

## ЗАХИАЛГЫН ОНОВЧТОЙ ХЭМЖЭЭНИЙ ЗАГВАР, ТҮҮНИЙ ӨРГӨТГӨСӨН ХУВИЛБАРУУД

М.Эрдэнэбат\*, Н.Тунгалаг\*\*, Р.Энхбат\*\*\*

**Хураангуй:** Бараа материалын захиалгын оновчтой хэмжээг тооцох Форд Харрисын үндсэн загвар боловсруулагдсанаас хойш 100 гаруй жил болжээ. Бараа материалыг оновчтой удирдах, нөөцтэй холбоотой зардлыг боломжит бага түвшинд байлгах асуудал өнөөдөр улам илүү ач холбогдолтой болж байгаа тул байгууллагууд энэхүү загварыг ашигласаар байна. Бид энэ ажилдаа үндсэн загварт зарим нөхцөлүүдийг нэмж оруулан өргөтгөж, тооцоолуудыг хийсэн болно.

**Түлхүүр үг:** бараа материал, нөөц, захиалгын оновчтой хэмжээ, хамгийн бага зардал

### **Нэг. Захиалгын оновчтой хэмжээний загвар, түүний өргөтгөсөн загваруудын тухай**

Аливаа бизнесийн үйл ажиллагааг тогтвортой явуулахад бараа материалын зохих хэмжээний нөөц шаардагддаг. Компанийн удирдлагын гол үүрэг нь уг бизнесийг ашигтай ажиллуулах бөгөөд үүний тулд нөөцтэй холбоотой зардлыг боломжит бага түвшинд байлгах асуудалтай цаг ямагт тулгарна. Зардлыг бага түвшинд байлгахын тулд бараа материалын нөөцийг оновчтой хэмжээгээр захиалж худалдан авах, үлдэгдлийн эрсдэлийг тооцсоны үндсэн дээр зохистой түвшинд байлгах хэрэгтэй болдог. Бизнесүүд бараа материалын нөөцөө оновчтой тогтоосноор бараа материалтай холбоотой эзэмшлийн, захиалгын болон хомсдолтой холбоотой алдагдсан боломжийн өртгөө бууруулна. Үүнээс гадна бараа материалыг санхүүжүүлж буй эх үүсвэрийн зардлыг бууруулах, төлбөрийн чадвар сайжрах зэрэг олон эерэг талтай юм.

Форд Харрис захиалгын оновчтой хэмжээний загварыг 1913 онд боловсруулснаас хойш 100 гаруй жил болсон хэдий ч энэ загварын хэрэглээ байсаар байна.<sup>4</sup> Энэ нь зарим байгууллагуудын нөхцөл байдалд тохирсон

\* МУИС, Бизнесийн сургууль, (E-mail) erdenebat\_25@yahoo.com

\*\* МУИС, Бизнесийн сургууль, (E-mail) tungalag88@yahoo.com

\*\*\* МУИС, Бизнесийн сургууль, (E-mail) renkhat46@yahoo.com

4 Matthew J. Drake, Kathryn A. Marley (2014) A Century of the EOQ, Handbook of EOQ Inventory

хамгийн сайн практик шийдэл биш ч одоо хэр нь энгийн, найдвартай гэдэг үүднээс ашиглагдаж байна.<sup>5</sup> 1960-аад оны эхээр захиалгын оновчтой хэмжээнд үнийн хөнгөлөлтийн нөхцөлүүдийг оруулсан талаарх судалгаа сэтгүүлүүдэд гарч эхэлсэн нь энэ загварын өргөтгөсөн хувилбаруудын эхлэл болсон.

Crowther<sup>6</sup> 1964 онд худалдан авагч болон худалдагчийн аль алиных нь талаас хөнгөлөлтийн асуудлыг анх хөндсөн. Түүний томъёолол нь худалдан авалтын хөнгөлөлт бүхий нөхцөл дэх хугарлын цэгийн тоо хэмжээг ашигласан байсан ба худалдагч болон худалдан авагчийн зардлыг бууруулах талаар авч үзсэн байв.

