиалгын оновчтой хэмжээг хэрхэн тодорхойлох талаар авч үзлээ.

Түлхүүр үг: Бараа материалын зардал, агуулахын хэмжээ

Abstract: An optimal management of inventory is one of important problems for companies. There are a lot of works devoted to economic order quantity, price discount and inflation. The inventory ordering depends on warehouse size. Therefore, we analyze how to define the optimal size of order, depending on the size of the warehouse.

Keyword: Inventory cost, warehouse size

* МУИС-ийн Бизнесийн сургууль, (Email) erdenebat.m@num.edu.mn

** МУИС-ийн Хэрэглээний шинжлэх ухааны сургууль (Email) enkhbayar.j@seas.num.edu.mn

*** МУИС-ийн Бизнесийн сургууль, (Email) renkhbat46@yahoo.com

Бараа материалын захиалгын оновчлолд агуулахын хэмжээ нөлөөлөх нь

Компаниуд бараа материал хадгалж, нөөцлөх нь зардлыг нэмэгдүүлэх нэг шалтгаан болдог. Иймээс бараа материалаа удирдах нь компанийн хувьд чухал ач холбогдолтой байдаг.

Захиалгын оновчтой хэмжээний загварыг өргөтгөх асуудал 1950-аад оноос эхэлсэн байдаг. Энэ хугацаанд 1981 онд Tersine, Price [1] нар нэг удаагийн үнийн хөнгөлөлттэй үе дэх EOQ, 1982 онд Weiss [2] хадгалалтын зардал өсөлттэй үеийн, Ritchie [3] эрэлт шугаман өсөлттэй үеийн, Prill, Chaouch [4] нар санамсаргүй эрэлттэй үеийн, Kanet, Miles [5] нар болон Buzacott [6] тогтмол инфляцитай үеийн оновчтой хэмжээ, 1990 онд Rao, Bahari-Kashani [7] нар агуулахын хадгалах хэмжээний асуудлыг авч үзэх зэргээр судалсан байдаг. Rao, Bahari-Kashani нарын өгүүлээрээ авч үзсэн асуудал нь агуулахад нэг төрлийн барааг хадгалахад захиалгын оновчтой хэмжээ агуулахын хэмжээнээс хамаарах асуудлыг авч үзсэн.

Өөрөөр хэлбэл агуулахын хэмжээнээс хамаарч захиалгын оновчтой хэмжээг олон төрлийн барааны хувьд хэрхэн шийдвэрлэх асуудал өдийг хүртэл бүрэн судлагдаагүй байна. Бид энэхүү судалгааны ажлаар үүнийг шийдвэрлэлээ.

Хязгаарлагдмал хэмжээтэй агуулахын хувьд бараа материалын захиалгын оновчлолыг тогтоох

n төрлийн бүтээгдэхүүнийг хадгалах агуулахын талбай буюу хэмжээ A болог. i -р төрлийн нэгж бүтээгдэхүүнийг хадгалах талбайг a_i ($i=1, n$) гэе. Нэгж хугацааны i -р бүтээгдэхүүний эрэлт - d_i , нэг удаагийн захиалгын зардал - k_i , нэгж хугацаанд нэгж бүтээгдэхүүнийг хадгалах зардал - h_i ($i=1, n$) гэж үзье.

i -р бүтээгдэхүүний захиалгын хэмжээ, h_i ($i=1, n$).

Захиалгын болон хадгалалтын зардлыг нийт бүтээгдэхүүний хувьд тооцвол

$$f(y_1, y_2, \dots, y_n) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{k_i d_i}{y_i} + \frac{h_i y_i}{2} \right) \quad (1)$$

Агуулахын нөөцийг зааглал болгон бичье.

$$\sum_{i=1}^n a_i y_i \leq A, \quad y_i > 0, \quad i = \overline{1, n} \quad (2)$$

Тэгвэл нийт зардлыг минимумчлах бодлогыг дараах хэлбэрт бичиж болно.