Үүнээс хойш Weiss<sup>7</sup> (1982) хадгалалтын зардлын шугаман бус өсөлтийг, Gurnani<sup>8</sup> (1983) хорогдуулах хувийн асуудлыг, Kanet Miles<sup>9</sup> нар (1985) тогтмол инфляцын үе дэх, Lev, Weiss<sup>10</sup> нар (1990) хязгаарлагдмал эсвэл хязгааргүй цаг хугацаанд үүсэх зардлын өөрчлөлтийг, Bill, Chaouch<sup>11</sup> нар эрэлтийн санамсаргүй хэлбэлзлийг гэх мэтээр олон эрдэмтэд бусад нөхцөлүүдийг нэмж авч үзсэн байдаг.

2000 он гарсаар судлаачид “Үзүүлэлтүүдийн өөрчлөлт, инфляци, яг цагт нь систем, тоо хэмжээний хөнгөлөлт, нийлүүлэгчийн зээлийн бодлого, хүчин чадлын хязгаарлагдмал байдал гэх мэт” өөр, өөр нөхцөлүүдийг тусгасан захиалгын оновчтой хэмжээний загварын өргөтгөсөн томъёоллыг гаргасаар байгаа нь анхны Форд Харрисын загварыг өнөө үед ч гэсэн эдийн засаг, бизнесийн нөхцөлөөс хамаарч өргөтгөн ашигласаар байгааг харуулж байна.

### **Хоёр. Бараа материалын захиалгын зохистой хэмжээг тогтоох EOQ загвар**

Бараа материалын хэмжээ нь компанийн хэвийн ажиллагааг хангаж чадахуйц оновчтой түвшинд байх шаардлагатай. Энэ оновчтой түвшинг тодорхойлоход

---

Problems: 3-22

5 Ptak CA (1988) A comparison of inventory models and carrying costs. *Production and Inventory Management Journal* 29(4):1-3

6 Crowther JF (1964) Rationale for quantity discounts. *Harvard Business Review* 42(2): 121-127

7 Weiss HJ (1982) Economic order quantity models with nonlinear holding costs. *European Journal of Operational Research* 9(1):56-60

8 Gurnani C (1983) Economic analysis of inventory systems. *International Journal of Production Research* 21(2):261-277

9 Kanet JJ, Miles JA (1985) Economic order quantities and inflation. *International Journal of Production Research* 23(3):597-608

10 Lev B, Weiss HJ (1990) Inventory models with cost changes. *Operations Research* 38(1):53-63

11 Bill PH, Chaouch BA (1995) An EOQ model with random variations in demand. *Management Science* 41(5):927-936

ЕОQ (economic order quantity – захиалгын оновчтой хэмжээ) загварыг өргөн ашигладаг. Энэхүү загварыг анх Форд Харрис (1913) боловсруулжээ. Захиалгын оновчтой хэмжээ гэдэг нь бараа материалын захиалгын болон хадгалалтын зардлын дүнг хамгийн бага байлгаж, хэрэгцээт бараа материалаар тасралтгүй хангаж чадахуйц захиалгын тоо хэмжээ юм.<sup>12</sup>

#### Агуулахын нөөцийн динамик тэгшитгэл

$$y_{t+\tau}^{\max} = y_t + q_i^t - \tau^{\min} c^{\min}, \quad \tau = 0, 1, \dots$$

$$y_{t+\tau}^{\min} = y_t - c^a \tau^a, \quad t = 0, 1, 2, \dots$$

$y_t$ :  $t$  хугацаан дахь агуулахын нөөц,

$y_{t+\tau}$ :  $t + \tau$  хугацаан дахь нөөц,

$c^a$ : дундаж хэрэглээ,

$\tau$ : агуулахаас бараа татагдах дундаж хугацаа,

$c^{\max}$ : нэгж хугацааны хамгийн их зарцуулалт,

$c^{\min}$ : нэгж хугацааны хамгийн бага зарцуулалт,

$q_i^t$ :  $t$  хугацаан дахь  $i$ -р барааны дүүргэлт буюу захиалгын тоо хэмжээ.

#### Агуулахын дундаж нөөцийн тооцоо

$$\bar{y}_t = \frac{1}{2} (y_{t+\tau}^{\min} + y_{t+\tau}^{\max})$$

$$Y_{\text{унд}}, y_t = c^{\max} \tau^{\max}, \quad \tau^{\min} \leq \tau^a \leq \tau^{\max}, \quad \tau^a = \frac{\tau^{\min} + \tau^{\max}}{2}$$

$q_i$ :  $i$ -р барааны захиалгын тоо хэмжээ,

$D_a^i$ :  $i$  – р барааны жилийн дундаж хэрэглээ,

$c^i$ : нь  $i$  – р барааны нэгж захиалгын зардал,

$c_h^i$ :  $i$  – р барааны нэгжийн хадгалалтын зардал,

$TC^i$  нь  $i$  – р барааны нийт зардал.

$C_o^i$  -захиалгын зардал,  $C_h^i$  -хадгалалтын зардал

$$TC^i = C_o^i + C_h^i, \quad i=1, 2, \dots, m$$

Захиалгын зардал:

$$C_o^i = \frac{D_a^i}{q_i} c_h^i, \quad i=1, 2, \dots, m$$

Нийт зардлыг хамгийн бага байлгах бодлого:

$$\min TC^i = \frac{D_a^i c_h^i}{q_i} + \frac{q_i}{2} c_h^i$$

<sup>12</sup> Roberta S. Russell, Bernard W. Taylor, 2011, Operations Management . John Wiley & Sons Inc.

$TC^i = TC^i(q_i)$  функц нь  $q_i$ -ийн хувьд гүдгэр функц тул минимум байх оновчтой нөхцөлөөс оновчтой  $q_i$ -г олно.

$$\frac{dTC^i}{dq_i} = -\frac{D_a^i c^i}{q_i^2} + \frac{c_h^i}{2} = 0$$

Энэ тэгшитгэлээс захиалгын оновчтой хэмжээ болох  $q_i$ -ийг олбол

$$q_i = \sqrt{\frac{2D_a^i c^i}{c_h^i}}, i = 1, 2, \dots, m \quad (\text{E.O.Q}) \text{ болох юм.}$$

Захиалгын оновчтой хэмжээг тооцох дээрх загварт хэд хэдэн нөхцөлийг тогтмолоор авч үздэг байна. Үүнд:

- Тодорхой хугацаанд хэрэглэх бараа материалын хэрэгцээ буюу эрэлт нь тодорхой байх,
- Бараа материалын сэлгэлт нь тогтмол байх ба түүний үргэлжлэх нийт хугацаа тодорхой байх,
- Нэг удаагийн захиалгын зардал нь хэмжээнээс хамаарахгүй тогтмол байх,
- Нэг нэгжийн хадгалалтын зардал тогтмол байх,
- Бараа материалын худалдан авах үнэ тогтмол байх,
- Бараа материал нь зөвхөн нэг төрлийн байх,
- Зөвхөн 2 төрлийн зардал (хадгалалтын, захиалгын) гарах зэрэг болно.

### **Гурав. Захиалгын оновчтой хэмжээний загварын өргөтгөсөн хувилбарууд**

Бид дараах дөрвөн нөхцөлд захиалгын оновчтой хэмжээний загвар ямар хэлбэртэй байж болохыг тооцоолсон болно.

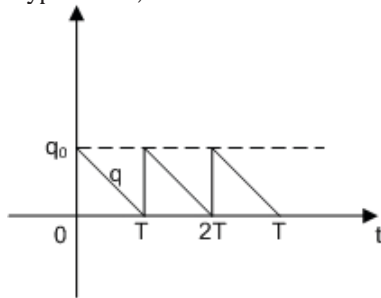
1. Форд Харрисын захиалгын оновчтой хэмжээний загвар нь түүний 1913 онд хэвлүүлсэн “How many parts to make it once” өгүүлэлд нэг сарын хэрэглээнээс хамаарч захиалгын оновчтой хэмжээг тооцох тухай байсан бол бид бараа материалын нөөцийг  $T$  хугацаанд хэрэглэгдэж дуусахад дахин захиалгыг хийдэг үед захиалгын оновчтой хэмжээний загвар ямар хэлбэртэй байхыг авч үзэв.
2. Бараа материал нь тасралтгүй биш, тодорхой үеүдээр шаталсан байдалтайгаар хэрэглэгддэг үед захиалгын оновчтой хэмжээний загварыг мөн гаргав. Ийм шаталсан хэрэглээ нь аж ахуйн нэгжид сэлбэг хэрэгсэл, хангамжийн материалын зарцуулалт дээр ихээхэн ажиглагддаг.
3. Зарим үйлдвэрт үйл ажиллагааны онцлогоос нь хамаарсан аюулгүйн