$$f(y_1, y_2, \dots, y_n) \rightarrow \min, \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^n a_i y_i \leq A \quad (4)$$

$$y_i > 0, i = \overline{1, n} \quad (5)$$

(3)-(5) бодлого нь тэнцэтгэл бишийн зааглал бүхий гүдгэр программчлалын бодлого болно. Энэ бодлогыг бодохын тулд Лагранжийн функц ашиглан оновчтой нөхцлийг бичье.

$$\begin{aligned}
L(\lambda_0, \lambda_1, \dots, \lambda_n, y_1, y_2, \dots, y_n) &= f(y_1, y_2, \dots, y_n) + \lambda_0 \left(\sum_{i=1}^n a_i y_i - A \right) - \sum_{i=1}^n \lambda_i y_i \\
&= \sum_{i=1}^n \left(\frac{k_i d_i}{y_i} + \frac{h_i y_i}{2} \right) + \lambda_0 \left(\sum_{i=1}^n a_i y_i - A \right) - \sum_{i=1}^n \lambda_i y_i \\
&\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial y_i} = -\frac{k_i d_i}{y_i^2} + \frac{h_i}{2} + \lambda_0 a_i - \lambda_i = 0, i = \overline{1, n} & (6) \\ \lambda_0 \left(\sum_{i=1}^n a_i y_i - A \right) = 0 & (7) \\ \lambda_i y_i = 0, i = \overline{1, n} & (8) \\ \lambda_0 \geq 0, \lambda_i \geq 0, \lambda_0^2 + \sum_{i=1}^n \lambda_i^2 \neq 0 & (9) \end{cases}
\end{aligned}$$

Бодлогын (5) нөхцөл ёсоор $y_i > 0$ тул $\lambda_i = 0$ болох ба (6) нөхцөл $-\frac{k_i d_i}{y_i^2} + \frac{h_i}{2} + \lambda_0 a_i -$ хэлбэртэй болно.

Нөгөө талаас (9) нөхцлөөс тул $\lambda_i \neq 0$ (7) нөхцөл нь зөвхөн тэнцэтгэл хэлбэрээр бичигдэх ёстой. Өөрөөр хэлбэл,

$$\sum_{i=1}^n a_i y_i = A$$

Иймд (6)-(9) нөхцөл нь дараах систем тэгшитгэл рүү шилжинэ.

$$\begin{cases} -\frac{k_i d_i}{y_i^2} + \frac{h_i}{2} + \lambda_0 a_i = 0 \\ \sum_{i=1}^n a_i y_i = A \end{cases}$$

Эхний тэгшитгэлээс -г олж, 2 дахь тэгшитгэлд орлуулбал:

$$y_i = \sqrt{\frac{2k_i d_i}{h_i + 2\lambda_0 a_i}} \quad (10)$$

$$\sum_{i=1}^n a_i \sqrt{\frac{2k_i d_i}{h_i + 2\lambda_0 a_i}} = A \quad (11)$$

(11) тэгшитгэл нь шугаман биш тэгшитгэл тул үүнийг бодохын тулд тооцон бодохын тахир шугамын, шүргэгчийн ойролцоо аргуудыг [8] ашиглаж олно.

Ерөнхий тохиолдолд (3)-(5) бодлогын (5) нөхцлийг $y_i \geq 0$ ($i = \overline{1, n}$) нөхцөлөөр сольж болно. Өөрөөр хэлбэл буюу зарим i -р бүтээгдэхүүнийг захиалах шаардлагагүй байж болно.

Тэгвэл нийт зардлыг минимумчлах бодлого нь дараах ерөнхий хэлбэрт шилжинэ.

$$f(y_1, y_2, \dots, y_n) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{k_i d_i}{y_i} + \frac{h_i y_i}{2} \right) \rightarrow \min, \quad (12)$$

$$\sum_{i=1}^n a_i y_i \leq A \quad (13)$$

$$y_i \geq 0, i = \overline{1, n} \quad (14)$$

(12)-(14) бодлого нь оптимизацийн гүдгэр программчлалын бодлого юм.