- нөөцтэй байх үеийн математик загварыг боловсруулсан. Форд Харрисын захиалгын оновчтой хэмжээний загвар нь бараа материалыг хэрэглэж дууссан тохиолдолд дараагийн нийлүүлэлт хийнэ гэсэн нөхцөлөөр тооцдог бөгөөд аюулгүйн нөөцийн асуудлыг авч үзээгүй байдаг. Иймд бид бараа материалыг зарцуулж дуусахаас өмнө дахин захиалга өгөх үед а) барааны үлдэгдэлтэй байхад б) захиалга биелэхэд хугацаа шаардагдах бол гэсэн нөхцөлүүдийг тусгасан загварыг гаргалаа.
4. Барааны нөөц зарцуулалтын функц квадрат хэлбэртэй байх загварыг мөн боловсруулсан. Өмнөх нөхцөлийг өөрчилж зарцуулалт нь шугаман биш, квадрат хэлбэртэй байхыг томъёоллоо.

Тухайлбал:

1-р тохиолдол. Барааны нөөц  $[0, T]$  хугацаанд жигд зарцуулагддаг бөгөөд  $T$  хугацааны эцэст дуусахад дахин захиалгыг хийдэг гэж үзье.

Зураглалвал,



Нийт зардлыг багасгах бодлогыг томъёолбол

$$\min TC = \min \left[ \frac{D_T c}{q_0} + \int_0^T q(t) c_h dt \right]$$

$$\min TC = \min \left[ \frac{D_T c}{q_0} + \int_0^T \frac{q_0 c_h}{T} (T - t) dt \right]$$

Интеграл авах замаар  $TC$  дундажийг хялбарчилбал:

$$TC = \frac{D_T c}{q_0} + c_h \left( \frac{q_0 T}{T} - \frac{q_0 T}{2} \right) = \frac{D_T c}{q_0} + \frac{q_0 T c_h}{2}$$

Экстремум байх нөхцөлийг бичье:

$$TC' = \frac{D_T c}{q_0^2} + \frac{T c_h}{2} = 0$$

Эндээс  $q_n$ -ийг олбол

$$2D_T c = q_0^2 T c_h$$

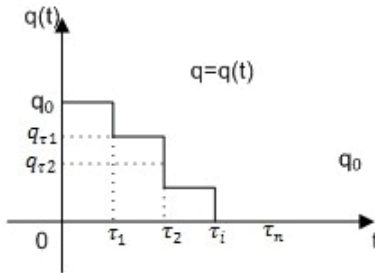
$$q_0 = \sqrt{\frac{2D_T c}{T c_h}} \quad (1)$$

Хэрэв  $D_T$  нь нэгж хугацааны эрэлт буюу  $T=1$  бол

$$q_0 = \sqrt{\frac{2D_T c}{c_h}} \quad \text{болж захиалгын оновчтой хэмжээний үндсэн томъёо гарна}$$

2-р тохиолдол. Бараа материалын нөөц шаталсан байдлаар зарцуулагдана.

Зураглалвал:



$$q(t) = \begin{cases} q_{\tau_1} = q_0 - \Delta q_1 & 0 \leq t \leq \tau_1 \\ q_{\tau_2} = q_0 - \Delta q_2 & \tau_1 \leq t \leq \tau_2 \\ q_{\tau_i} = q_0 - \Delta q_i & \tau_{i-1} \leq t \leq \tau_i \\ q_{\tau_n} = q_0 - \Delta q_n & \tau_{n-1} \leq t \leq \tau_n = T, \end{cases}$$

Үүнд  $\Delta q_0, \tau_i$  ( $i = \overline{1, n}$ ) өгөгдсөн параметрууд  $\tau_0 = 0, q_t = 0$  одоо  $q(t)$  функцууд харгалзах зардлын функцийг бичье.

$$\min TC = \min \left[ \frac{D_T c}{q_0} + \int_0^T q(t) c_h dt \right],$$

Интеграл доорх функцийг задлан бичвэл:

$$\begin{aligned} TC &= \frac{D_T c}{q_0} + \sum_{i=1}^n \int_{\tau_{i-1}}^{\tau_i} (q_0 - \Delta q_i) c_h dt = \\ &= \frac{D_T c}{q_0} + \sum_{i=1}^n (q_0 \Delta \tau_i - \Delta q_i \Delta \tau_i) c_h dt = \\ &= \frac{D_T c}{q_0} + q_0 c_h T - \sum_{i=1}^n \Delta q_i \Delta \tau_i c_h, \end{aligned}$$

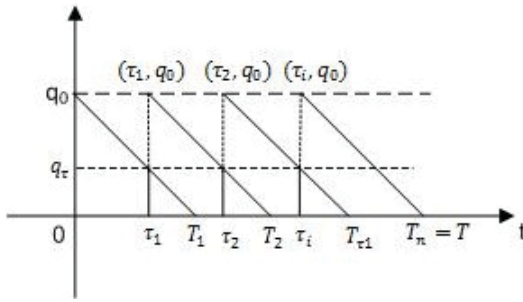
Экстремум болох оновчтой нөхцөлийг бичвэл

$$(TC)' = \frac{D_T c}{q_0^2} + c_h T = 0$$

Эндээс захиалгын оновчтой хэмжээ  $q_0$ -г олбол

$$q_0 = \sqrt{\frac{D_T c}{c_h T}} \quad (2)$$

3-р тохиолдол. Аюулгүйн нөөцтэй байхаар тооцох загварыг зургаар харуулбал:



$q(t)$  функц нь дараах нөхцөлөөр өгөгдөнө.

$$q(t) = \begin{cases} \frac{q_0}{T_1} (T_1 - t), & \tau_0 = 0 \leq t < T_1 \\ q_0 \left( \frac{T_2 - t}{T_2 - \tau_1} \right), & \tau_1 \leq t < T_2 \\ q_0 \left( \frac{T_i - t}{T_i - \tau_{i-1}} \right), & \tau_{i-1} \leq t < T_i \\ \dots \\ q_0 \left( \frac{T - t}{T - \tau_{n-1}} \right), & \tau_{n-1} \leq t \leq T = \tau_n \end{cases}$$

Нийт зардлын функцийг олбол,

$$\begin{aligned} TC &= \frac{D_T c}{q_0} + \int_0^T q(t) c_h dt = \\ &= \frac{D_T c}{q_0} + \int_0^{T_1} \frac{q_0}{T_1} (T_1 - t) c_h dt + \sum_{i=2}^n \int_{\tau_{i-1}}^{T_i} q_0 \left( \frac{T_i - t}{T_i - \tau_{i-1}} \right) c_h dt = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{D_{TC}}{q_0} + \frac{q_0 T_1^2 c_h}{T_1^2} + q_0 c_h \sum_{i=2}^n \frac{q_0 c_h (T_i - \tau_{i-1})^2}{T_i - \tau_{i-1}} = \\
&= \frac{D_{TC}}{q_0} + \frac{q_0 T_1 c_h}{2} + q_0 c_h \sum_{i=2}^n \frac{(T_i - \tau_{i-1})}{2} = \\
&= \frac{D_{TC}}{q_0} + \frac{q_0 c_h}{2} \sum_{i=1}^n (T_i - \tau_{i-1}),
\end{aligned}$$

Хамгийн бага зардлыг уг функцийн уламжлалыг олсноор тооцно.

$$(TC)' = -\frac{D_{TC}}{q_0^2} + \frac{c_h \sum_{i=1}^n (T_i - \tau_{i-1})}{2} = 0$$

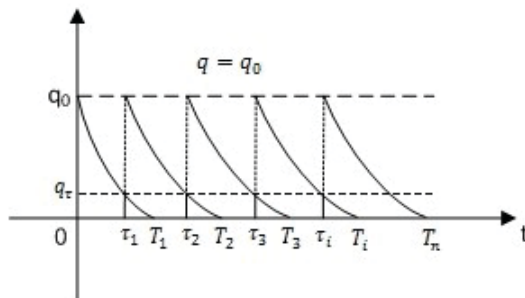
Эндээс

$$q_0 = \sqrt{\frac{2D_{TC}}{c_h \sum_{i=1}^n (T_i - \tau_{i-1})}}$$

4-р тохиолдол. Барааны нөөц зарцуулалтын функц квадрат хэлбэртэй гэж үзье.

$$q(t) = a_i t^2 + b_i t + c_i, \quad q(0) = q_0, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Дахин захиалгын хугацаа  $\tau_i$ , аюулгүйн нөөц  $q_\tau$ -г өгөгдсөн гэж үзэн зурж харуулбал,



$q(\tau_i) = q_\tau, q(0) = q_0$  нөхцөлүүдээс  $a_i, b_i, c_i$  - г  $q_0$  - ээр илэрхийлье.

$$\begin{cases} a_i \tau_i^2 + b_i \tau_i + c_i = q_\tau \\ a_i T_i^2 + b_i T_i + c_i = 0 \\ c_i = q_0 \end{cases}$$