$D = \{y \in \mathbb{R}^n | \sum_{i=1}^n a_i y_i \leq A, y_i \geq 0, i = \overline{1, n}\}$ олонлог тодорхойлъя. Тэгвэл (12)-(14) бодлого

$$f(y) \rightarrow \min, y \in D \quad (15)$$

хэлбэртэй болно.

Энэ бодлогыг бодох нөхцөлт градиентийн аргын алгоритмыг [8] бичье.

Алгоритм GGM [8]

Алхам 1. ямар нэг анхны дөхөлтийн цэг.

$k := 0, \{y^k\}$ цэгийн дараалал байгуулна.

Функцийн градиент $f'(y^k)$ -г бодно.

Алхам 2. Дараах туслах чанарын шугаман программчлалын бодлого бодно.

$$\langle f'(y^k), y \rangle \rightarrow \min, y \in D \quad (16)$$

нь бодлогын шийд болог.

$$\langle f'(y^k), \bar{y}^k \rangle = \min_{y \in D} \langle f'(y^k), y \rangle$$

Алхам 3. - үнэлгээний утгыг тооцоолно.

$$\eta_k = \langle f'(y^k), \bar{y}^k - y^k \rangle.$$

Алхам 4. Хэрэв $\eta_k = 0$ бол y^k нь бодлогын шийд болно.

Алхам 5. чиглэлийг байгуулна.

$$p^k = \bar{y}^k - y^k$$

$$\varphi(\alpha_k) = f(y^k + \alpha p^k) \rightarrow \min, \alpha \geq 0$$

гэсэн нэг хувьсагчийн минимум олох бодлогыг бодно. нь шийд болог.

$$\varphi(\alpha_k) = \min_{0 \leq \alpha \leq 1} \varphi(\alpha) \quad (17)$$

Алхам 6. $k=k+1$ гэж үзээд дараагийн дөхөлтийн цэг y^k -г байгуулна.

$$y^{k+1} = y^k + \alpha_k p^k$$

Алхам 2. руу шилжинэ.

Теорем 1. [8] Алгоритм GGM-ээр байгуулагдсан $\{y^k\}$ дарааллын хувьд байна. $\lim_{k \rightarrow \infty} f(y^k) = \min_{y \in D} f(y)$

D хялбар компакт олонлог тул Алхам 2-ын шугаман программчлалын бодлогын шийдийг аналитик хэлбэрээр олж болно.

$\sum_{i=1}^n a_i y_i \leq A$ олонлогийн оройн цэгүүд нь

$B_1\left(\frac{A}{a_1}, \dots, 0\right), B_2\left(0, \frac{A}{a_2}, \dots, 0\right), \dots, B_n\left(0, 0, \dots, 0, \frac{A}{a_n}\right)$ тул (16) бодлогын шийд

шууд олно.

Эхлээд функцийг градиентийг цэг дээр олъё.

$$f'(y^k) = \left(-\frac{k_1 d_1}{(y_1^k)^2} + \frac{h_1}{2}, \dots, -\frac{k_n d_n}{(y_n^k)^2} + \frac{h_n}{2} \right)$$

Иймд

$$\min_{y \in D} \langle f'(y^k), y \rangle = \min \left\{ \left[-\frac{k_1 d_1}{(y_1^k)^2} + \frac{h_1}{2} \right] \frac{A}{a_1}, \left[-\frac{k_2 d_2}{(y_2^k)^2} + \frac{h_2}{2} \right] \frac{A}{a_2}, \dots, \left[-\frac{k_n d_n}{(y_n^k)^2} + \frac{h_n}{2} \right] \frac{A}{a_n}, \right\}$$

Энэ бодлогын шийд $j \in \{1, 2, \dots, n\}$ индекс дээр оршдог болог. Тэгвэл

$$\min_{y \in D} \langle f'(y^k), y \rangle = \left(-\frac{k_j d_j}{(y_j^k)^2} + \frac{h_j}{2} \right) \frac{A}{a_j}$$

болох ба

$$\bar{y}^k = \left(0, 0, \dots, \frac{A}{a_j}, \dots, 0, 0 \right)$$

Одоо Алгоритмийн Алхам 5-д байгаа (17) бодлогын аналитик шийдийг олъё.

$$\varphi(\alpha) = f(y^k + \alpha p^k) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{k_i d_i}{(y_i^k + \alpha p_i^k)^2} + \frac{h_i (y_i^k + \alpha p_i^k)}{2} \right)$$

Функцийн минимумыг олохын тулд α -г олж тэгтэй тэнцүүлнэ.

$$\varphi'(\alpha) = \sum_{i=1}^n \left[-\frac{k_i d_i p_i^k}{(y_i^k + \alpha p_i^k)^2} + \frac{h_i p_i^k}{2} \right] = 0$$

Энэ тэгшитгэлээс α_k -г олно.

Симуляцийн үр дүн

Бид энэхүү алгоритмын дагуу уулын баяжуулах Эрдэнэт үйлдвэрийн гурван агуулахын хувьд агуулахын хэмжээнээс хамаарч бараа материалтай холбогдон гарах зардлыг бууруулж болох эсэх тооцооллыг Matlab программ дээр хийсэн.

Эхний агуулах нь бага хэмжээтэй агуулах бөгөөд нийт 52 нэр төрлийн материал уг агуулахад хадгалдаг. Том агуулахаас 30 дахин бага хэмжээтэй, зардал нь том агуулахын 4.4 хувьтай тэнцэхүйц гардаг. Алгоритмын дагуу агуулахын хэмжээнээс хамаарсан захиалгын оновчтой хэмжээг гаргавал бараа материалтай холбогдон гарах зардал өмнө гарч байсан хэмжээнээс 27.14 хувиар буурч байна.

Хоёрдугаар агуулах нь дундаж хэмжээтэй, өмнөх агуулахаас 3.3 дахин том, 43 нэр төрлийн материал хадгалдаг. Том агуулахын зардалтай харьцуулбал 56 орчим хувьтай нь тэнцэхүйц, жижиг агуулахтай харьцуулбал 12.6 дахин их зардал гардаг. Агуулах дахь бараа материалтай холбогдон гарах зардал нь анхаарал татахуйц байгаа юм. Алгоритмын дагуу захиалгын оновчтой хэмжээг тооцвол бараа материалтай холбогдон гарах зардал өмнө гарч байсан хэмжээнээс 9.7 дахин буурч байна. Энэ нь жижиг агуулахын хувьд бидний тогтоосон зардлаас 80 хувиар л их байгаа юм.

Гуравдугаар агуулах нь том хэмжээтэй дундаж агуулахаас 3 дахин том, 115 нэр төрлийн материал хадгалдаг. Алгоритмын дагуу агуулахын хэмжээнээс хамаарсан захиалгын оновчтой хэмжээг гаргавал бараа материалтай холбогдон гарах зардал өмнө гарч байсан хэмжээнээс 14.36 хувиар буурч байна.

Дээрх тооцооллын үр дүнгээс харахад агуулахын багтаамж хязгаарлагдмал байдаг тул энэхүү алгоритмаар тооцвол бараа материалтай холбоо бүхий зардлыг ихээхэн бууруулах боломж байгаа юм.

Гурван агуулах тус бүрийн хувьд алгоритмын үр дүнгээр гарсан захиалгын оновчтой хэмжээг Хүснэгт 1, Хүснэгт 2, Хүснэгт 3-аар харуулав.

Хүснэгт 1. Нэгдүгээр агуулахын захиалгын оновчтой хэмжээ (Агуулахын багтаамж 100 куб.м)

Барааны код	Оновчтой тоо хэмжээ	Барааны код	Оновчтой тоо хэмжээ	Барааны код	Оновчтой тоо хэмжээ
0770703000000	31.76	1451106100000	28.18	7920062000000	11.60
1422606400000	11.40	3431302500000	3.15	4480118800000	1.29
1422301400000	12.71	3441201100000	10.13	3470517200000	6.37
1451103400000	17.93	7120102000000	4.20	4480205400000	35.26
1450806500000	5.73	3433216500000	3.08	4480414500000	3.34
8660008100000	10.71	3431204300000	0.21	5610225000000	4.42
1451606000000	13.29	3431305600000	0.59	7120103600000	125.18
1422203500000	6.97	4480303100000	9.97	4480211500000	2.12
3433217400000	20.18	7920064100000	1.22	7920006300000	2.96
1450211500000	7.47	3433212200000	1.83	5660002000000	2.25
8660008600000	8.69	3470517300000	9.51	7235001800000	1.86
1450240000000	4.10	4480211000000	3.42	4140035800000	1.46