Дараах шугаман тэгшитгэлийн систем бодно.

$$\begin{cases} a_i \tau_i^2 + b_i \tau_i = q_\tau - q_0 \\ a_i T_i^2 + b_i T_i = -q_0, \quad i = 1, 2, \dots, n \end{cases}$$

Эндээс  $a_i$ -г олбол:

$$a_i = \frac{q_0(T_i - \tau_i) - q_\tau T_i}{\tau_i T_i (T_i - \tau_i)}, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

$$b_i = \frac{q_0 \tau_i^2 + (q_\tau - q_0) T_i^2}{\tau_i T_i (T_i - \tau_i)}, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Дахин захиалгуудыг тооцон, нийт зардлыг бодъё.

$$\begin{aligned} TC &= \frac{D_{TC}}{q_0} + \int_0^{T_1} (a_1 t^2 + b_1 t + q_0) dt + \sum_{i=1}^{n-1} \int_{\tau_i}^{T_{i+1}} [a_{i+1} t^2 + b_{i+1} t + q_0] dt = \\ &= \frac{D_{TC}}{q_0} + \frac{a_1 T^3}{3} + \frac{b_1 t^2}{2} + q_0 T_1 + \sum_{i=1}^{n-1} \left[ \frac{a_{i+1} T^3}{3} + \frac{b_{i+1} T_{i+1}^2}{2} + q_0 T_{i+1} - \frac{a_{i+1} \tau_i^3}{3} - \frac{b_{i+1} \tau_i^2}{2} - q_0 \tau_i \right]; \end{aligned}$$

Экстремум байх оновчтой нөхцөлийг бичвэл:

$$(TC)' = -\frac{D_{TC}}{q_0^2} + T_1 + \sum_{i=1}^{n-1} (T_{i+1} - \tau_i)$$

Эндээс оновчтой захиалгын хэмжээ  $q_0$ -г олбол:

$$q_0^* = \sqrt{\frac{D_{TC}}{T_1 + \sum_{i=1}^{n-1} (T_{i+1} - \tau_i)}} \quad \text{болно.}$$

## Дүгнэлт

Бараа материалын захиалгын оновчтой хэмжээний сонгодог загварыг материалын нөөц үлдэгдэлгүй зарцуулагдах, нөөцийг шаталсан хэлбэрээр зарцуулдаг байх ба агуулахад аюулгүйн нөөцтэй байх зэрэг тохиолдлуудаар зарцуулалтын функцийг хэлбэрүүд шугаман болон квадрат болох үед өргөтгөн томъёолсон болно. Энэхүү өргөтгөл нь бодит байдлыг илүү тусгасан утгаараа онолын болон практик ач холбогдолтой.

Бизнесийн байгууллагуудын хувьд бараа материалын хэрэглээ нь тогтмол биш, тодорхой цаг хугацаанд өөр өөр хэрэглээ гардаг, бараа материал хүлээн

авах хугацааны өөрчлөлтөөс хамаарч хомсдол үүсдэг тул аюулгүйн нөөцтэй байх шаардлагатай байдаг. Эдгээр асуудлыг бидний өргөтгөсөн томъёолол нь шийдэж өгснөөрөө онцлогтой юм.

### **Ашигласан материал**

1. Bill PH, Chaouch BA (1995) An EOQ model with random variations in demand. *Management Science* 41(5):927-936
2. Crowther JF (1964) Rationale for quantity discounts. *Harvard Business Review* 42(2): 121-127
3. Gurnani C (1983) Economic analysis of inventory systems. *International Journal of Production Research* 21(2):261-277
4. Kanet JJ, Miles JA (1985) Economic order quantities and inflation. *International Journal of Production Research* 23(3):597-608
5. Lev B, Weiss HJ (1990) Inventory models with cost changes. *Operations Research* 38(1):53-63
6. Matthew J. Drake, Kathryn A. Marley (2014) A Century of the EOQ, *Handbook of EOQ Inventory Problems*: 3-22
7. Ptak CA (1988) A comparison of inventory models and carrying costs. *Production and Inventory Management Journal* 29(4):1-3
8. Roberta S. Russell, Bernard W. Taylor, (2011) *Operations Management*. John Wiley & Sons Inc.
9. Weiss HJ (1982) Economic order quantity models with nonlinear holding costs. *European Journal of Operational Research* 9(1):56-60
10. Tsan-Ming Choi. (2014) *Handbook of EOQ Inventory Problems*. Springer.