3433201500000	12.98	4480863500000	2.89	5610564700000	3.64
1423003000000	2.39	4140058500000	2.56	5633035300000	2.83
3170586500000	0.82	3411307200000	36.75	5650137000000	3.53
1422602100000	2.74	0621968300000	1.04	4480201900000	1.26
3410289300000	4.58	3512046000000	8.02		
3431203400000	4.09	1350219300000	1.71		

Хүснэгт 2. Хоёрдугаар агуулахын захиалгын оновчтой хэмжээ (Агуулахын багтаамж 300 куб.м)

Барааны код	Оновчтой тоо хэмжээ	Барааны код	Оновчтой тоо хэмжээ	Барааны код	Оновчтой тоо хэмжээ
9860902000000	24.74	1451106100000	41.76	9860951300000	0.12
9870016000000	75.75	1451101600000	25.93	9860951500000	19.60
3131804600000	38.45	1451108600000	30.39	9870033600000	18.00
0770702500000	28.34	9870005900000	4.42	3432303400000	0.20
9860952400000	154.31	3130202600000	10.00	9870032100000	1.79
3160007600000	11.21	3130801300000	8.32	9860950800000	1.84
9870013700000	40.91	9870035700000	21.32	3470115100000	1.56
9870005700000	102.97	3160008500000	0.74	9860367600000	13.33
9860113300000	77.99	3130603000000	9.94	9870033900000	0.57
0770703000000	3.92	3131801600000	1.89	9870031500000	1.23
9870005600000	72.95	9870012500000	18.89	9860953100000	2.10
3131900800000	23.98	9860547700000	0.47	9870025400000	11.25
3131603300000	10.23	7120102000000	2.05	9870020000000	4.64
9870006100000	9.83	9860902400000	1.37		
9870005300000	13.33	7120101100000	1.60		

Хүснэгт 3. Хоёрдугаар агуулахын захиалгын оновчтой хэмжээ Агуулахын багтаамж 3,000 куб.м)

Барааны код	Оновчтой тоо хэмжээ	Барааны код	Оновчтой тоо хэмжээ	Барааны код	Оновчтой тоо хэмжээ
0770703000000	166.04	7120428200000	3.02	3430305300000	1.80
0770702900000	34.99	3441203600000	2.71	3430306200000	1.29
1451103400000	8.39	3430815000000	5.34	1311632500000	7.83
1421903200000	8.15	3430309300000	8.63	1311642000000	7.15
5640314000000	45.86	1350219300000	4.56	7110617400000	1.58
3431207000000	9.81	3430914800000	3.50	7110618300000	1.62
5770142600000	7.90	5460204900000	8.18	1311590300000	8.03
3410103000000	7.26	1311760300000	4.52	1210515000000	5.25
3432502600000	5.22	1350220300000	3.93	5640451800000	8.73
3410105500000	5.44	5640251500000	7.54	5640189500000	5.41
5640314100000	35.83	7120430100000	3.19	5410442500000	1.01
5460911000000	7.74	5640313700000	6.43	5840102700000	9.72

3433317100000	15.26	7161002000000	4.10	7110301000000	7.51
3433317700000	11.54	7110303500000	6.77	1311740000000	6.13
3410102100000	5.28	7980001300000	9.33	5640451100000	9.63
1350228200000	3.92	7221113100000	3.68	1220165000000	5.06
3410292100000	4.59	5640251600000	5.79	5640317100000	4.44
5640402400000	18.28	7110619200000	3.99	5640182900000	7.44
3411309700000	6.94	1451300300000	19.13	3430209200000	0.87
1350207000000	3.88	7120432600000	1.65	1220135600000	4.45
7120101100000	5.33	5460918000000	8.29	3470116000000	3.53
3433208500000	7.87	7150105300000	8.23	1311720400000	2.83
3430912300000	3.44	7211414300000	1.98	5640205400000	2.74
3441205400000	4.99	7110302600000	4.45	5710247000000	4.83
3430812800000	5.10	7150102600000	3.41	5840101200000	5.78
1350218400000	3.74	7234373200000	6.23	7161004500000	2.09
7120102000000	4.09	3430913900000	1.87	1210525100000	2.77
5640313600000	10.96	7120429100000	3.01	5710247100000	3.97
5462917000000	4.69	1311690000000	4.42	5840101100000	6.15
7120103600000	5.00	8392058200000	3.24	8460205500000	3.82
3410291200000	8.90	7150103500000	4.00	1210107100000	3.20
3441204000000	4.04	7150101000000	3.28	1311510500000	2.83
5640317800000	7.67	5712127300000	7.61	5640191300000	4.47
3410289300000	7.42	5712127000000	7.14	1210327500000	2.29
1350205200000	1.46	7980001500000	3.13	1310860400000	2.36
1350215000000	7.24	7161003600000	2.92	5840102800000	6.91
3431303100000	1.13	7221111300000	10.72	1310850600000	1.48
1350203400000	1.49	5410446800000	3.28		
3431302800000	2.75	7221109400000	3.10		

Дүгнэлт

Компаниудын хувьд агуулахын хэмжээ хязгаарлагдмал байдагтай холбоотой олон төрлийн бараа материалыг татан авахад материалтай холбоотой зардлыг хамгийн бага байлгах, агуулахын хэмжээг үр ашигтай ашиглах гэсэн хоёр асуудал тулгарч байдаг. Эдгээр асуудлыг бид оновчлолын тооцон бодох аргаар шийдсэн болно. Алгоритмыг ашиглан уулын баяжуулах Эрдэнэт үйлдвэрийн гурван агуулах дээр хийсэн туршилтаар материалтай холбогдон гарах захиалга болон хадгалалтын нийт зардал нь 267.7 сая төгрөг байсан ба агуулахын хэмжээнээс хамаарсан оновчтой захиалгын тоо хэмжээг гаргаснаар уг зардал 161.5 сая төгрөг буюу 65.84%-аар буурахаар тооцоо гарч байна. Энэ нь бидний дэвшүүлсэн алгоритмын компанийн менежерүүдэд зардлыг бууруулах, үр ашигтай удирдлагыг хэрэгжүүлэх боломжийг олгож байгаа давуу талтай юм.

Талархал

Энэхүү ажлыг МУИС-ийн Р2017-2373 судалгааны тэтгэлэгт төслөөр хийж гүйцэтгэв.

Ашигласан материал

- [1] Tersine RJ, Price RL, "Temporary price discounts and EOQ," *Journal of Purchasing and Materials management*, б. 9 (1), pp. 23-27, 1981.
- [2] Weiss.HJ, "Economic order quantity models with nonlinear holding costs," *European Journal of Operational Research*, б. 9 (1), pp. 56-60, 1982.
- [3] Ritchie.E, "The E.O.Q. for Linear Increasing Demand: A Simple Optimal Solution," *Operational Research Society* 35(10), pp. 949-952, 1984.
- [4] Percy H. Brill, Ben A. Chaouch, "An EOQ Model with Random Variations in Demand," *Management Science* 41(5), pp. 927-936, 1995.
- [5] Kanet JJ, Miles JA, "Economic order quantities and inflation," *International Journal of Production Research*, б. 23 (3), pp. 597-608, 1985.
- [6] Buzacott.J.A, "Economic Order Quantities with Inflation 26(3)," *Operational Research Quarterly*, pp. 553-558, 1975.
- [7] Rao SS, Bahari-Kashani H, "Economic Order Quantity and storage size – Some considerations," *Engineering Costs and Production Economics*, б. 19 (1), pp. 201-204, 1990.
- [8] Bertsekas.D, *Nonlinear Programming*, Athena Scientific, 1999.